

Session 2013

## Épreuve de Sciences Industrielles pour l'Ingénieur

Durée : 5 heures

*Aucun document n'est autorisé. L'usage de la calculatrice est interdit.*

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.*

### La Tour de la Terreur



**Le sujet est composé :**

- de ce livret décrivant le système étudié ainsi que le travail demandé ;
- d'un document réponse à joindre à la copie.

**Il est recommandé au candidat :**

- de rappeler le numéro de la question avant d'en développer la réponse ;
- de respecter l'ensemble des notations alphabétiques et numériques du sujet ;
- de préciser ses propres notations lorsque cela s'avère nécessaire ;
- de justifier ses hypothèses et de rédiger clairement ses réponses.

## **La Tour de la Terreur (THT): Un Saut dans la Quatrième Dimension™**

### **Le contexte**

Surplombant le Parc Walt Disney Studios® du haut de ses treize étages, La Tour de la Terreur : Un Saut dans la Quatrième Dimension™ pousse les visiteurs à oublier la réalité et à entrer dans le Hollywood Tower Hotel pour y faire une chute de plusieurs dizaines de mètres.

L'objet de cette étude est l'ascenseur de cette attraction, qui, depuis janvier 2008, plusieurs dizaines de fois par jour, fait frissonner de peur une vingtaine de passagers dans des conditions de sécurité optimale.

L'objectif du sujet est de valider partiellement la réalisation de cette prestation en analysant deux des phases de vie : la chute pendant laquelle la cabine de l'ascenseur est accélérée ou décélérée par un moteur électrique de forte puissance et l'arrêt d'urgence pendant laquelle la cabine est immobilisée par des freins.

**L'étude** est décomposée en quatre parties :

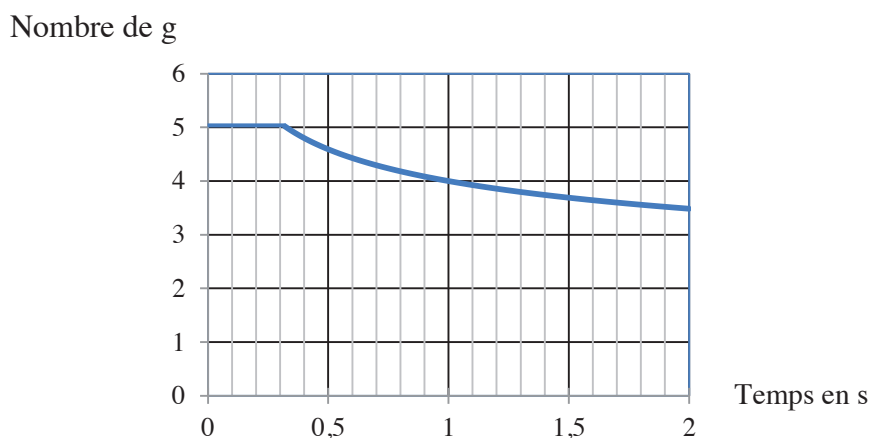
- A- Analyse de la solution : Cette première partie est consacrée à l'analyse partielle des solutions techniques retenues par le constructeur pour être en mesure d'en valider des modèles de comportement.
- B- Validation des critères relatifs à la sécurité des passagers : Cette seconde partie est consacrée à l'analyse du dispositif de freinage d'urgence pour en valider les critères de performance attendus.
- C- Validation des critères relatifs à la sensation de chute libre : Cette troisième partie a pour objet l'analyse de la chute de la cabine pour en valider la modélisation et le ressenti des passagers.
- D- Dimensionnement des câbles porteurs au regard des performances à satisfaire : Cette dernière partie est plus particulièrement consacrée à la validation des critères de dimensionnement des câbles.

Ces quatre parties du sujet sont relativement indépendantes. Néanmoins il est recommandé de les aborder dans l'ordre proposé pour tenir compte des différentes remarques et notations.

La prestation est réalisée dans différentes phases du cycle de vie, et notamment lors de la chute libre de l'ascenseur ou lors de son arrêt d'urgence. Les tableaux ci-dessous donnent une caractérisation partielle des deux fonctions de service étudiées dans ce sujet.

Phase du cycle de vie : chute libre de l'ascenseur.			
Qualification de la FS	Critère	Niveau	Limite
Permettre aux passagers de ressentir une sensation de chute libre	Accélération	-10 m.s <sup>-2</sup> (soit -1g)	± 0,5 m.s <sup>-2</sup>
	Position	0 à -32 m	± 0,1 m
	Marge de gain	M <sub>G</sub> > 10dB	
	Marge de phase	M <sub>φ</sub> > 45°	
	Rapidité	T <sub>r5%</sub> < 1s	

Phase du cycle de vie : arrêt d'urgence			
Qualification de la FS	Critère	Niveau	Limite
Garantir la sécurité des passagers	Vitesse de la cabine	-63.10 <sup>3</sup> m.h <sup>-1</sup>	± 3.10 <sup>3</sup> m.h <sup>-1</sup> .
	Position	-30 m	± 0,1 m
	Distance d'arrêt	< 8 m	
	Décélération maxi	Limite humaine voir graphe	Aucune



Nombre de g que le corps humain peut supporter en fonction de la durée

## A - Analyse de la solution.

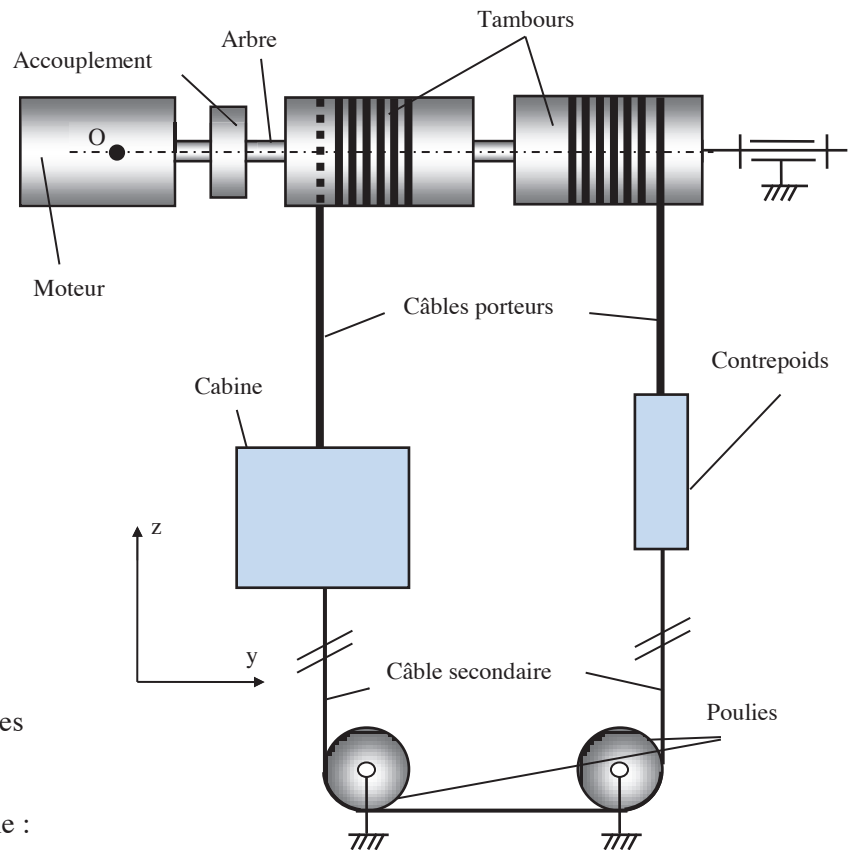
L'objet de cette partie est de formaliser la prestation à satisfaire puis d'analyser la solution technologique retenue pour la conception de cet ascenseur.

**A1- Qualification de la prestation attendue : « Procurer une sensation de chute libre en toute sécurité »**

**Q1 - A l'aide du descripteur de votre choix, schématiser la fonction de service principale attendue.**

**A2- Analyse de la solution retenue pour la motorisation de la cabine.**

La cabine d'ascenseur (figure 1) est suspendue à un câble porteur qui s'enroule sur un tambour relié à un moteur électrique par un accouplement. Un contrepoids est également suspendu à un câble porteur qui s'enroule sur un tambour coaxial au tambour de la cabine auquel il est lié cinématiquement. La cabine et le contrepoids sont reliés par un câble secondaire qui s'enroule sans glisser sur deux poulies d'axe parallèle guidées en rotation dans la partie basse de l'attraction. Le schéma de la figure 1 permet d'identifier l'organisation structurelle des composants.



### Repère :

Le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  avec  $O \in$  axe moteur utilisé dans tout le sujet est supposé galiléen.

### Géométrie de l'ensemble :

Le rayon d'enroulement du câble sur les tambours :  $R_t = 0.63$  m

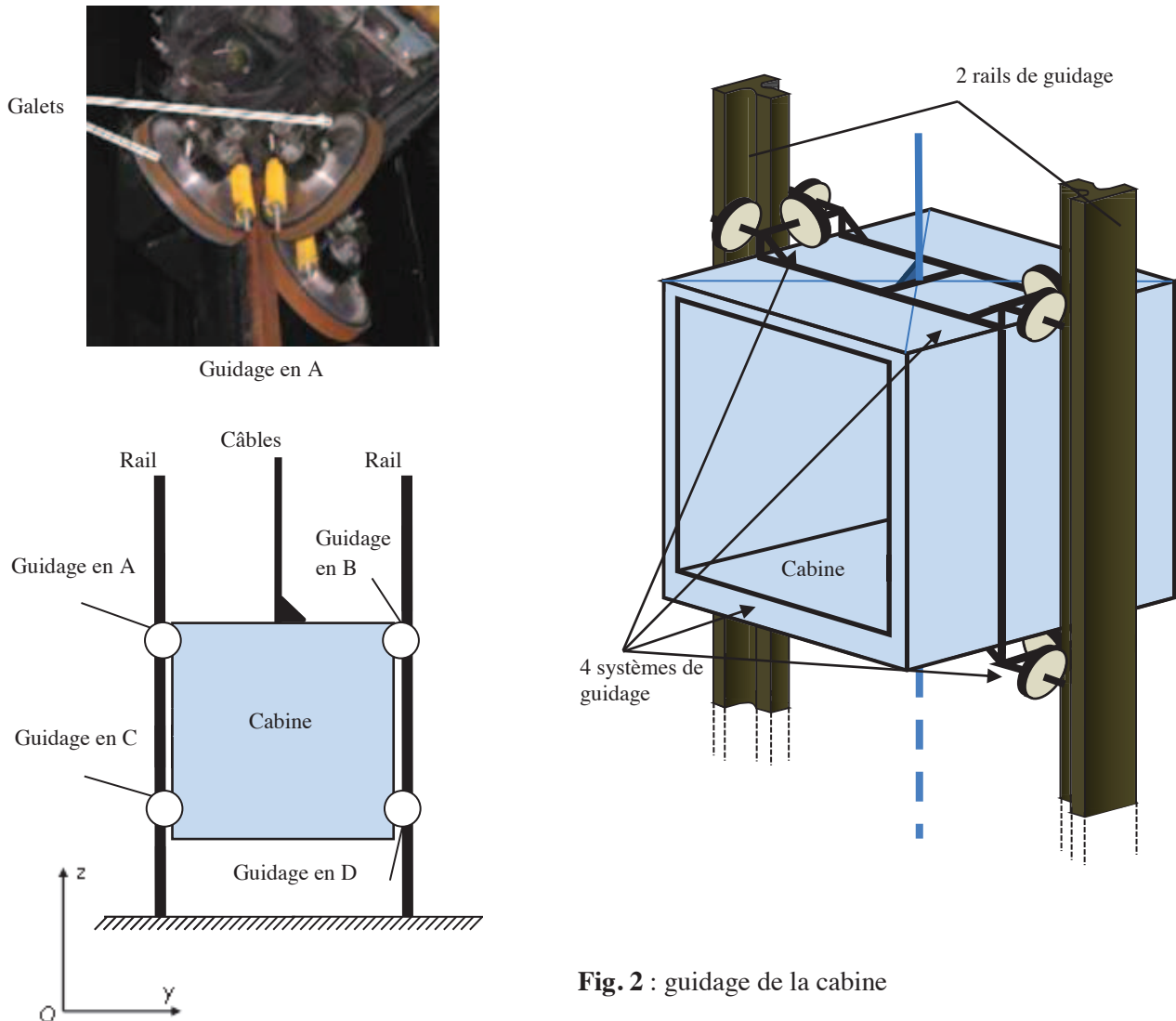
La hauteur de la trajectoire de la cabine :  $h = 50$  m

**Figure 1 : motorisation de la cabine**

**Q2 - Quelle est la fonction du câble secondaire (figure 1) ?**

### A3- Etude du guidage de la cabine

L'objet de cette partie est d'analyser la solution retenue pour le guidage vertical en translation de la cabine par rapport au bâti dont la maîtrise est primordiale pour la sécurité et le ressenti des passagers. La cabine est guidée sur deux rails par douze galets répartis sur 4 systèmes de guidage (figure 2).



- Q3 -** En modélisant le contact entre un galet et un rail par une liaison ponctuelle et en faisant l'hypothèse de solides indéformables, déterminer la liaison équivalente entre la cabine et les deux rails.
- Q4 -** Calculer le degré d'hyperstaticité de ce modèle et expliciter toutes les contraintes géométriques de montage. Justifier l'intérêt de ce choix de guidage dont le modèle est hyperstatique.
- Q5 -** Proposer deux solutions technologiques qui permettent de répondre aux contraintes identifiées à la question précédente et qui soient applicables à ce contexte où les rails font plus de 50m de long

## B-Validation des critères de performance relatifs à la sécurité des passagers.

L'objet de cette partie est de valider les critères de performance relatifs à la sécurité des passagers dans la phase du cycle de vie d'arrêt d'urgence.

### **B1- Calcul du couple de freinage**

L'objet est de déterminer le couple de freinage disponible lors de la phase du cycle de vie d'arrêt d'urgence.

Le système de freinage prévu pour arrêter la cabine est composé de quatre freins à tambour (figure 4 à 6), soit un total de huit surfaces de frottement dont la géométrie est caractérisée figure 3.

Paramétrage pour l'étude des freins à tambour :

N : effort presseur du sabot sur le tambour ;

$\alpha$  et  $e$  : caractéristiques géométriques de la semelle de friction ;

$f$  : coefficient de frottement sec entre l'arbre et la semelle.

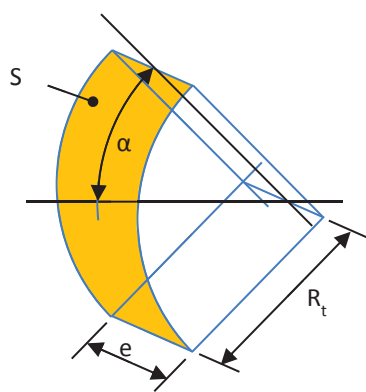
Données numériques :  $f = 0.5$  ;

$N = 100\ 000\ \text{N}$  ;

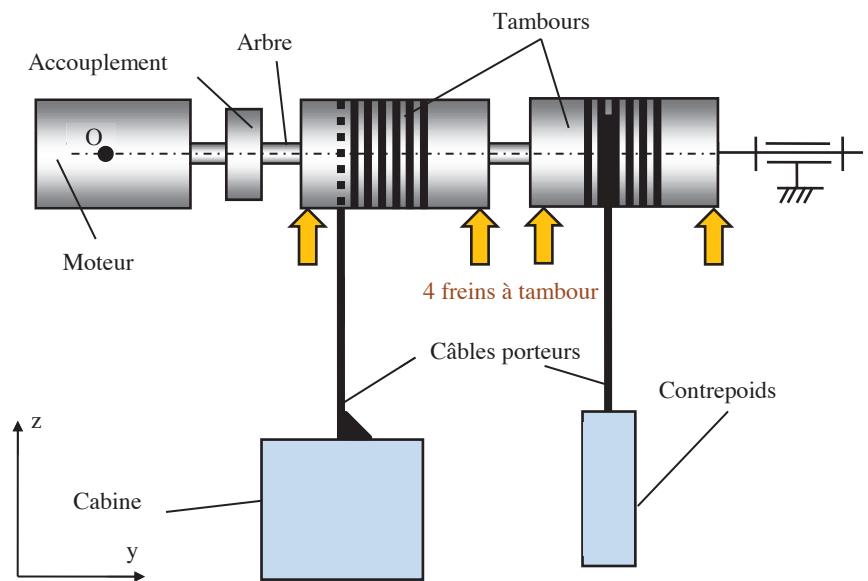
$\alpha = 40^\circ$  ;

$e = 0.35\ \text{m}$  ;

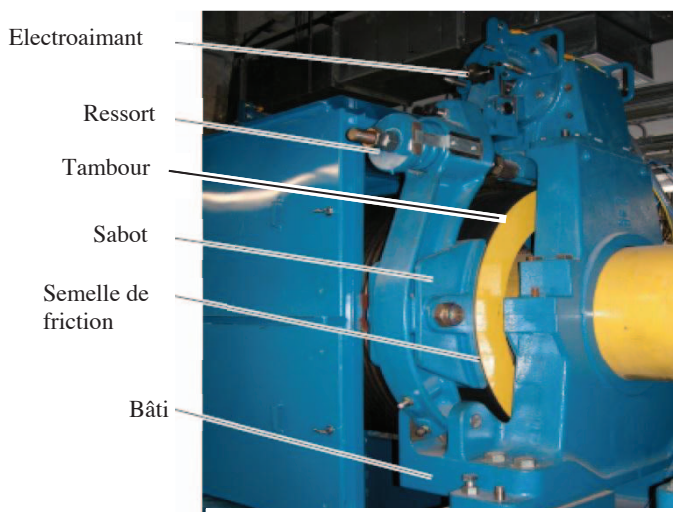
$R_t = 0.63\ \text{m}$ .



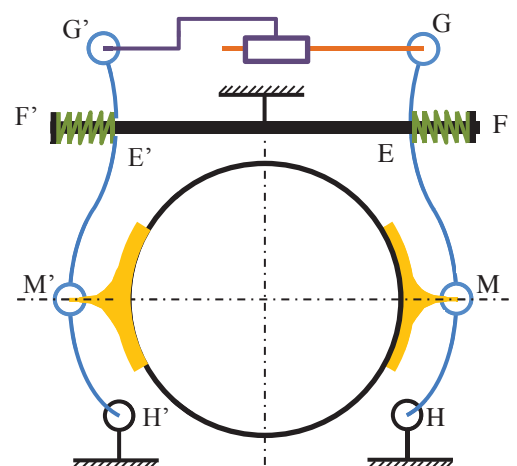
**Figure 3 :** Paramètres géométriques de la semelle de friction



**Figure 5 :** position des freins à tambour



**Figure 4 :** Frein à tambour



**Figure 6 :** modèle cinématique d'un frein à tambour

**Q6-** Dans cette phase de vie, exprimer le moment de freinage maximum  $M_f$  que peut exercer le système de freinage sur l'arbre moteur.

**B2- Validation des critères de performance relatifs à la sécurité lors d'un freinage d'urgence**

Pour la phase de vie étudiée, la caractérisation des composants est donnée ci-dessous :

- masse de la cabine :  $M_{cab} = 8460$  kg (21 passagers) ;
- moment d'inertie équivalent des pièces en rotation autour de l'axe moteur :  $J_{eq} = 1960$  kg.m<sup>2</sup> ;
- masse du contrepoids :  $M_{cont} = 4360$  kg ;
- vitesse maximum de la cabine vers le bas  $V_{max} = -63$  km/h ;
- effet du freinage des freins à tambour modélisé par un couple de  $M_f = +270\,000$  N.m.
- freinage au couple maximum des freins à tambour lorsque la cabine est à -30m .

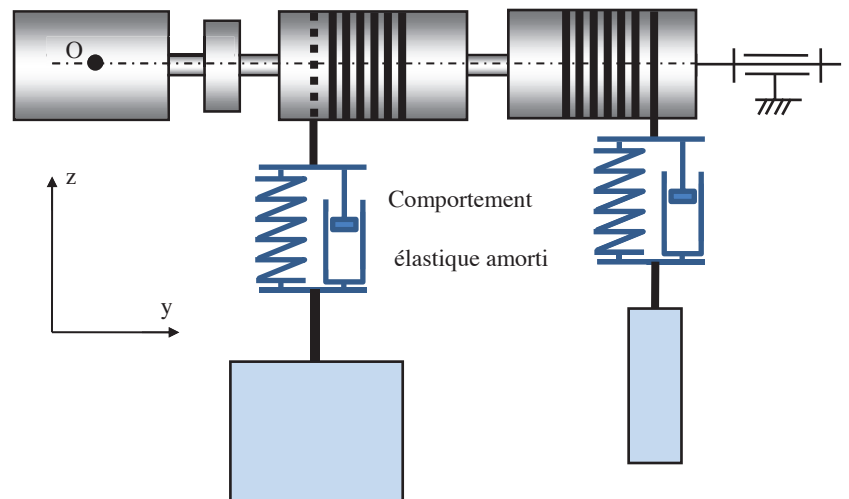
Compte tenu des efforts mis en jeu dans cette phase de vie, le comportement élastique des câbles porteurs ne peut pas être négligé. Ils sont modélisés par des ressorts de raideur  $K_{câble}$  (figure 7) dont l'allongement est noté  $\Delta z_{câble}$  et défini positivement, avec  $\Delta z_{câble} = 0$  à l'équilibre.

De plus la modélisation des câbles porteurs tient compte de l'amortissement généré par le matériau du câble et de l'amortissement dans le guidage de la cabine par rapport au bâti (figure 7).

Dans un premier temps l'action du câble secondaire est négligée.

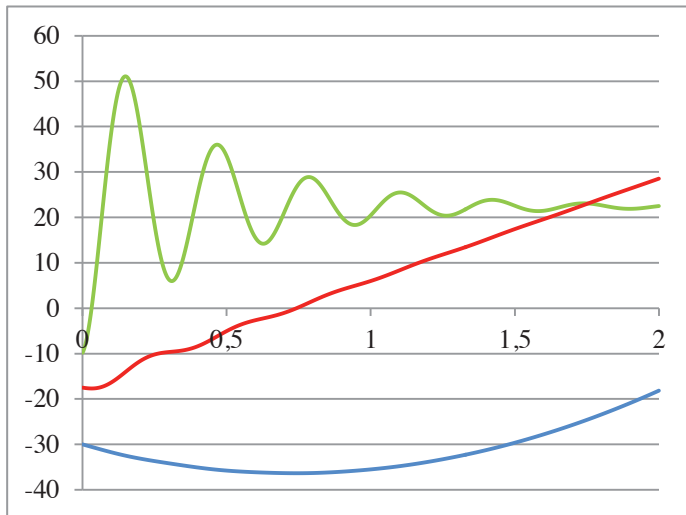
A  $t < 0$ , la cabine chute.

A  $t > 0$ , le système de freinage exerce le couple  $M_f$ .



**Figure 7 :** Modèle sans câble secondaire

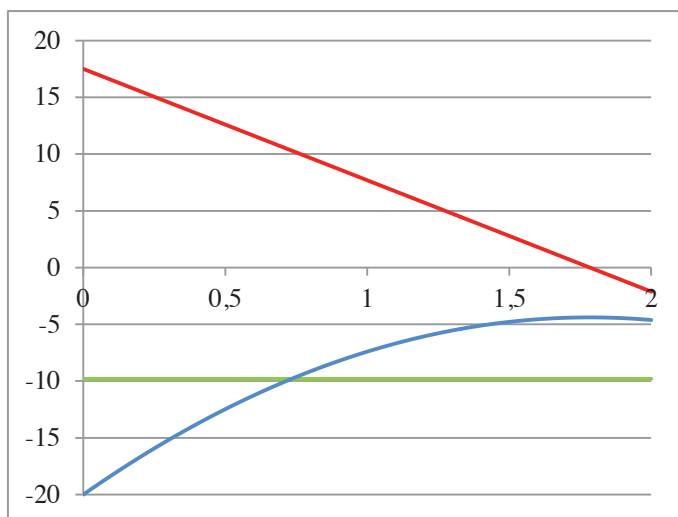
Dans la phase de vie étudiée, la modélisation schématisée à la figure 7 donne, en fonction du temps en s, les résultats simulés ci-dessous :



Position de la cabine en m

Vitesse de la cabine en m/s

Accélération de la cabine en m/s<sup>2</sup>



Position du contrepoids en m

Vitesse du contrepoids en m/s

Accélération du contrepoids en m/s<sup>2</sup>

**Q7-** Donner la période de temps pendant laquelle le modèle proposé est représentatif de la réalité. Justifier la réponse.

**Q8-** Justifier l'accélération constante à  $-9.81\text{m/s}^2$  de la courbe d'accélération du contrepoids et expliquer en le justifiant l'influence du contrepoids dans cette phase de freinage. Expliquer quelles conséquences cela peut avoir sur les câbles.

**Q9-** Justifier la pente et le caractère oscillant de la courbe de vitesse de la cabine.

**Q10-** En appliquant le théorème de l'énergie cinétique, déterminer l'expression de l'accélération finale de la cabine et justifier qu'elle soit non nulle.



**B3- Analyse de l'influence du câble secondaire sur le comportement de la cabine.**

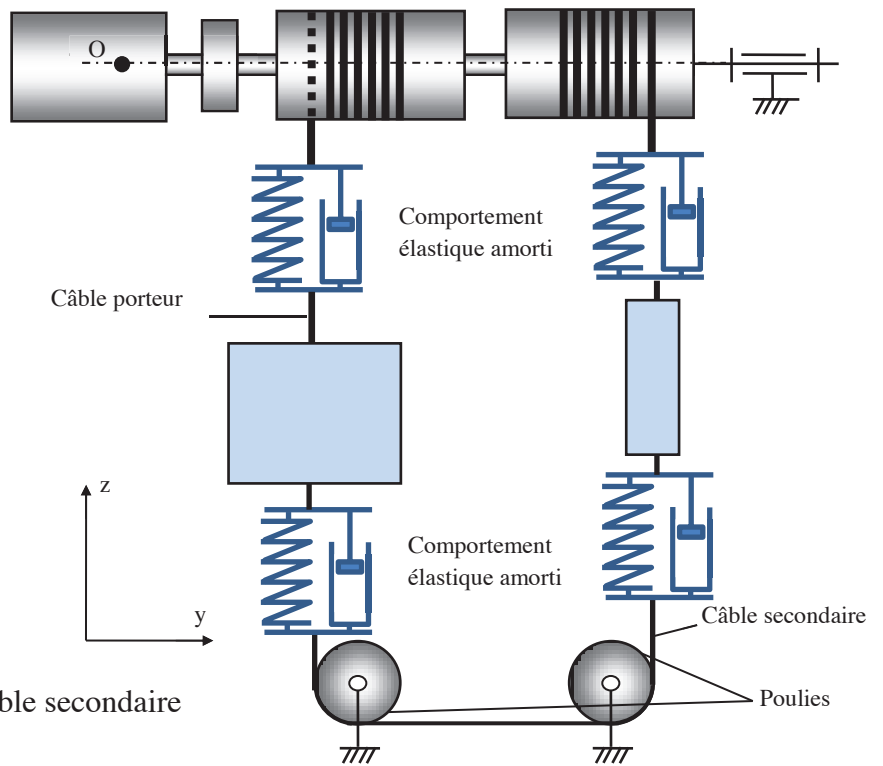
L'objet de cette partie est de simuler le comportement de la cabine en tenant compte du comportement du câble secondaire dont le modèle retenu est le même que celui des câbles porteurs, c'est-à-dire un ressort et un amortisseur en parallèle.

Le câble secondaire s'enroule sans glisser sur les poulies et celles-ci ont une inertie non négligeable.

Le comportement élastique de chaque brin de câble tendu dépend de sa longueur tendue ; ainsi la raideur et le coefficient d'amortissement de chaque brin ne sont pas constants au cours du temps.

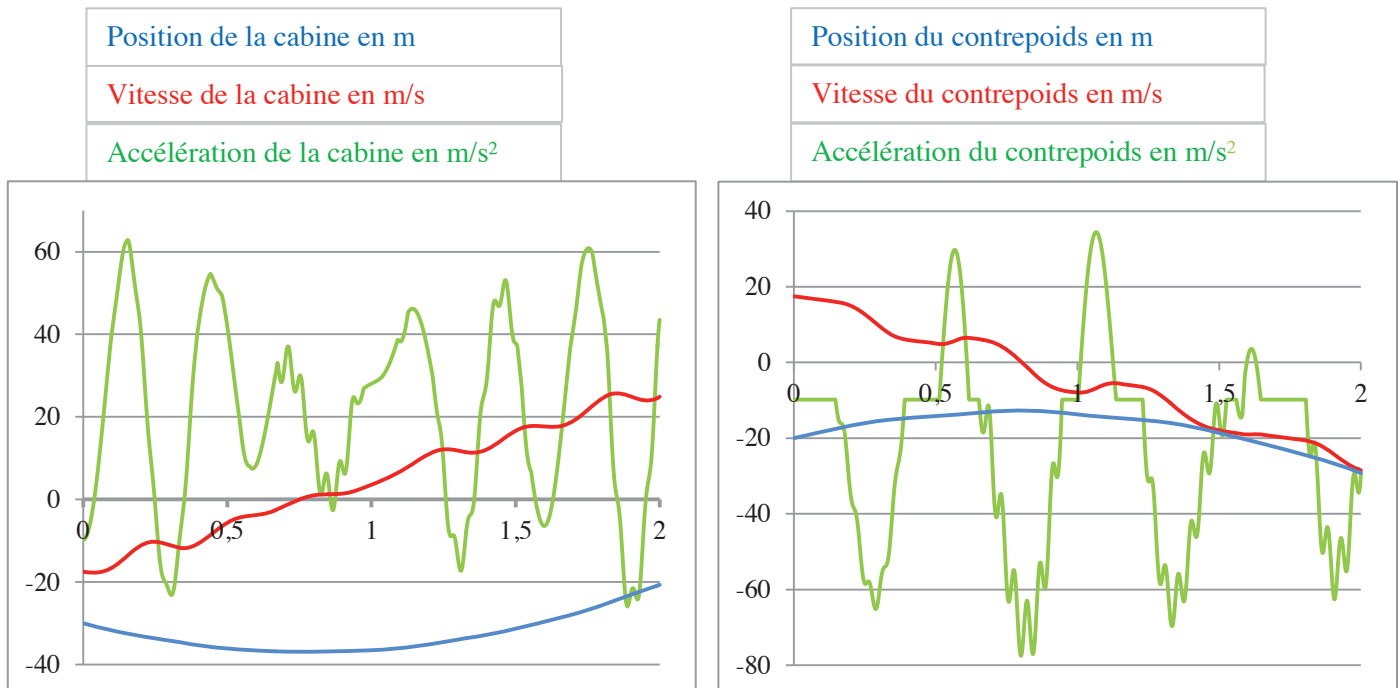
A  $t < 0$ , la cabine chute

A  $t > 0$ , le système de freinage exerce le couple  $M_f$ .



**Figure 8 :** Modèle avec câble secondaire

Dans la phase de vie étudiée, la modélisation schématisée à la figure 8 donne, en fonction du temps en s, les résultats de simulation ci-dessous :



**Q11-** Justifier l'allure générale de la courbe d'accélération de la cabine et conclure quant aux conséquences pour les passagers.

**Q12-** Justifier l'allure de la courbe d'accélération de la cabine lorsqu'elle est proche d'une vitesse nulle.

**Q13-** Justifier les différentes zones d'accélération de la courbe d'accélération du contrepoids. Expliquer quelles conséquences cela peut avoir sur les câbles.

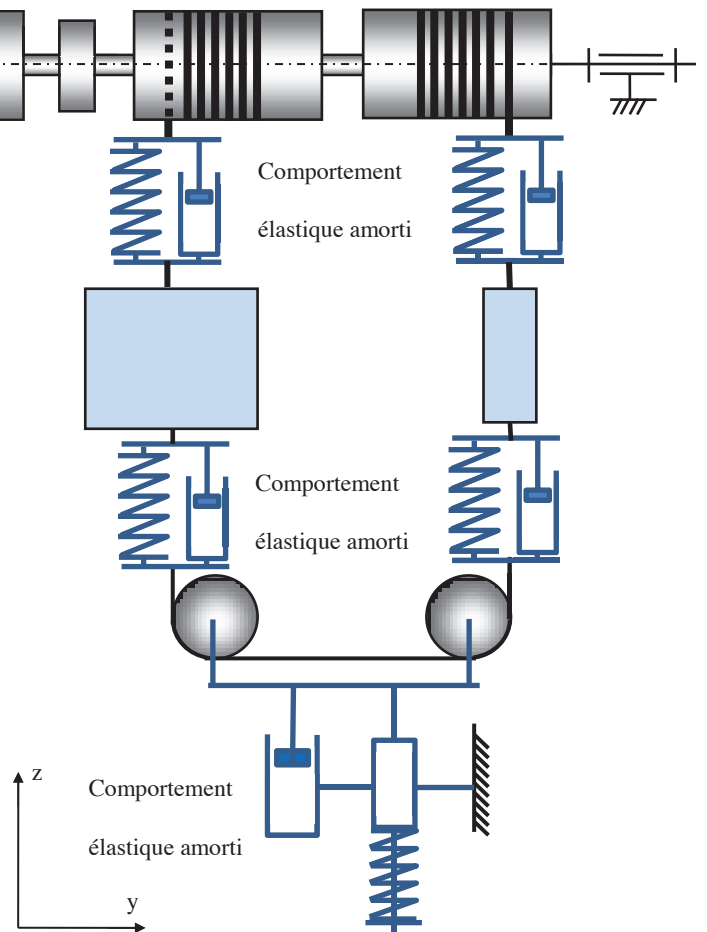
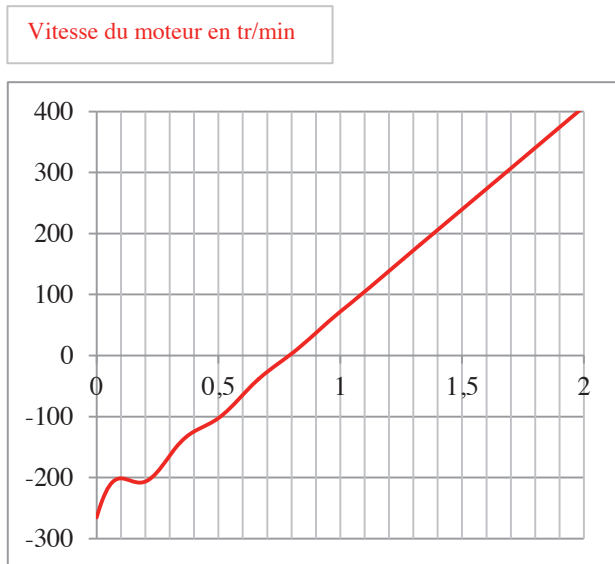
**Q14-** Valider les performances de l'ascenseur au regard des critères du cahier des charges.

**B4- Amélioration des performances avec un ressort-amortisseur.**

L'étude précédente a montré que les performances de cet ascenseur ne sont pas satisfaisantes en l'état. Afin de « lisser » les courbes précédentes, un ressort-amortisseur est installé au niveau du support des deux poulies inférieures.

L'objet de cette partie est de simuler le comportement de la cabine avec ce nouveau composant ; la modélisation des autres composants est identique à celle de l'étude précédente.

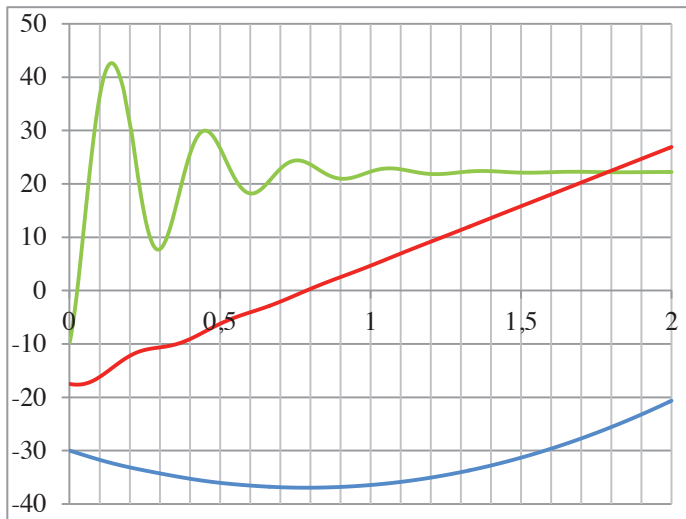
A  $t < 0$ , la cabine est considérée en chute libre.  
 A  $t > 0$ , le système de freinage exerce le couple  $M_f$



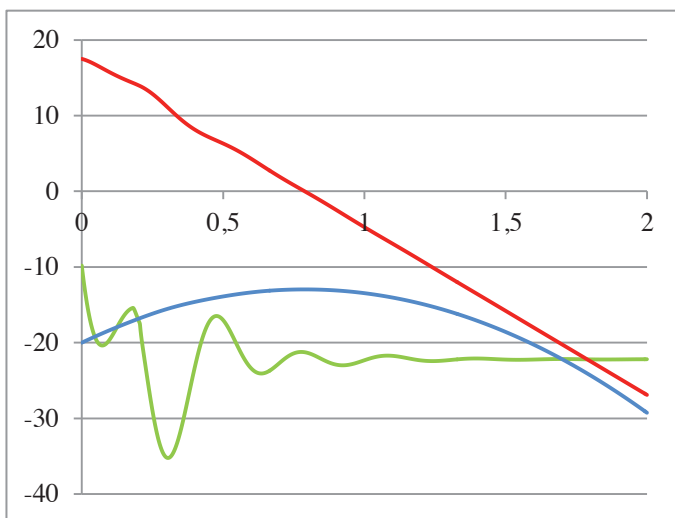
**Figure 9 :** vitesse de rotation du moteur simulée

**Figure 10 :** modèle avec le ressort-amortisseur

Dans la phase de vie étudiée, la modélisation schématisée à la figure 10 donne, en fonction du temps en s, les résultats de simulation ci-dessous :



Position de la cabine en m
Vitesse de la cabine en m/s
Accélération de la cabine en m/s <sup>2</sup>



Position du contrepoids en m
Vitesse du contrepoids en m/s
Accélération du contrepoids en m/s <sup>2</sup>

**Q15-** Exprimer la fonction technique satisfaite par le ressort amortisseur placé sur le support des poulies inférieures.

**Q16-** Conclure quant au respect du cahier des charges.

## C- Validation des critères de performance relatifs à la sensation de chute libre.

L'objet de cette partie est de valider les critères de performance relatifs à la sensation de chute libre ressentie par les passagers.

Pour garantir un niveau de performance élevé, les concepteurs de cet ascenseur ont choisi d'asservir la position de la cabine pour mieux contrôler son accélération.

### C1- Mesurer la position de la cabine.

L'asservissement de la position de la cabine nécessite de pouvoir mesurer la position de celle-ci. L'objet de cette partie est de valider cette fonction technique.

Un codeur optoélectronique incrémental (TPPI) permet de déterminer la position de la cabine et deux tachymètres permettent de déterminer sa vitesse. Un capteur de présence détecte la présence de la cabine en position basse lors de la sortie des passagers de la cabine.

Le codeur optoélectronique peut délivrer environ 5000 impulsions par tour et en condition normale la cabine parcourt 50 m.

La poulie sur laquelle s'enroule la bande du TPPI a un diamètre de  $D_p = 50$  cm.

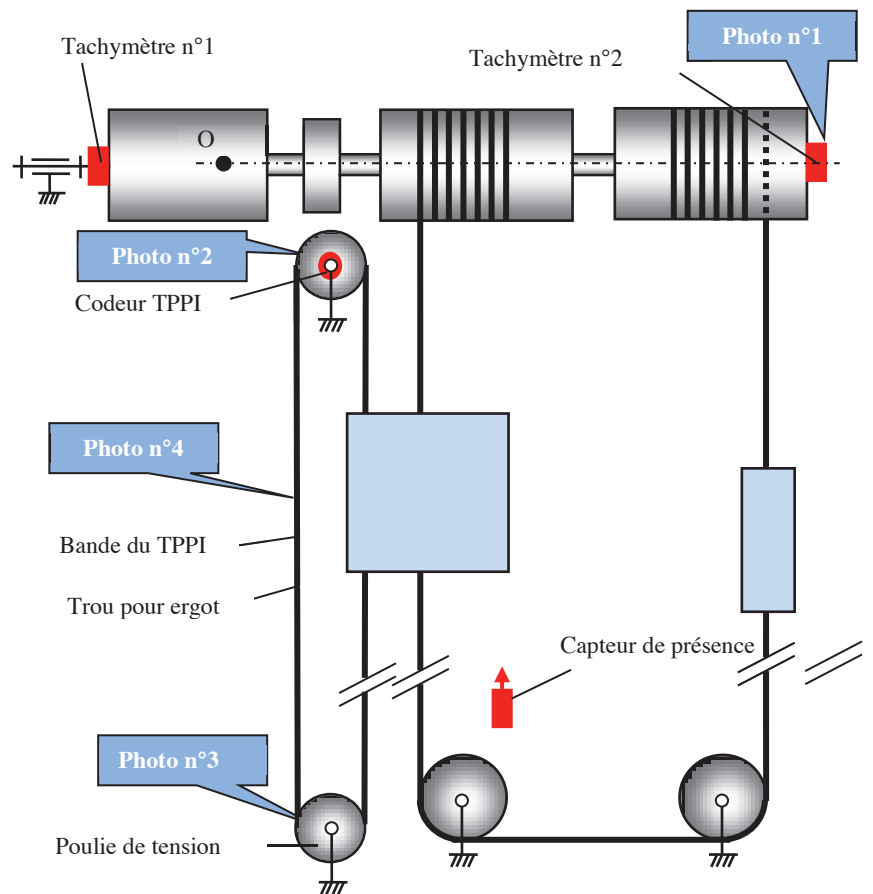
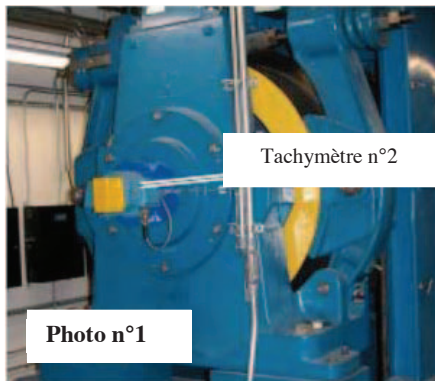
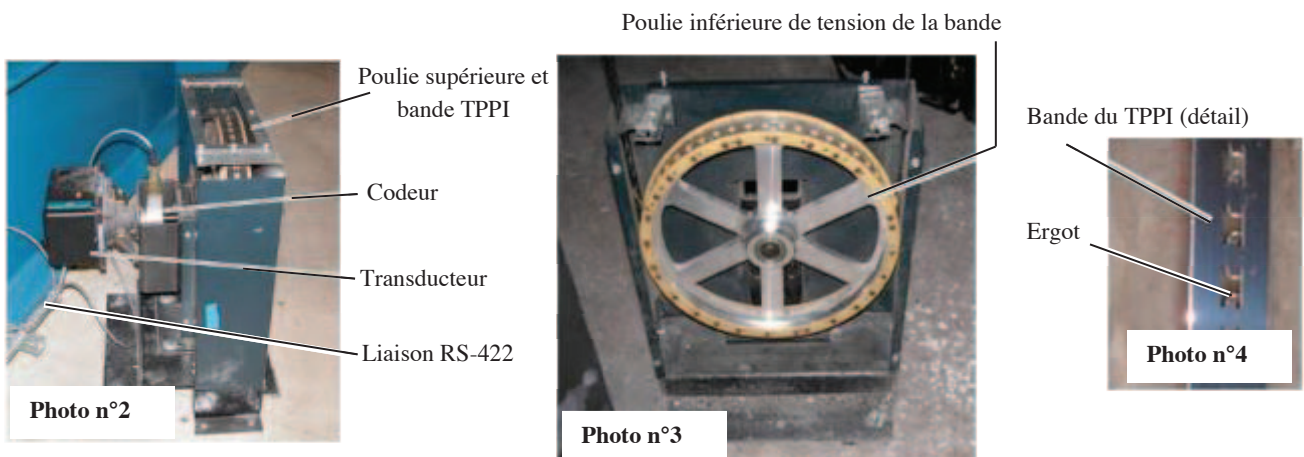


Fig. 11 : mesure de la position de la cabine



**Q17-** Justifier l'intérêt de placer deux tachymètres sur l'arbre moteur.

**Q18-** Expliquer le principe de fonctionnement d'un codeur optoélectronique. Proposer un moyen de connaître le sens de rotation de la poulie.

**Q19-** Calculer l'erreur maximale de mesure de la position de la cabine.

**Q20-** Calculer le nombre d'octets minimal nécessaire lors de la transmission de l'information par la liaison RS-422.

**Q21-** Justifier le choix de la bande perforée du TPPI par rapport à un câble ou une courroie classique.

**Q22-** Qualifier la fonction technique du capteur de présence.

## C2- Modélisation du système sous forme d'un schéma-bloc.

Dans un premier temps, dans un souci de simplification, la modélisation ne prendra pas en compte la raideur des câbles et le ressort-amortisseur placé dans la partie basse de l'ascenseur ; leurs modélisations feront l'objet de parties spécifiques (C3 et C4).

Pour cette étude, les caractéristiques du système sont les suivantes :

- masse de la cabine :  $M_{cab} = 8460$  kg (21 passagers) ;
- masse du contrepoids :  $M_{cont} = 4360$  kg ;
- vitesse maximum de la cabine vers le bas  $V_{max} = -63$  km/h ;
- accélération de la cabine :  $-1.g$  ;
- câble principal et secondaire indéformables et de masse négligée ;
- câble porteur de masse négligée.

### Paramétrage :

$C_{mot}$  : couple moteur

$R_t$  : rayon d'enroulement du câble porteur sur les tambours

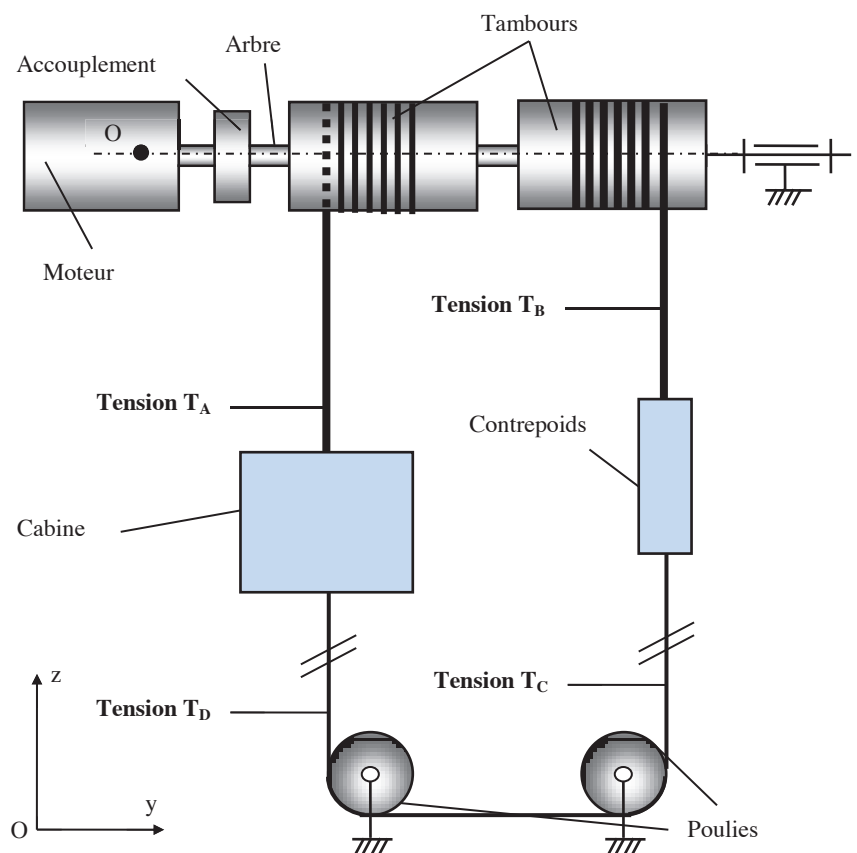
$T_i$  : tension dans les câbles ( $> 0$ )

$z_{cab}$  : position de la cabine

$z_{cont}$  : position du contrepoids

$J_{eq}$  : moment d'inertie équivalent des pièces en rotation autour de l'axe moteur

$K_{capt}$  : gain du capteur de position de la cabine



**Fig. 12 :** motorisation de la cabine

Equations de comportement du moteur :

$$u - e = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$e = K_e \cdot \omega$$

$$C_{mot} = K_c \cdot i$$

On suppose  $T_C = T_D$

- Q23-** En écrivant les équations du théorème de la résultante dynamique appliquée à la cabine puis au contrepoids, exprimer la différence  $T_A - T_B$  en fonction de  $g$ ,  $M_{cab}$ ,  $M_{cont}$  et  $Z_{cab}$ . Justifier les hypothèses réalisées.
- Q24-** En appliquant le théorème du moment dynamique à l'axe moteur, exprimer l'équation du mouvement en fonction de  $J_{\acute{e}q}$ ,  $R_t$ ,  $\ddot{z}_{cab}$ ,  $M_{cab}$ ,  $M_{cont}$ ,  $C_{mot}$  et  $g$ .
- Q25-** Compléter (sur le document réponse DR1) le schéma bloc modélisant le système dans la phase de vie étudiée.
- Q26-** Donner le nom du composant modélisé par la fonction de transfert égale à 1 du schéma bloc.
- Q27-** Justifier la validité de l'étude du système en considérant nulle la seconde entrée du schéma bloc et simplifier le schéma bloc avec seulement deux boucles imbriquées et un retour unitaire.

La Fonction de transfert en Boucle Fermée de la modélisation ainsi schématisée peut se mettre sous la forme :

$$FTBF(p) = \frac{1}{1 + A_1 \cdot p + B_1 \cdot p^2 + C_1 \cdot p^3} = \frac{1}{1 + 174 \cdot p + 24 \cdot p^2 + 0,81 \cdot p^3}$$

- Q28-** Exprimer les constantes  $A_1$ ,  $B_1$  et  $C_1$  en fonction des caractéristiques du système.
- Q29-** Exprimer la fonction de transfert en boucle ouverte (notée  $FTBO(p)$ ) en fonction de  $A_1$ ,  $B_1$  et  $C_1$ .

### C3- Modélisation du comportement du câble porteur.

L'objet de cette partie est de déterminer la fonction de transfert modélisant le comportement du câble porteur afin d'obtenir une simulation dont la représentativité de la réalité soit acceptable.

Cependant, pour ne pas trop alourdir les calculs, certaines hypothèses sont nécessaires : l'amortissement est négligé et la tension dans le câble secondaire est telle que  $T_C = T_D$  (figure 13).

Pour s'assurer que les câbles restent toujours tendus au cours du fonctionnement, une pré-charge est mise en place lors du montage de l'ascenseur en diminuant la longueur du câble secondaire. Ainsi les tensions et les allongements de chaque brin sont toujours positifs.

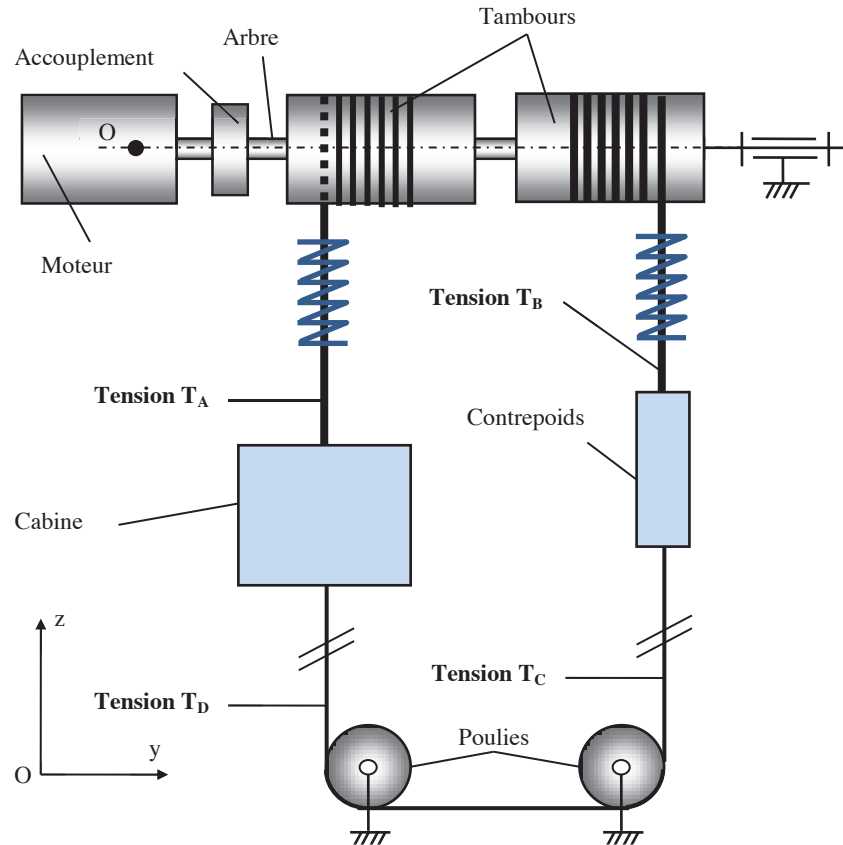


Fig. 13 : motorisation de la cabine avec câbles porteurs élastiques

#### Paramétrage :

- $\theta_{\text{mot}}$  : position angulaire de l'arbre moteur par rapport au référentiel galiléen
- $k_u$  : raideur du câble par unité de longueur
- $K_{\text{câble}} = k_u/L$  (avec  $L$  la longueur tendue du câble)
- $z_{\text{cab}}$  : position de la cabine variant de 0 à  $-h$
- $z_{\text{cont}}$  : position du contrepoids variant de 0 à  $-h$
- $\Delta z_{\text{câble}}$  : allongement élastique du câble porteur A par rapport à son état libre ( $> 0$ )
- $\Delta z'_{\text{câble}}$  : allongement élastique du câble porteur B par rapport à son état libre ( $> 0$ )
- $M_{\text{cab}}$  : masse de la cabine
- $M_{\text{cont}}$  : masse du contrepoids
- $T_i$  : tension dans les câbles ( $> 0$ )

**Q30-** En faisant l'hypothèse que  $T_D = T_C$  et en appliquant le PFD à la cabine et au contrepoids, écrire l'équation différentielle du mouvement de la cabine en fonction de  $M_{\text{cab}}$ ,  $M_{\text{cont}}$ ,  $g$ ,  $k_u$ ,  $\Delta z_{\text{câble}}$ ,  $\Delta z'_{\text{câble}}$ ,  $h$ ,  $z_{\text{cab}}$ ,  $z_{\text{cont}}$  et leurs dérivées.

**Q31-** Proposer une méthode permettant d'utiliser cette équation dans un schéma-bloc.

Le câble porteur est en réalité constitué de deux câbles en parallèle de même diamètre. Dans un souci de simplification des calculs chacun de ces deux câbles sera assimilé à un ressort de raideur  $k_1 = 615\,000$  N/m.

**Q32-** Calculer la raideur globale  $K_{\text{câble}}$  du câble porteur et justifier l'intérêt d'avoir deux câbles.

Pour la suite du problème, un changement d'origine dans la définition de  $\Delta z_{\text{câble}}$  permet d'écrire

$$T_A = M_{\text{cab}} \cdot g + K_{\text{câble}} \cdot \Delta z_{\text{câble}} ;$$

La tension du câble secondaire est négligée.

**Q33-** Montrer que l'équation différentielle liant la vitesse d'allongement du câble aux dérivées de la position de la cabine peut s'écrire :

$$\frac{d}{dt} \Delta z_{\text{câble}} = \frac{M_{\text{cab}}}{K_{\text{câble}}} \cdot \frac{d}{dt} \ddot{z}_{\text{cab}}$$

**Q34-** Sur le document réponse DR2, proposer une modification du schéma-bloc pour prendre en compte ce modèle de comportement élastique du câble.

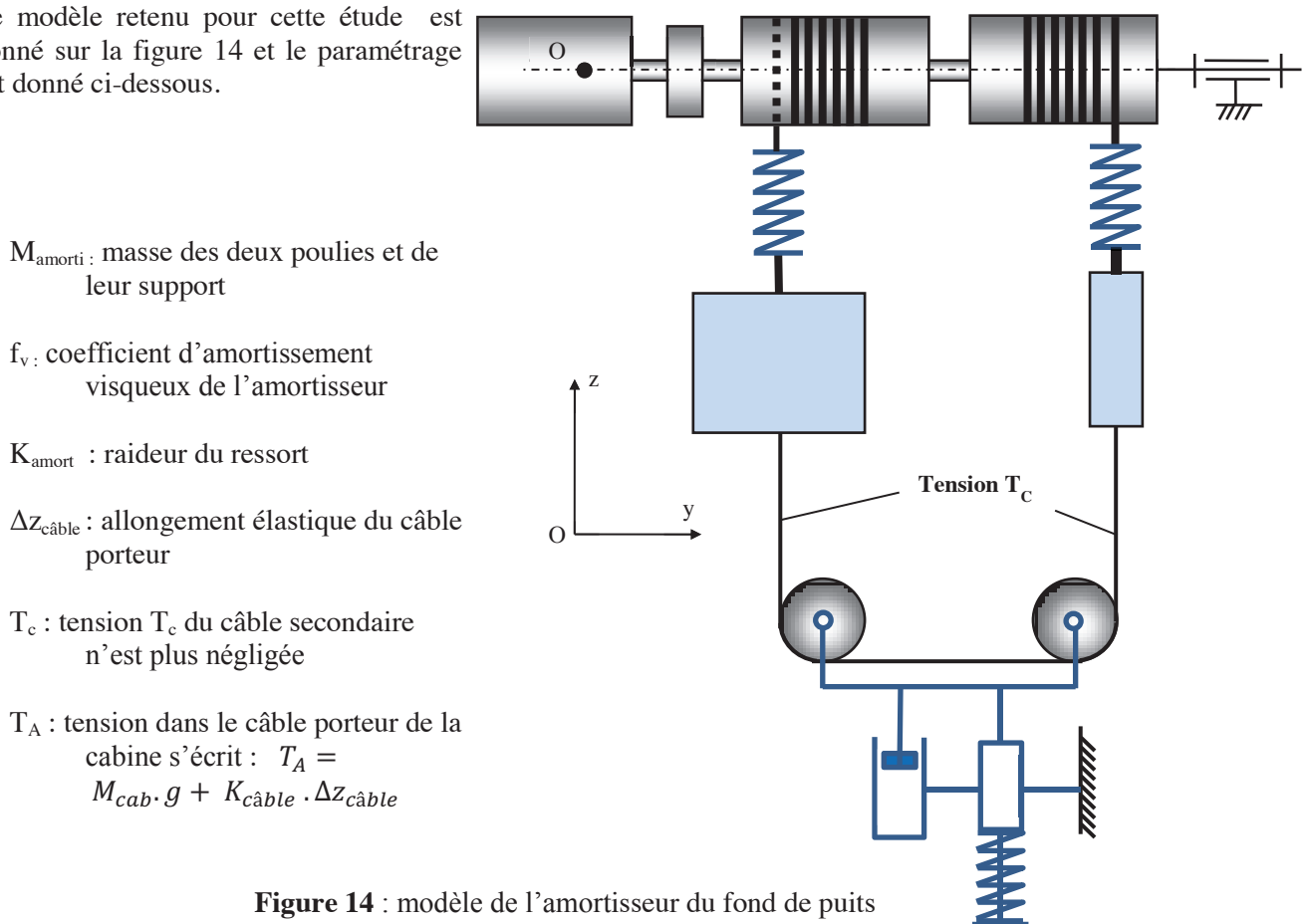
**Q35-** Déterminer l'ordre et la classe de la fonction de transfert en boucle ouverte de la modélisation du document réponse DR2.

#### C4- Modélisation du comportement du ressort-amortisseur

Pour éviter des variations trop brutales de la tension dans les différents câbles et afin de permettre un pilotage satisfaisant de la cabine, le constructeur place un système de ressorts – amortisseurs au fond du puits de descente de la cabine et du contrepoids.

L'objet de cette partie est de déterminer la fonction de transfert modélisant le comportement de ce ressort-amortisseur pour ensuite l'insérer dans le schéma-bloc modélisant l'ensemble du système.

Le modèle retenu pour cette étude est donné sur la figure 14 et le paramétrage est donné ci-dessous.



**Figure 14** : modèle de l'amortisseur du fond de puits

**Q36-** Appliquer le théorème de la résultante dynamique à l'ensemble {poulies, support} et en déduire la tension dans le câble  $T_c$ .

**Q37-** En négligeant  $M_{\text{amorti}}$ , déterminer la fonction  $H(p) = \frac{\Delta z_{\text{câble}}}{z_{\text{cab}}}$ .

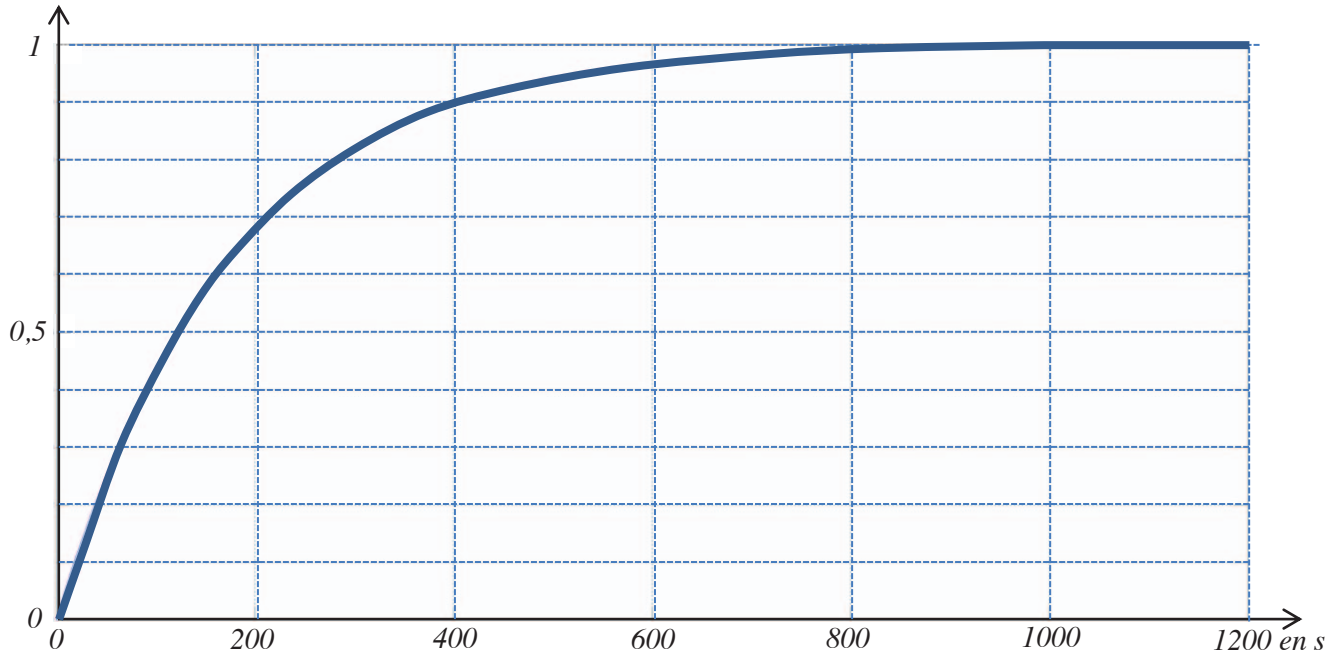


**C5- Validation des critères de performance relatifs à la sensation de chute libre.**

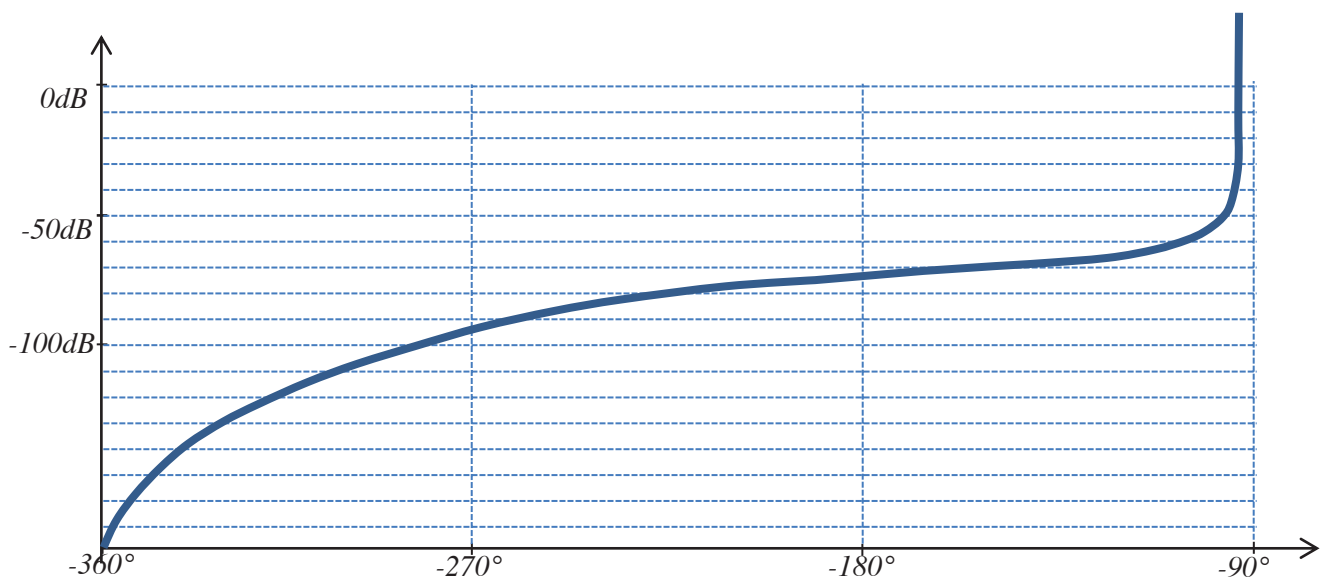
*L'objet de cette partie est de déterminer les performances du système à partir de la modélisation construite précédemment.*

Les 2 figures ci-dessous (fig. 15 et fig. 16) donnent les résultats de simulation obtenus à partir de cette modélisation.

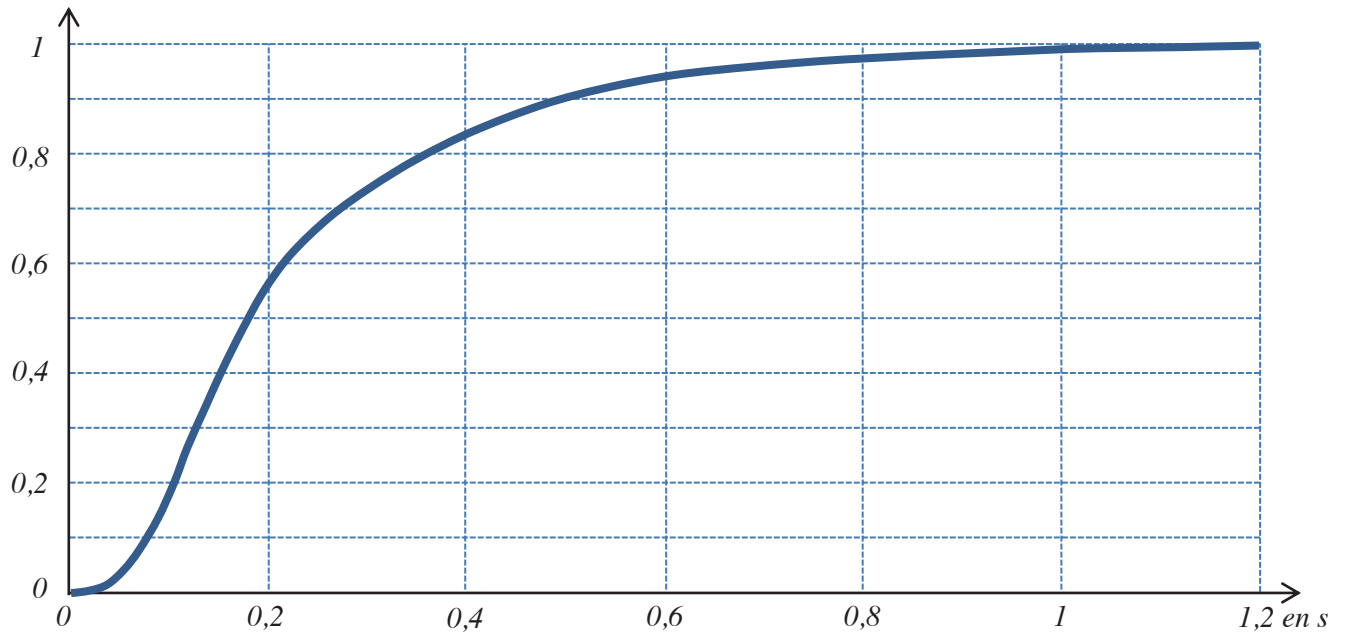
Les 2 figures suivantes (fig. 17 et fig. 18) donnent les résultats de simulation obtenus après l'insertion d'un correcteur dans la chaîne d'action.



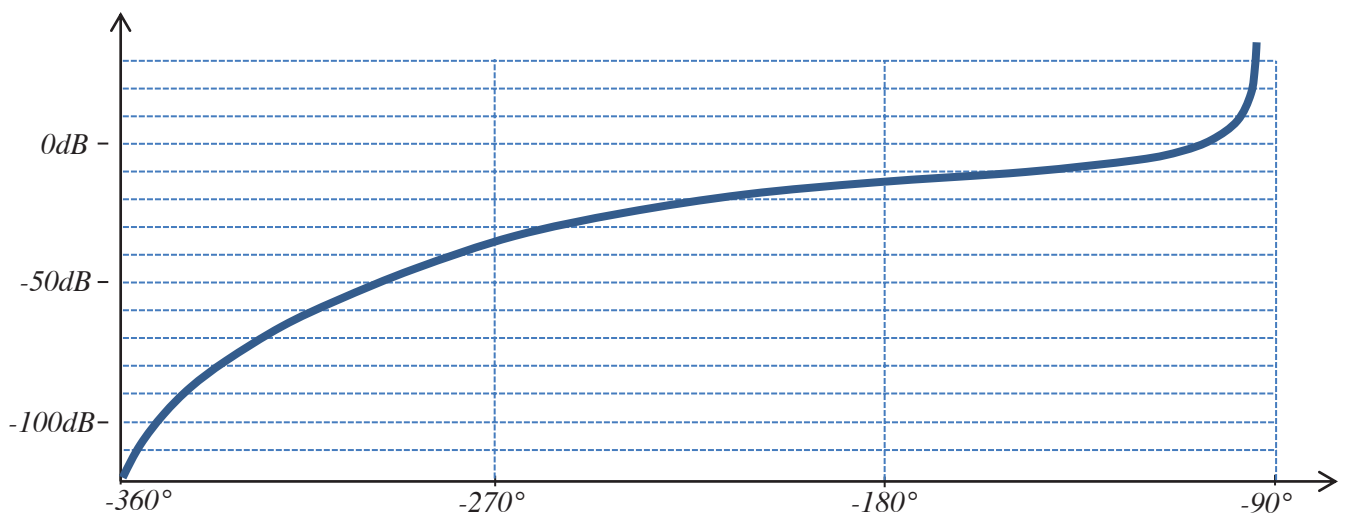
**Figure 15** : réponse indicielle sans correcteur



**Figure 16** : réponse harmonique dans le plan de Black de la FTBO sans correcteur



**Figure 17** : réponse indicielle avec correcteur



**Fig. 18** : réponse harmonique dans le plan de Black de la FTBO avec correcteur

- Q38-** *Au regard des 4 figures précédentes, déterminer le type de correcteur utilisé et estimer sa (ses) grandeur(s) caractéristique(s).*
- Q39-** *Conclure quant à la satisfaction du cahier des charges par le système corrigé.*
- Q40-** *Donner trois hypothèses qui limitent fortement le domaine de validité du modèle retenu. Les hiérarchiser de la moins réaliste à la plus représentative du comportement réel du système.*

## D-Dimensionnement du câble porteur de la cabine

*L'objet de cette partie est de valider la possibilité de dimensionner les câbles porteurs en respectant les deux critères de résistance mécanique (ne pas se rompre) et de décélération d'urgence.*

Pour cette étude, la caractérisation de la phase de vie considérée est la suivante :

- masse de la cabine :  $M_{cab} = 8460$  kg (21 passagers) ;
- position de la cabine :  $z_{cab} = -h = -30$  m ;
- vitesse initiale de la cabine :  $V_{0\ cab} = -63$  km/h ;
- blocage instantané du tambour à  $t = 0$  ;
- la tension maximum du câble porteur est notée  $T_{max}$ .

Modèle de comportement d'un câble :

La contrainte normale (notée  $\sigma$ ) dans un câble, exprimée en MPa (= N/mm<sup>2</sup>), est l'effort F subi par le câble divisé par la section S de câble :  $\sigma = \frac{F}{S}$ . Sa valeur maximale admissible est notée  $\sigma_{max}$ .

L'allongement  $\epsilon$  du câble, exprimé en % de sa longueur totale, est proportionnel à  $\sigma$  avec  $\sigma = E \cdot \epsilon$  où E est une caractéristique du câble appelée module d'Young et exprimée en MPa.

Le diamètre du câble porteur élastique est noté D.

Le câble doit être dimensionné selon deux critères :

- le critère de résistance mécanique du câble est satisfait si la contrainte  $\sigma$  reste inférieure à  $\sigma_{max}$ .
- le critère de décélération maximum est satisfait si la raideur du câble est inférieure à  $k_{max}$ .

**Q41-** Déterminer l'inégalité que doit satisfaire le diamètre D du câble pour respecter le critère de résistance mécanique.

**Q42-** Déterminer l'inégalité que doit satisfaire le diamètre D du câble pour respecter le critère de décélération maximum.

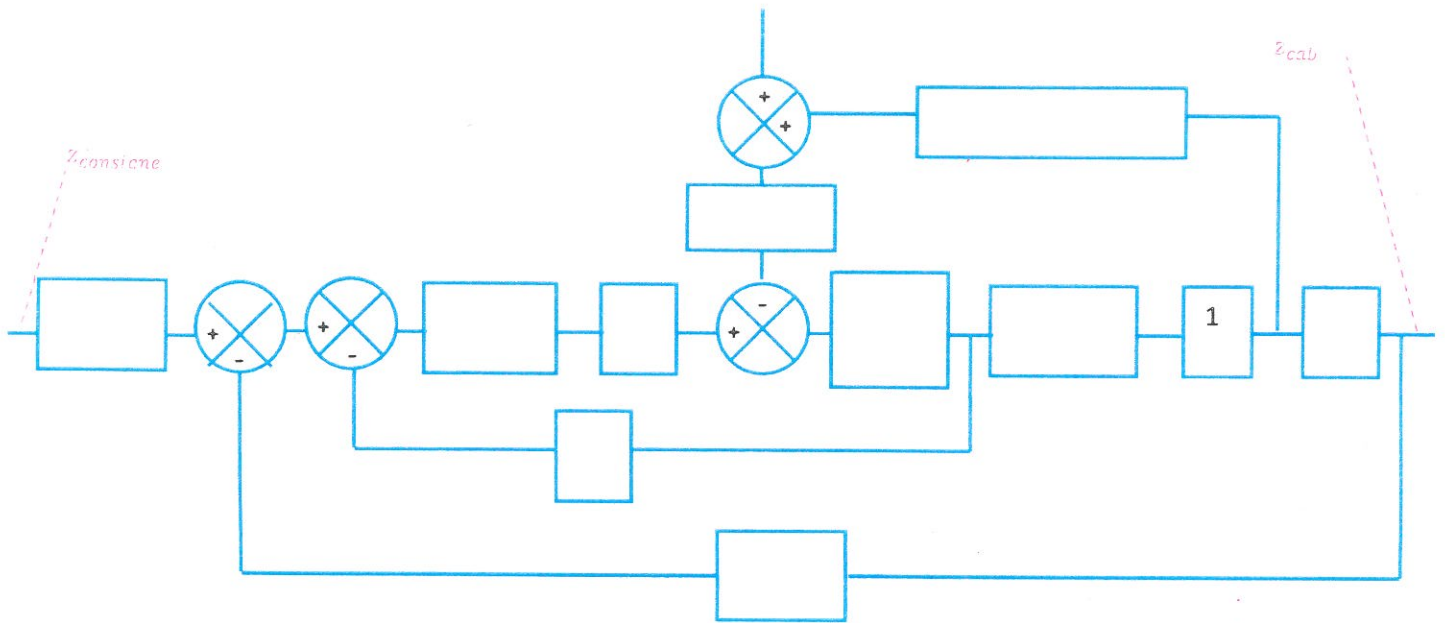
Les deux inégalités précédentes ne peuvent être respectées simultanément.

**Q43-** Proposer une solution technologique qui permette de respecter ces deux critères.

**Q44-** Critiquer le modèle retenu en remettant en cause l'hypothèse la moins réaliste.

-----

Document réponse DR1 :



Document réponse DR2 :

