الأولى علوم رياضية	فرض 2	2015-14

التمرين الأول

ليكن a , b عددان حقيقيان بحيث $0 < a < b$.

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{a+b}{2} \\ U_{n+1} = a + b - \dfrac{ab}{U_n} \end{cases}$

1) أحسب U_1 و بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad a < U_n < b$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n = \dfrac{U_n - a}{U_n - b}$ لكل عدد طبيعي n .

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \dfrac{b}{a}$

ب- أحسب V_n بدلالة n ثم بين أن $U_n = \dfrac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$

التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة ب: $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 4}{U_n + 1} \end{cases}$

1- بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) \quad U_n > 2$

2- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3- نضع $V_n = \dfrac{1}{U_n - 2}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية و حدد الحد العام V_n بدلالة n

ب- نضع $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad S_n = \dfrac{1}{n^2} \sum_{k=1}^{k=n} \dfrac{U_k}{U_k - 2}$ بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad S_n = \dfrac{n+10}{3n}$

سؤال إضافي

لتكن $(U_n)_{n \geq 1}$ متتالية عددية و بحيث : $(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad \prod_{k=1}^{k=n} U_k = \dfrac{n(n+1)}{2n}$

حدد U_n بدلالة n لكل عدد طبيعي n أكبر أو يساوي 2