

ÉPREUVE DE TRAVAUX PRATIQUES

Durée : 2 heures

Important

Sur la fiche réponse distribuée en même temps que cet énoncé est indiqué un numéro u_0 qui servira d'entrée à vos programmes. Au verso de ce sujet se trouve une autre fiche réponse, déjà remplie pour une valeur de \tilde{u}_0 particulière (précisée sur cette même fiche et que nous notons avec un tilde pour éviter toute confusion). Cette fiche est destinée à vous aider à vérifier le résultat de vos programmes en les testant avec \tilde{u}_0 au lieu de u_0 . Vous indiquerez vos réponses (correspondant à votre u_0) sur la fiche vierge que vous remettrez en fin d'épreuve.

Il est recommandé de commencer par lancer vos programmes sur des tableaux de petite taille vous permettant de vérifier la validité de vos algorithmes sur des exemples que vous aurez résolus préalablement à la main, puis de les tester avec la valeur \tilde{u}_0 fournie sur la fiche exemple. **N'oubliez pas de faire des sauvegardes régulières de votre travail** sous peine de devoir tout reprendre en cas de plantage du système.

Notez enfin que les étoiles précisent le degré de difficulté estimée de chaque question.

Génération d'un tableau

Le sujet propose divers parcours d'un tableau t de taille $n = 10\,000$ dont les éléments valent 0 ou 1. Le tableau est initialisé comme suit. On définit la suite récurrente d'entiers $(u_i)_{0 \leq i \leq n-1}$ par :

- u_0 est le nombre inscrit sur votre fiche réponse ;
- pour tout i compris entre 1 et $n - 1$, $u_i = (16\,365 \times u_{i-1}) \bmod 65\,521$.

Puis, pour $0 \leq i \leq n - 1$, on pose $t[i] = u_i \bmod 2$.

Question 1. Quelles sont les valeurs de u_{1000} ? de u_{5000} ?

Question 2. Combien d'éléments du tableau t sont égaux à 1 ? Quel est l'indice du 1 000^e d'entre eux ?

Coupes

Une *coupe* $t[i : j]$ du tableau t est une suite d'éléments consécutifs $t[i], t[i + 1], \dots, t[j - 1]$ où $0 \leq i \leq j \leq n$. Noter que $t[i : j]$ est de longueur $j - i$ (en conséquence de quoi si $i = j$ la coupe est vide).

Une coupe $t[i : j]$ est un *palindrome* si elle est égale à la coupe obtenue en prenant ces éléments à l'envers, c'est-à-dire si $t[i] = t[j - 1]$, $t[i + 1] = t[j - 2]$, $t[i + 2] = t[j - 3]$, etc.

Question 3. Déterminer le nombre de palindromes de longueur 7 présents dans le tableau t , et préciser le deuxième plus petit indice i tel que $t[i : i + 7]$ soit un palindrome de longueur 7.

* **Question 4.** Déterminer la longueur l_{\max} du plus long palindrome présent dans t ainsi que le plus petit indice i tel que $t[i : i + l_{\max}]$ soit un palindrome.

On dit qu'une coupe $t[i : j]$ est un *plateau* lorsque tous ses éléments sont nuls.

Question 5. Déterminer la longueur l_{\max} du plus long plateau présent dans t ainsi que le plus grand indice i tel que $t[i : i + l_{\max}]$ soit un plateau.

On dit qu'une coupe $t[i : j]$ est *équilibrée* lorsqu'elle comporte autant de 0 que de 1.

** **Question 6.** Déterminer la longueur maximale d'une coupe équilibrée.

On interprète à présent une coupe comme l'écriture en base 2 d'un entier naturel. Par exemple, l'interprétation de la coupe $[0, 1, 0, 1, 1]$ est l'entier $8 + 2 + 1 = 11$.

Question 7. Calculer l'interprétation de la coupe $t[1000 : 1020]$.

* **Question 8.** Déterminer le plus petit entier naturel qui ne soit pas l'interprétation d'une coupe de t .

* **Question 9.** Donner la plus grande des interprétations des coupes de longueur 20 qui soit un nombre premier.

Exemple de fiche réponse avec $\tilde{u}_0 = 13$

Question 1.

$$u_{1000} = 57\ 067$$

$$u_{5000} = 43\ 145$$

Question 2.

$$\text{Nombre de 1 : } 5\ 046$$

$$\text{Indice du 1 000}^{\text{e}} : 2\ 002$$

Question 3.

$$\text{Nombre de palindromes : } 1\ 255$$

$$\text{Indice de début du 2}^{\text{e}} : 23$$

Question 4.

$$\ell_{\max} \text{ d'un palindrome : } 29$$

$$\text{Indice de début du 1}^{\text{er}} : 4004$$

Question 5.

$$\ell_{\max} \text{ d'un plateau : } 14$$

$$\text{Indice de début du dernier : } 450$$

Question 6.

$$\ell_{\max} \text{ d'une coupe équilibrée : } 6640$$

Question 7.

$$\text{interprétation de } t[1000 : 1020] : 678\ 358$$

Question 8.

$$\text{plus petit entier absent : } 1\ 232$$

Question 9.

$$\text{coupe première maximale pour } \ell = 20 : 1\ 048\ 423$$