~ الأولى علوم رياضية ~

سلسلة التطبيقات

التمرين 1

نعتبر التطبيق f من $\mathbb{R}$ نحو $\mathbb{R}$ المعرف بما يلي : $f(x)=x^2+x-2$

1) بين أن التطبيق f تباييني
2) استنتج حلول المعادلة $f(x)=0$

التمرين 2

نعتبر التطبيق f من $\mathbb{N}\times\mathbb{N}$ نحو $\mathbb{N}$ المعرف بما يلي : $f(x,y)=x+y$

1) بين أن التطبيق f شمولي
2) بين أن التطبيق f ليس تباينيا

التمرين 3

نعتبر مجموعتين غير فارغتين E و F . وليكن f تطبيق من E نحو F

1) ليكن A و B عنصرين من $\mathscr{P}(E)$
   أ. بين أنه إذا كان $A\subset B$ فإن $f(A)\subset f(B)$
   ب. استنتج أن $f(A\cap B)\subset f(A)\cap f(B)$
   ج. بين أن $f(A\cup B)=f(A)\cup f(B)$
2) بين أنه إذا كان f تباينيا فإنه لكل عنصرين A و B من $\mathscr{P}(E)$ لدينا
   $f(A\cap B)=f(A)\cap f(B)$
3) بين أن f تقابل إذا وفقط إذا كان لكل جزء A من E لدينا : $f\left(C_E^A\right)=C_F^{f(A)}$

التمرين 4

E و F مجموعتين غير فارغتين . A و B عنصرين من $\mathscr{P}(F)$. نعتبر تطبيقا f من E نحو F

1) بين أنه إذا كان $A\subset B$ فإن $f^{-1}(A)\subset f^{-1}(B)$
2) بين أن $f^{-1}(A\cap B)=f^{-1}(A)\cap f^{-1}(B)$
3) بين أن $f^{-1}(A\cup B)=f^{-1}(A)\cup f^{-1}(B)$
4) بين أن $f^{-1}\left(C_F^A\right)=C_E^{f^{-1}(A)}$

التمرين 5

لتكن E و F و G ثلاث مجموعات غير فارغة . نعتبر f تطبيقا من E نحو F و تطبيقين g و h من F نحو G

1) بين أنه إذا كان f شموليا و أن $g\circ f=h\circ f$ فإن $g=h$
2) بين أنه إذا كان f شموليا و أن $f\circ g=f\circ h$ فإن $g=h$

التمرين 6

E مجموعة غير فارغة . ليكن f تطبيقا من E نحو F و يحقق $f\circ f=f$

1) بين أنه إذا كان f تطبيقا تباينيا أو شموليا فإن f هو التطبيق المطابق

2) E مجموعة غير فارغة . ليكن f تطبيقا من E نحو E و يحقق $f\circ f\circ f=f$

بين أن : f تباييني إذا وفقط إذا كان f شمولي

التمرين 7

1) نعتبر التطبيق $\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ & n & \to & n+(-1)^n \end{array}$. بين أن f تطبيق تبايني

2) نعتبر التطبيق $\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{N}\times\mathbb{N} & \to & \mathbb{N} \\ & (n,p) & \to & 2^n.(1+2p) \end{array}$ . . بين أن f تطبيق تبايني

3) نعتبر التطبيق : $\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{N}\times\mathbb{N}^* & \to & \mathbb{N} \\ & (x,y) & \to & (x+y)^2+y \end{array}$. بين أن f تطبيق تبايني

التمرين 8

1) تحقق من أن : $-1\le\dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}+6}<1$ لكل عنصر x من $\mathbb{R}^+$.

2) نعتبر التطبيق f المعرف بما يلي : $\begin{array}{rccc} f: & \mathbb{R}^+ & \to & [-1,1[\\ & x & \to & \dfrac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}+6} \end{array}$ بين أن f تطبيق تقابلي ، ثم حدد

$\forall x\in[-1,1[\quad f^{-1}(x)$

التمرين 9

نعتبر المجموعتين A و B بحيث : $A=[0,2]$ و $B=[-3,5]$

1) بين أنه إذا كان $x\in A$ فإن $\left(x^2+2x-3\right)\in B$

2) نعتبر التطبيق $\begin{array}{rccc} f: & A & \to & B \\ & x & \to & x^2+2x-3 \end{array}$

بين أن f تطبيق تقابلي محددا تقابله العكسي f^{-1}

التمرين 10

نعتبر التطبيق f من $\mathbb{R}^*$ نحو $\mathbb{R}$ المعرف بما يلي : $f(x)=\dfrac{x-2}{|x|}$

1) أ. حدد إشارة $\dfrac{x}{x-1}$ على المجال $]0,1[$

ب. بين أنه لكل عنصر x من المجال $]0,1[$ لدينا : $f\left(\dfrac{x}{x-1}\right)=f(x)$

2) هل f تطبيق تباييني

التمرين 11

نعتبر التطبيق f المعرف بما يلي : $\begin{array}{rcl} f: \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & x^2+x+9 \end{array}$

1) أ. بين أنه مهما يكن x من $\mathbb{R}$ فإن $f(-1-x)=f(x)$

ب. استنتج أن f تطبيق غير تباييني

2) حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة التالية $f(x)=2$ ثم استنتج أن f تطبيق غير شمولي

3) أ. بين أن $\left[\frac{35}{4},+\infty\right[\subset f(\mathbb{R})$. ب. بين أن $f(\mathbb{R})=\left[\frac{35}{4},+\infty\right[$

التمرين 12

1) نعتبر التطبيق $\begin{array}{rcl} f: \mathbb{R}^+ & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & x-5\sqrt{x}+6 \end{array}$

أ. حل في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلتين $f(x)=0$ و $f(x)=-1$

ب. هل f تطبيق تباييني؟ شمولي؟

2) ليكن التطبيق : $\begin{array}{rcl} g: \left[\frac{25}{4},+\infty\right[& \to & \left[\frac{-1}{4},+\infty\right[\\ x & \to & x-5\sqrt{x}+6 \end{array}$ بين أن g تطبيق تقابلي محددا تقابله العكسي

つづく