تمارين حول حساب النهايات

التمرين الأول

أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{\sqrt{x+4}-3}{x-5}$	$\lim\limits_{x\to \frac{1}{2}}\dfrac{8x^3-1}{2x^2+3x-2}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{2x^2-5x-3}{x^2-x-6}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2-x-2}$
$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-x-1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{4x+3}}{\sqrt{2x+4}-\sqrt{x+4}}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{4-x}}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-5x+4}{\sqrt{x}-2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x-2\tan x}{x+\sin 2x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2x-\sin x}{x+\sin 2x}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+6}-\sqrt{x+1}-1}{2x-\sqrt{3+2x}-3}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^4+x^3+x-3}{x^3+x^2-2}$

التمرين الثاني

أحسب ما يلي :

$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x+1}-x$	$\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{4+x^2}-3x$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x-5}+\dfrac{2x}{x-3}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x-10}+x$
$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x-\sqrt{2x}}-\sqrt{x+1}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x-\sqrt{x}+1}-\sqrt{x}$	$\lim\limits_{x\to -\infty}\sqrt{x^2+2x}+x$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^2+3}-x$

التمرين الثالث

حدد النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{\tan x}-\sqrt{\sin x}}{x^2\sqrt{x}}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\sqrt{\cos 2x}}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to \sqrt{2}}\dfrac{(1-x^2)\sqrt{x^2+2}+2}{x^2-2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x^2}{1-\sqrt{\cos x}}$
$\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x}E\left(\dfrac{4}{x}\right)$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} xE\left(\dfrac{4}{x^2}\right)$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}}\dfrac{x-\sqrt{x}}{\sqrt{\tan x-\tan^2 x}}$	$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{E\left(\sqrt{x}\right)}{x^2+1}$

التمرين الرابع

نضع $f(x)=xE\left(\dfrac{2}{x^2+1}\right)$

1) بين أن $|f(x)|\le 2|x| \quad \forall x\in \left]-1,1\right[$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

التمرين الخامس

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{\sqrt{4+\cos x}-2}{x^2}$

1) بين أن $|f(x)|\le \dfrac{1}{x^2} \quad \left(\forall x\in \mathbb{R}^*\right)$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

التمرين السادس

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x+|x|+|x-1|}{x-2}$

1) بين أن $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=4$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$

2) حدد النهايتين $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x<2}} f(x)$

التمرين السابع

نضع $f(x)=\dfrac{(a+2)x^2+(b+3)x+1}{x^2-1}$ حيث $b\ ;\ a$ عددان حقيقيان

1) حدد حسب قيم $b\ ;\ a$ النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) حدد $b\ ;\ a$ كي تكون $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$

3) أدرس حسب قيم $b\ ;\ a$ النهاية $\lim\limits_{x\to-1} f(x)$

التمرين الثامن

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\sqrt{x}+b}{x-2} & : \ x\geq 1 \\ f(x)=\dfrac{2x^2-ax-1}{x^2-x} & : \ x<1 \end{cases}$$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

2) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي a النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

3) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$ ثم حدد العددين a , b كي تقبل f نهاية منتهية في النقطة 1

التمرين التاسع

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :
$$\begin{cases} f(x)=xE\left(\dfrac{1}{x}\right) & ; \ x<0 \\ f(x)=\dfrac{x-E(x)}{\sqrt{x}} & ; \ x>0 \end{cases}$$

1) بين أن $f(x)=\sqrt{x}$ $(\forall x\in\,]0,1[)$ ثم حدد $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$

2) هل الدالة f تقبل نهاية في النقطة $x_0=0$ ؟

التمرين العاشر

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=xE\left(\dfrac{2}{x}\right)$

1) أ- بين أن $2-x<f(x)\leq 2$ $(\forall x>0)$

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$

ج- هل الدالة f تقبل نهاية في النقطة $a=0$

2) أكتب تعبيرا للدالة $f(x)$ على المجال $]2,+\infty[$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$

التمرين الحادي عشر

1) بين أن $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x^p-1}{x-1}=p$ $\left(\forall p\in\mathbb{N}^*\right)$

2) استنتج $\lim\limits_{x\to1}\dfrac{x+x^2+\dots\dots+x^n-n}{x-1}=\dfrac{n(n+1)}{2}$