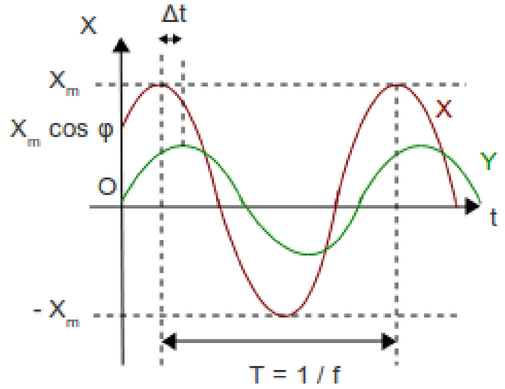
Signal sinusoïdal

Caractéristiques

$X = X_m \cos(\omega t + \varphi)$



Amplitude

X_m

Phase à l'origine

φ

Pulsation

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Déphasage

$\Delta\varphi = \varphi_Y - \varphi_X = -\omega\ \Delta t$

Valeur moyenne, efficace

$< X >= \frac{1}{T}\int_0^T X\ \mathrm{d}t$

$X_{\mathrm{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T X^2\ \mathrm{d}t} = \frac{X_m}{\sqrt{2}}$

LDM, LDN, ...

$\frac{\mathrm{d}^2X}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\ \frac{\mathrm{d}X}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2\ X = \omega_0^2\ A_m \cos(\omega t + \varphi)$

Solution

$X(t) = X_g(t) + X_p(t) \simeq X_p(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi_X)$

Méthode complexe

A toute grandeur X, on associe une grandeur complexe.

$\underline{X} = X_m\ \mathrm{e}^{j\varphi_X}\mathrm{e}^{j\omega t} = \underline{X_m}\ \mathrm{e}^{j\omega t}$

$X = \mathrm{Re}(\underline{X})$

$X_m = |\underline{X_m}| = |\underline{X}|$

$\varphi_X = \arg(\underline{X_m})$

$\mathrm{Re}(\underline{X_m}) = X_m\ \cos\varphi_X$

Équation différentielle complexe associée

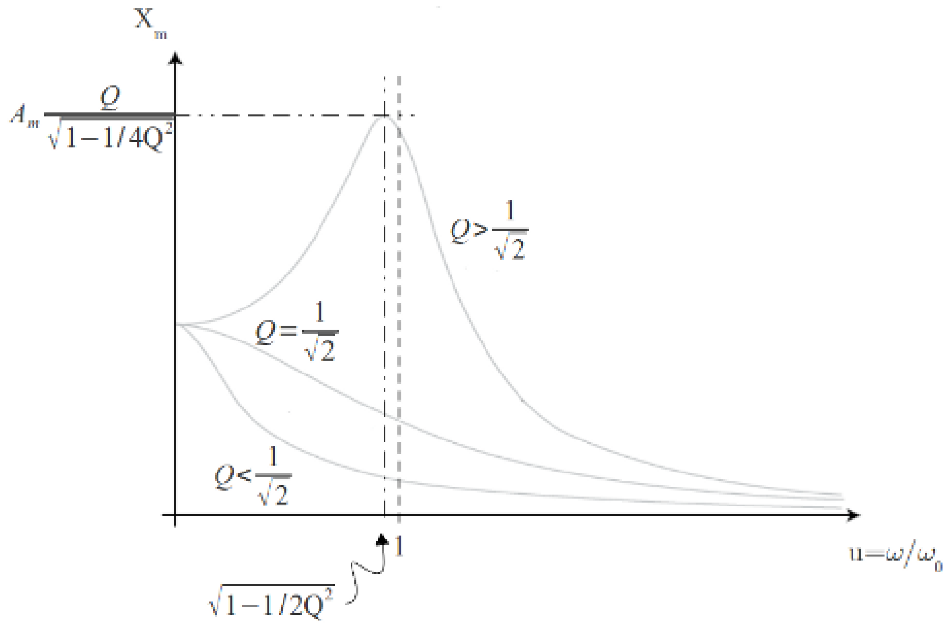
$\ddot{\underline{X}} + \frac{\omega_0}{Q}\ \dot{\underline{X}} + \omega_0^2\ \underline{X} = \omega_0^2\ \underline{A_m}\mathrm{e}^{j\omega t}$

$\underline{A_m} = A_m\mathrm{e}^{j\varphi}$

Injection de la solution complexe

$X_m = f(\omega/\omega_0) = f(u)$

$\Delta\varphi = \varphi_X - \varphi = \arg\left(\frac{\underline{X_m}}{\underline{A_m}}\right)$



Résonance en amplitude

$Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\omega = \omega_r \neq \omega_0$

Régime sinusoïdal forcé

Régime sinusoïdal forcé : on peut associer à tout dipôle une impédance, permettant alors d'utiliser directement les lois des circuits.

$\underline{Z}$

Pour tout dipôle :

$\underline{U} = \underline{Z} \times \underline{I}$

- Résistance: $\underline{Z} = R$
- Inductance: $\underline{Z} = jL\omega$
- Capacité: $\underline{Z} = \frac{1}{jC\omega}$

Ces expressions permettent d'étudier le comportement asymptotique des dipôles.

Lois des circuits

- Loi d'association
- Lois de Kirchhoff
- Modèles de Thévenin / Norton
- Loi des noeuds en termes de potentiel
- Théorème de Millman

Aspects énergétiques

$P = u\ i$

$< P >= U_{\mathrm{eff}}\ I_{\mathrm{eff}}\ \cos\varphi = \mathrm{Re}(\underline{Z})\ I_{\mathrm{eff}}^2 = \mathrm{Re}\left(\frac{1}{\underline{Z}}\right)\ U_{\mathrm{eff}}^2$

$\varphi = \varphi_U - \varphi_I$

$< P_R >= R\ I_{\mathrm{eff}}^2\ ;\ \varphi = 0$

$< P_L >= 0\ ;\ \varphi = \frac{\pi}{2}$

$< P_C >= 0\ ;\ \varphi = -\frac{\pi}{2}$

$< P_{\text{générateur}} =< P_R > +0 + 0$