A.IV.2.c Remarques

Lorsque l'on connaît les torseurs cinématiques des liaisons, il est simple de retrouver les torseurs statiques associés. Pour cela, il faut

- Intervertir les deux colonnes
- Changer les variables nulles en variables non nulles et inversement en affectant les bonnes lettres X, Y, Z, L, M et N.

Exemple de la liaison pivot d''axe $(0,\vec{x})$

$$\begin{Bmatrix} P_{2/1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})}^{\mathfrak{B}} ; \begin{Bmatrix} 0 & P_{2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})}^{\mathfrak{B}} ; \begin{Bmatrix} X_{2/1} & 0 \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_{P}^{\mathfrak{B}} \quad \forall P \in (O,\vec{x})$$

Attention, cette méthode ne fonctionne pas pour la liaison hélicoïdale : Les inconnues non nulles le restent !

$$\begin{Bmatrix} P_{2/1} & U_{2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})}^{\mathfrak{B}} ; \begin{Bmatrix} U_{2/1} & P_{2/1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{\forall P\in(O,\vec{x})}^{\mathfrak{B}} ; \begin{Bmatrix} X_{2/1} & L_{2/1} \\ Y_{2/1} & M_{2/1} \\ Z_{2/1} & N_{2/1} \end{Bmatrix}_{P}^{\mathfrak{B}} \quad \forall P \in (O,\vec{x})$$

A.V. Contact

Lorsqu'il y a contact entre deux solides, il existe deux cas de figure :

- Soit le contact est supposé parfait, alors l'action locale en tout point est normale à la surface, et si la surface est plane, la résultante de l'action transitant à travers la surface de contact est uniquement portée par la normale à celle-ci
- Soit le contact n'est pas parfait, et il y a adhérence ou frottements

Nous allons ici nous intéresser au cas des contacts imparfaits et considérer le contact entre deux solides notés 1 et 2.

A.V.1 Adhérence/frottement

L'adhérence et le frottement sont des phénomènes qui ont pour principales origines la rugosité des surfaces en contact et les interactions électromagnétiques.

On fait souvent l'erreur de parler de frottement pour parler d'adhérence, définissons donc la différence entre ces deux termes.

A.V.1.a Adhérence

On parle d'adhérence entre deux solides lorsque la vitesse relative entre ces solides est nulle en tout point de la zone de contact :

$$\text{Adhérence : } \forall P \in contact, \vec{V}(P,2/1) = \vec{0}$$

Lorsqu'il y a adhérence, il n'y a pas de glissement

Dans le cas de l'adhérence, on parle d'actions mécaniques (efforts, couples) **transmissibles** par la liaison réalisée grâce à l'adhérence. Cela correspond à l'action mécanique **maximale** qui peut transiter dans la liaison avant qu'il y ait glissement.

A.V.1.b Glissement

On parle de glissement lorsqu'il existe des points de la zone de contact où la vitesse de glissement n'est pas nulle.

$$\text{Glissement : } \exists P \in contact, \vec{V}(P,2/1) \neq \vec{0}$$

Dans le cas du glissement, on parle d'actions mécaniques (efforts, couples) **transmises** par le contact frottant.

A.V.2 Définition du problème

Soient deux solides 1 et 2 en contact sur une surface S quelconque. Soit un point A quelconque de cette surface et $\overrightarrow{dS}$ l'élément de surface autour de A. Appelons $\overrightarrow{dR_{12}}$ l'action élémentaire de 1 sur 2 en A transitant à travers l'élément de surface dS.

Soit $\overrightarrow{n_{12}}$ la normale unitaire sortante de 1 vers 2.

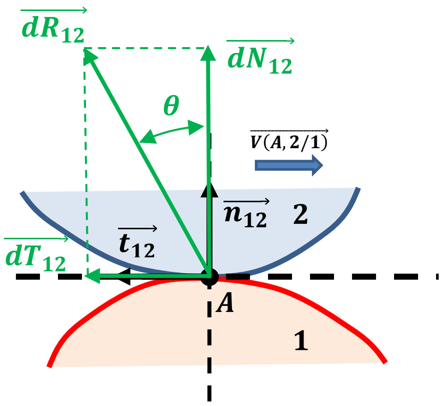
Appelons $\overrightarrow{t_{12}}$ le vecteur unitaire tel que, si le contact était parfait, il y aurait une vitesse relative $\vec{V}(A,2/1)$ non nulle :

$$\overrightarrow{t_{12}} = -\frac{\vec{V}(A,2/1)}{\left\|\vec{V}(A,2/1)\right\|}$$

Soit $\overrightarrow{dN_{12}}$ la composante normale de l'action $\overrightarrow{dR_{12}}$ suivant $\overrightarrow{n_{12}}$ et $\overrightarrow{dT_{12}}$ la composante tangentielle de $\overrightarrow{dR_{12}}$ suivant $\overrightarrow{t_{12}}$. On a :

$$\overrightarrow{dR_{12}} = \overrightarrow{dN_{12}} + \overrightarrow{dT_{12}} = \left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\|\overrightarrow{n_{12}} + \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\|\overrightarrow{t_{12}}$$

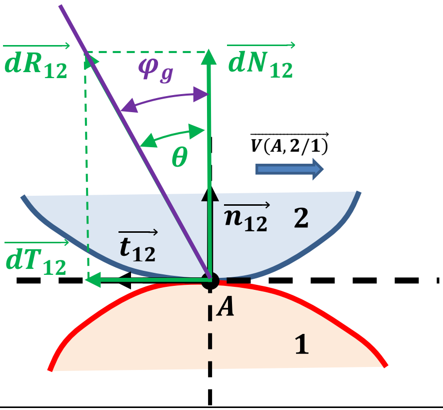
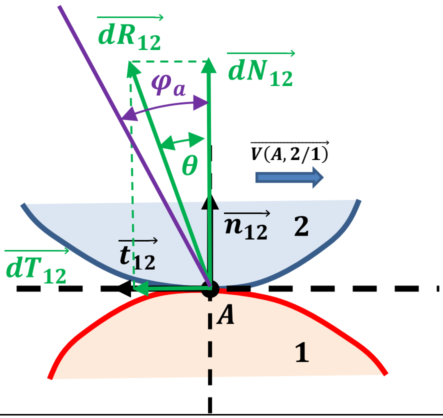
Définissons l'angle θ tel que : $\theta = \left|\left(\widehat{\overrightarrow{dN_{12}}, \overrightarrow{dR_{12}}}\right)\right|$



L'action tangentielle de 1 sur 2 issue de l'adhérence ou du frottement **s'oppose au mouvement possible de 2 par rapport à 1 si le contact était parfait**, qu'il ait lieu ou non.
L'action tangentielle de glissement ou d'adhérence de 1 sur 2 **s'oppose à 2** dans le mouvement 2/1
L'action tangentielle de glissement ou d'adhérence de 2 sur 1 **entraîne 1** dans le mouvement 2/1

A.V.3 Lois de Coulomb

Les lois de Coulomb permettent de déterminer la relation liant la composante normale transitant au contact avec la composante tangentielle issue de l'adhérence/frottement des deux surfaces :

Glissement	Adhérence
$\Vert\overrightarrow{dT_{12}}\Vert = f_g \Vert\overrightarrow{dN_{12}}\Vert$ $f_g = \tan\varphi_g$ $\theta = \varphi_g$ f_g est appelé coefficient de frottement φ_g est appelé angle de glissement	$\Vert\overrightarrow{dT_{12}}\Vert < f_a \Vert\overrightarrow{dN_{12}}\Vert$ $f_a = \tan\varphi_a$ $\theta \leq \varphi_a$ f_a est appelé coefficient d'adhérence φ_a est appelé angle d'adhérence
L'action $\overrightarrow{dR_{12}}$ est **sur** le cône de frottement  	L'action $\overrightarrow{dR_{12}}$ est **dans** le cône de frottement 

Lorsqu'il y a adhérence, une inégalité complique grandement les démarches de résolution. Dans ce cas, on se placera souvent « **à la limite du glissement** », de manière à traiter le cas limite entre adhérence et glissement, cas où on écrira :

$$\Vert\overrightarrow{dT_{12}}\Vert = f_a \Vert\overrightarrow{dN_{12}}\Vert$$

A.V.4 Passage Local – Global

A.V.4.a Formules générales

Lors de la détermination d'actions de contact avec adhérence ou frottement sur l'intégralité d'une surface, il convient de bien définir l'action locale $\overrightarrow{dR_{12}}$ avec ses deux composantes, puis de définir le moment en O $\overrightarrow{dM_O^{12}}$ de cette action en un point P courant sur la zone de contact puis enfin de les intégrer.

$$\boxed{\begin{gathered}\overrightarrow{dR_{12}} = \left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\|\overrightarrow{n_{12}} + \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\|\overrightarrow{t_{12}} = pdS\overrightarrow{n_{12}} + fpdS\overrightarrow{t_{12}} \\ \overrightarrow{dM_O^{12}} = \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{dR_{12}} \\ \forall O, \{T_{12}\} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{R_{12}} = \int_S \overrightarrow{dR_{12}} \\ \overrightarrow{M_O^{12}} = \int_S \overrightarrow{dM_O^{12}} \end{Bmatrix}_O\end{gathered}}$$

Remarque importante : Prétendre que le moment $\overrightarrow{M_O^{12}}$ se calcul avec la résultante intégrée $\overrightarrow{R_{12}}$ est généralement une erreur. En effet :

$$\overrightarrow{M_O^{12}} = \int_S \overrightarrow{dM_O^{12}} = \int_S \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{dR_{12}}$$

est différent dans le cas général de

$$\overrightarrow{OP} \wedge \int_S \overrightarrow{dR_{12}} = \overrightarrow{OP} \wedge \overrightarrow{R_{12}}$$

A.V.4.b Cas du contact Plan/Plan en mouvement de translation

Dans le cas d'un contact entre deux surfaces planes sur une surface S, on a :

$$\overrightarrow{dF_{12}} = \overrightarrow{dN_{12}} + \overrightarrow{dT_{12}}$$

$$\overrightarrow{dN_{12}} = p(P)dS\overrightarrow{n_{12}} \quad ; \quad \begin{cases} \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\| = f_g\left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\| \text{ en cas de glissement} \\ \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\| < f_a\left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\| \text{ en cas d'adhérence} \end{cases}$$

On notera f ce coefficient d'adhérence ou de frottement et on suppose qu'il est constant.

On peut définir les actions normale $\overrightarrow{N_{12}}$ et tangentielle $\overrightarrow{T_{12}}$ globales :

$$\overrightarrow{N_{12}} = \int_S \overrightarrow{dN_{12}} \quad ; \quad \overrightarrow{T_{12}} = \int_S \overrightarrow{dT_{12}}$$

Appelons : $T = \left\|\overrightarrow{T_{12}}\right\| \quad ; \quad N = \left\|\overrightarrow{N_{12}}\right\|$

Le contact étant plan et le mouvement étant un mouvement de translation, tous les petits vecteurs $\overrightarrow{dT_{12}}$ sont parallèles et dans le même sens, on a donc :

$$\left\|\overrightarrow{T_{12}}\right\| = \int_S \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\|$$

Ce qui donne :

$$T = \left\|\overrightarrow{T_{12}}\right\| = \int_S \left\|\overrightarrow{dT_{12}}\right\| = \int_S f\left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\| = f\int_S \left\|\overrightarrow{dN_{12}}\right\| = fN$$

On a la relation au niveau global : $\boxed{\begin{cases} T = fN \text{ en cas de glissement} \\ T < fN \text{ en cas d'adhérence} \end{cases}}$

Attention : hormis dans le cas du contact Plan/Plan où l'on peut parler des actions $\vec{T}$ et $\vec{N}$ comme les intégrales des actions $\overrightarrow{dT}$ et $\overrightarrow{dN}$ au contact, qui sont dans les mêmes directions que les actions locales et donc compréhensibles, dès que l'on a des surfaces non planes, les exprimer n'a plus de sens car à quelle normale correspondrait $\vec{N}$? et à quelle direction tangentielle correspondrait $\vec{T}$?

A.V.4.c Cas du contact ponctuel

Dans le cas d'un contact ponctuel, modèle d'un contact réel, il existe la même relation :

$$\begin{cases} T = fN \text{ en cas de glissement} \\ T < fN \text{ en cas d'adhérence} \end{cases}$$

A.V.5 Coefficients de frottement et d'adhérence

Les coefficients f_g et f_a dépendent de plusieurs paramètres. Nous retiendrons, pour nos applications, les paramètres principaux suivants :

- Matériaux des deux solides en contact
- Nature du contact : sec ou humide

Voici quelques coefficients pour des matériaux souvent rencontrés :

Matériau 1	Matériau 2	f_g	f_a
Acier	Acier	0,15	0,2
Acier	Garniture de frein	0,25	0,4
Pneu	Route sèche	0,5	0,8
Pneu	Route mouillée	0,35	0,5

En général, si ce n'est pas précisé, on confondra coefficient de frottement et coefficient d'adhérence qui ont des valeurs proches, on aura alors :

$$f = f_g = f_a \quad ; \quad \varphi = \varphi_g = \varphi_a$$