

EPREUVE SPECIFIQUE – FILIERE MP

SCIENCES INDUSTRIELLES (S.I.)

Durée : 3 heures

Les calculatrices sont autorisées

* * *

NB : Le candidat attachera la plus grande importance à la clarté, à la précision et à la concision de la rédaction.

Si un candidat est amené à repérer ce qui peut lui sembler être une erreur d'énoncé, il le signalera sur sa copie et devra poursuivre sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre.

* * *

ETUDE DU SYSTEME DE FREINAGE DE L'A318



Nous tenons tout d'abord à remercier la société Airbus France pour l'accueil qu'elle nous a réservé.

Les différentes parties de cet énoncé sont indépendantes et peuvent être traitées dans un ordre indifférent. Les valeurs numériques sont approchées pour la facilité de certains calculs.

La problématique

Le freinage est une des fonctions vitales d'un avion, au même titre que la propulsion ou la sustentation. C'est grâce à lui que l'avion peut s'immobiliser après l'atterrissage, circuler au sol en toute sécurité mais également s'arrêter en cas d'urgence lors d'une interruption de décollage alors que l'avion est à pleine charge de carburant et lancé à la vitesse de décollage (même si le risque est de l'ordre de 1 pour 1 million de décollages). Outre les freins, le pilote peut aussi actionner les inverseurs de poussée des moteurs et les aérofreins.

La fonction globale de freinage doit répondre à des exigences économiques et opérationnelles extrêmement élevées :

- Les exigences économiques sont essentiellement relatives à la maintenance des équipements et au renouvellement des parties consommables (les freins et les pneumatiques), dont la périodicité dépend directement de l'endurance de ceux-ci. La notion de coût à l'atterrissage (CPL ou "Cost Per Landing") est un paramètre essentiel pour les compagnies.
- Les exigences opérationnelles se déclinent essentiellement en trois qualités techniques : sécurité, efficacité et confort de freinage.

On retiendra le cas de l'Airbus A318 (voir Figure 1), avion commercial de 120 places et de rayon d'action de 3240 km. La masse maximale au décollage est de 60.10^3 kg et la vitesse de décollage est estimée à 240 km/h. Pour les atterrisseurs, on distingue (voir Figure 2) :

- le train avant qui, en dehors de l'appui, est orientable ce qui lui permet d'agir sur les trajectoires au sol mais qui n'est pas équipé de freins,
- les deux trains principaux au niveau des ailes, chacun portant deux roues freinées indépendamment.

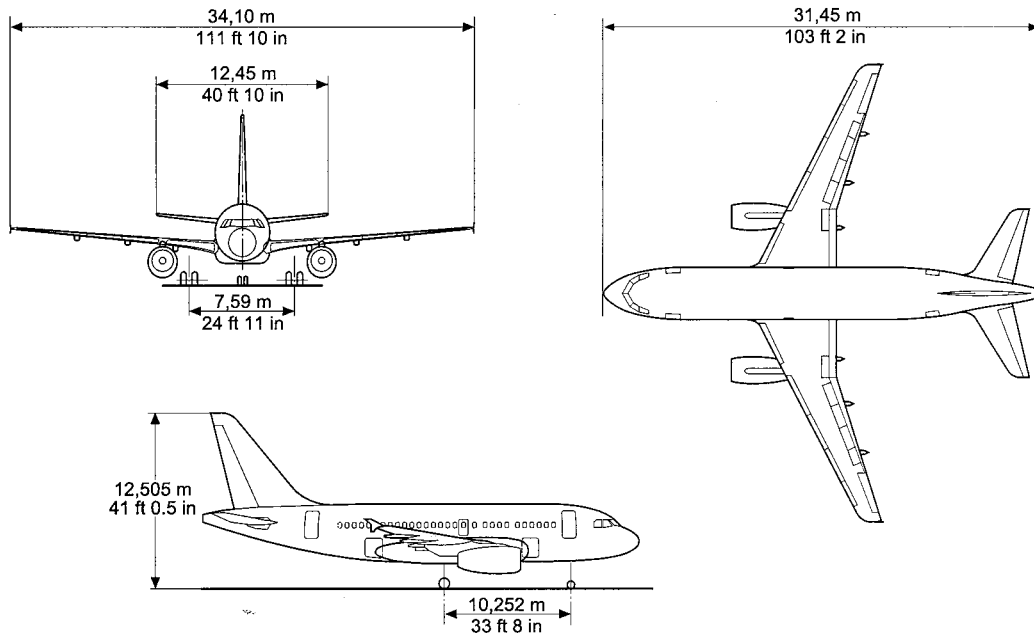


Figure 1 : *Caractéristiques de l'A318*

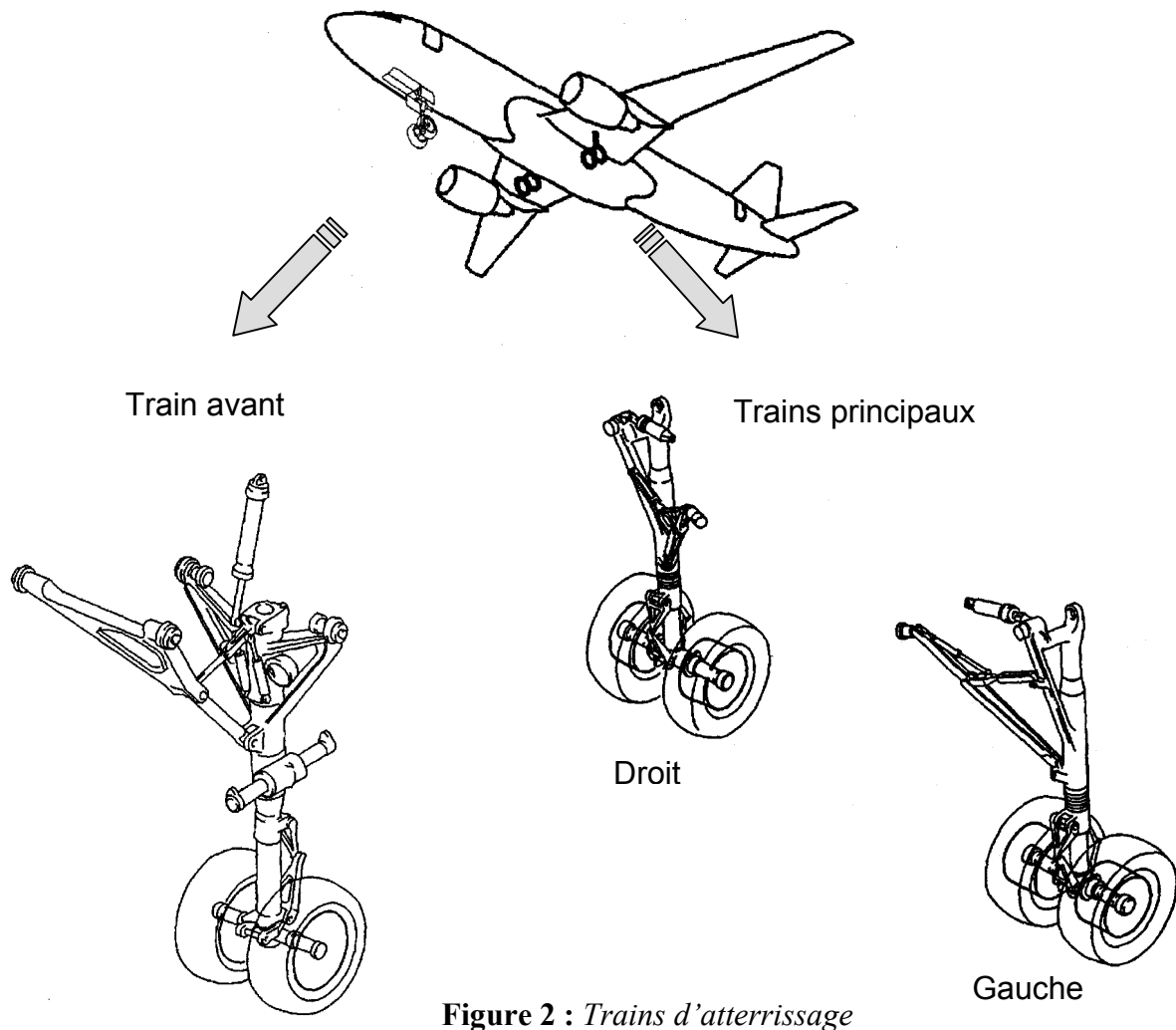


Figure 2 : *Trains d'atterrissage*

1^{ère} PARTIE : Freinage et décélération

On considère l'avion à l'arrêt sur la piste. On note G son centre de gravité, $(G, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ un repère galiléen où \vec{z}_0 est la verticale descendante du lieu, \vec{N}_1 les actions de contact supposées égales au niveau de chacune des quatre roues des trains principaux, \vec{N}_2 l'action de contact au niveau du train avant.

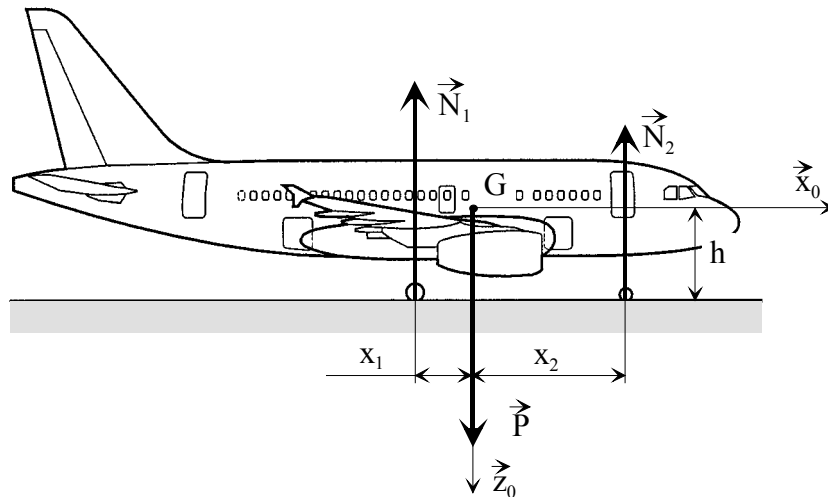


Figure 3

On donne :

- masse de l'avion $M = 60.10^3 \text{ kg}$ et $g = 10 \text{ ms}^{-2}$
- $x_1 = 2 \text{ m}$, $x_2 = 8 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$
- diamètre des roues du train principal : $D = 1 \text{ m}$
- coefficient d'adhérence pneu-piste $f_0 = 1,5$.

Les composantes des efforts seront exprimées en projection sur $\vec{n} = -\vec{z}_0$.

Question 1-1 : Déterminer les expressions littérales et les valeurs numériques :

- des efforts normaux \vec{N}_1 au niveau de chacune des quatre roues de l'atterrisseur principal,
- de l'effort normal \vec{N}_2 au niveau du train avant.

Question 1-2 : Les freins de parking bloquant les roues du train principal, déterminer la valeur limite de la composante tangentielle T_1 au niveau de chaque roue conduisant au glissement des pneus sur la piste.

Question 1-3 : En déduire la valeur du « couple minimal de freinage » que doivent exercer les freins de parking au niveau de chaque roue.

On considère maintenant le scénario suivant : l'avion roule sur la piste à pleine vitesse, soit $V_0 = 240 \text{ km/h}$, et seuls les freins sont actionnés pour un arrêt d'urgence (voir Figure 4). On suppose que le « couple de freinage » C_f exercé sur chacune des roues du train principal est constant et n'entraîne pas le glissement des roues sur la piste.

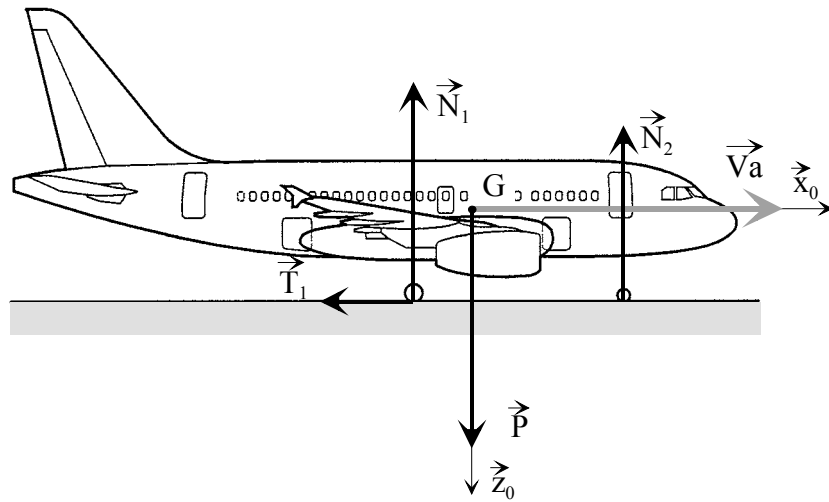


Figure 4

Question 1-4 : Calculer l'énergie à dissiper.

Question 1-5 : La constance du « couple de freinage » entraîne un mouvement à décélération constante $a \cdot \vec{x}_0$ ($a < 0$). On conserve les notations T_1 et T_2 pour les efforts tangentiels. Dans ces conditions, donner les expressions littérales :

- des efforts normaux \vec{N}_1' au niveau de chacune des quatre roues de l'atterrisseur principal,
- de l'effort normal \vec{N}_2' au niveau du train avant.
- Comparer \vec{N}_1' et \vec{N}_2' à \vec{N}_1 et \vec{N}_2 .

Question 1-6 : On se place à la limite du glissement des roues sur la piste. Calculer :

- les nouveaux efforts normaux \vec{N}_1' au niveau de chacune des quatre roues de l'atterrisseur principal et \vec{N}_2' au niveau du train avant,
- l'effort tangentiel \vec{T}_1' au niveau de chacune des quatre roues du train principal.

Question 1-7 : En déduire :

- la valeur du « couple limite de freinage » C_f par roue,
- la valeur de la décélération maximale a_{\max} à laquelle peut être soumis l'avion,
- la distance ainsi parcourue avant l'arrêt de l'appareil.

En pratique, pour le confort des passagers, le freinage entraîne un mouvement uniformément décéléré de valeur $a = -3 \text{ ms}^{-2}$.

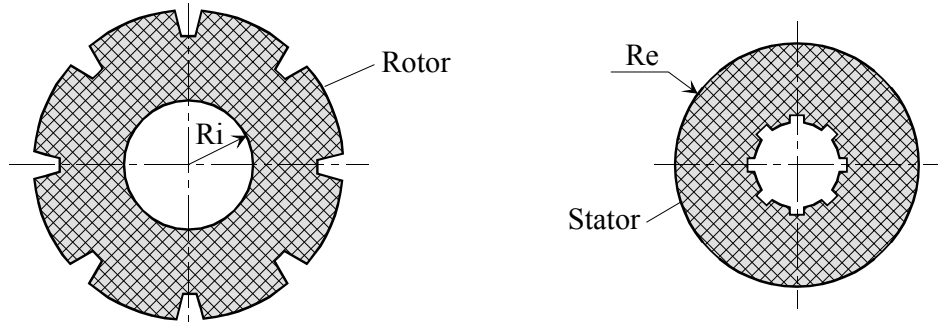
Question 1-8 : Dans ces conditions, déterminer les valeurs numériques :

- du couple de freinage par roue,
- de la distance parcourue avant l'arrêt de l'appareil,
- de la puissance moyenne dissipée.

2^{ème} PARTIE : Constitution des freins

Les disques de frein sont empilés les uns sur les autres, constituant ce qu'on appelle un "puits de chaleur" en raison de la température qu'ils peuvent atteindre : jusqu'à 3 000°C pour un avion freiné à pleine vitesse !

La moitié de ces disques est solidaire de la roue (ou jante) et tourne avec elle, ce sont les rotors ; l'autre moitié est solidaire de l'avion par l'intermédiaire de l'essieu et ne tourne pas, ce sont les stators. Ils sont montés en alternance. Ce sont ainsi les frottements des disques les uns sur les autres qui assurent le freinage.

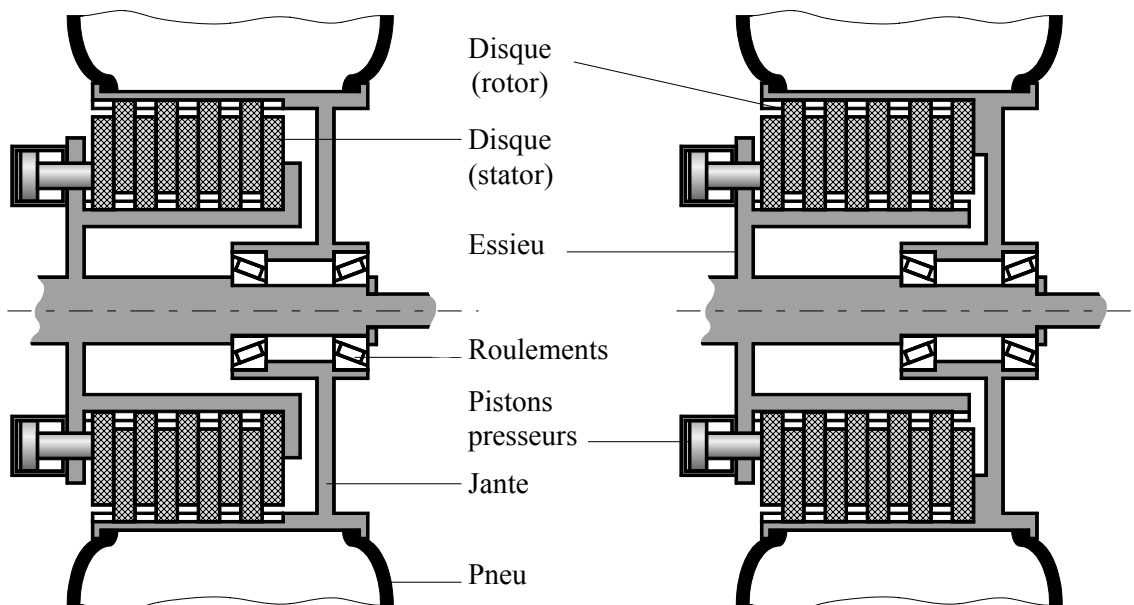


Les disques de friction sont en carbone pour des raisons de température de fonctionnement et de légèreté.

Le premier disque sur lequel agissent les pistons à l'origine des efforts presseurs est un stator solidaire de l'essieu. La figure ci-dessous montre deux solutions de montage pour le dernier disque :

- **Solution 1** : le dernier disque est monté sur l'essieu, c'est donc un stator
- **Solution 2** : le dernier disque est monté sur la jante, c'est donc un rotor.

On souhaite d'autre part, lors de la mise en pression des pistons, une constance de l'effort axial auquel les roulements coniques sont soumis.



Solution 1

Solution 2

Question 2-1 : Parmi les deux solutions proposées, quelle solution retiendriez-vous ? Justifiez votre choix.

Par mesure de sécurité, le dispositif de freinage est dédoublé sur chaque roue. Ainsi, $2 \times N_p$ pistons sont montés sur chaque essieu (voir Figure 5) mais seulement N_p agissent simultanément sur les disques de frein, les N_p autres n'étant utilisés qu'en cas de défaillance du système de freinage principal.

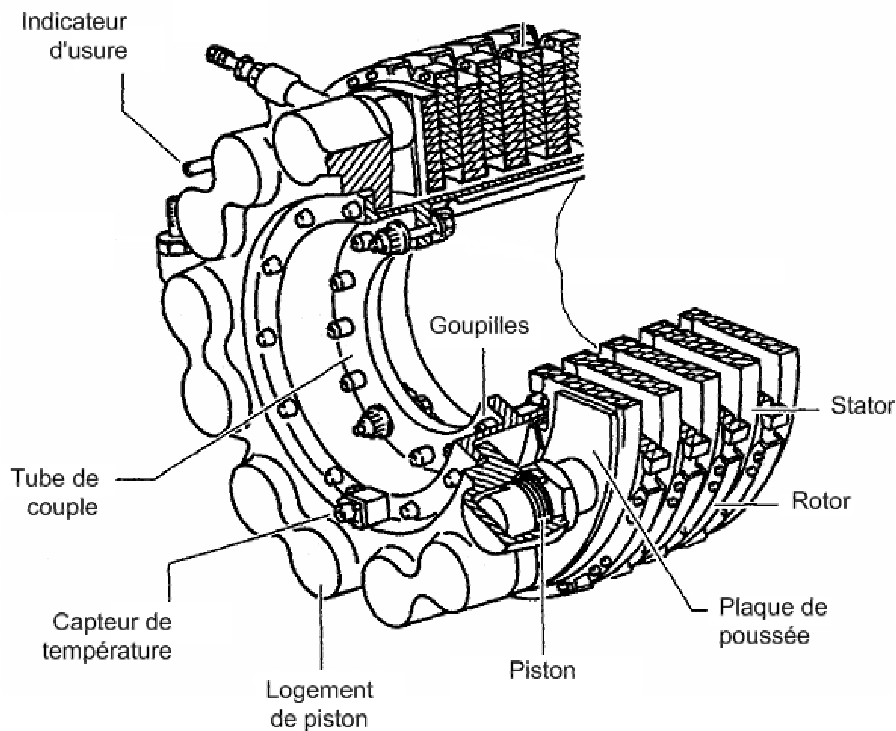


Figure 5

On note :

- P_h : pression hydraulique d'alimentation des pistons,
- p : pression supposée uniforme entre les deux faces des disques en contact,
- S_p : section d'un piston,
- N_p : nombre de pistons actifs,
- N_d : nombre de disques (stator + rotor) par roue,
- F : effort presseur délivré par l'ensemble des pistons actifs,
- R_i et R_e : respectivement rayons intérieurs et extérieurs des parties actives des disques de friction,
- f : coefficient de frottement de glissement entre les disques.

Question 2-2 : On désigne par V_a la vitesse de l'avion et on suppose aucun glissement des roues sur la piste. En déduire l'expression de la vitesse de glissement V_g des garnitures de friction en regard pour un point situé à la distance r de l'axe de rotation.

Question 2-3 : Exprimer l'effort presseur F auquel est soumis chaque face des disques de friction en fonction de P_h , S_p et N_p .

Question 2-4 : En déduire l'expression de la pression p , supposée uniforme, entre deux disques en contact.

On considère un élément de surface dS situé sur un rotor à une distance r ($R_i < r < R_e$) de l'axe de la roue (voir Figure 6).

Question 2-5 : Démontrer, en s'aidant des indications de la Figure 6, que la contribution au couple de freinage de deux surfaces en regard est donnée par l'expression :

$$C = \frac{2}{3} \pi \cdot f \cdot p \cdot (R_e^3 - R_i^3)$$

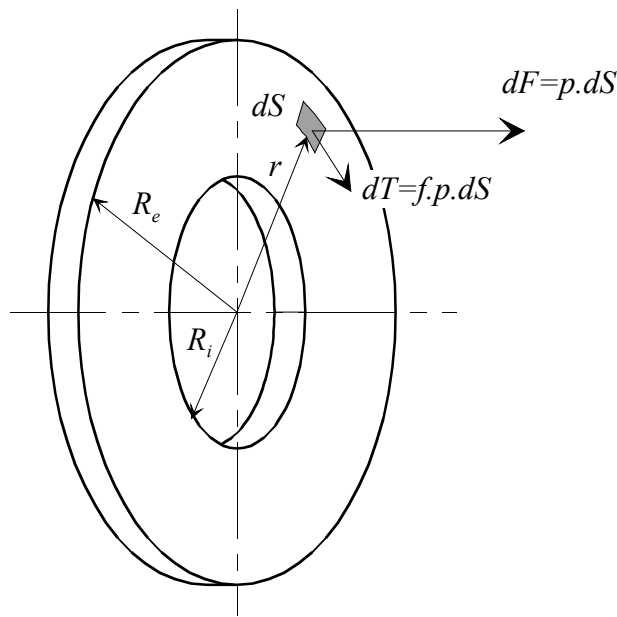


Figure 6

Question 2-6 : En déduire le couple total C_T exercé par les N_d disques du système de freinage d'une roue en fonction de P_h et des données géométriques et de frottement.

Question 2-7 : En déduire alors que la décélération a de l'avion s'exprime sous la forme :

$$a = K_f \cdot P_h$$

3^{ème} PARTIE : Commande automatique du freinage

Il existe deux modes de commande du système de freinage :

- le **mode normal** (Normal Braking) contrôlé par un ordinateur dénommé BSCU (Braking/Steering Control Unit). Le BSCU contrôle les servovalves (une par roue) qui alimentent les pistons presseurs du système de freinage. La pression hydraulique est fournie par le groupe hydraulique principal.
- le **mode alternatif** (Alternate braking) contrôlé par un ordinateur dénommé ABCU (Alternate Braking Control Unit). Ce mode prend automatiquement la relève du mode normal s'il y a dysfonctionnement de ce dernier ou si le contrôle anti-dérapage (Anti-Skid) de l'avion est supprimé. En mode alternatif, la pression hydraulique est fournie par un groupe hydraulique secondaire.

En mode normal, il est possible de commander le freinage de deux façons différentes :

- soit **manuellement** par appui sur les pédales de frein (voir Figure 7) : pour chaque pilote, les pédales gauche et droite sont indépendantes. L'appui sur la pédale gauche agit sur le freinage des roues du train principal gauche, l'appui sur celle de droite agit sur le freinage des roues du train principal droit. Les unités de transmission (Brake Pedal Transmitter Unit) situés sous les pédales émettent des signaux électriques vers le BSCU ou vers l'ABCU proportionnels à la course des pédales de frein.

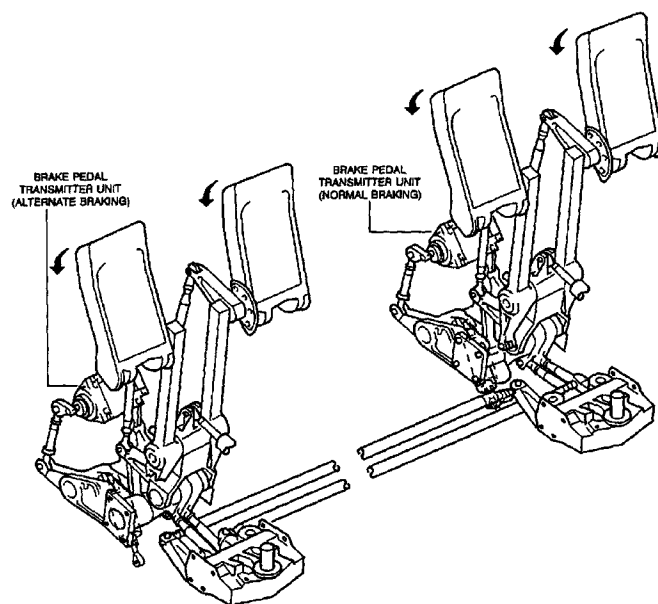


Figure 7 : Pédales de frein

- soit **automatiquement** suivant trois modes de décélération : LO, MED, MAX. La sélection se fait à partir de trois boutons situés sur le tableau de bord (voir Figure 8). Le mode manuel est rétabli si le pilote, en appuyant sur les pédales de frein, génère une consigne de décélération a_p supérieure à la consigne de décélération a_c du mode automatique sélectionné.

Les modes LO et MED sont utilisés lors de l'atterrissage. Ils correspondent respectivement à une décélération de l'avion de $-1,7 \text{ ms}^{-2}$ et de -3 ms^{-2} . Le mode MAX est exclusivement sélectionné lors du décollage, en cas d'interruption de ce dernier. Il correspond à une décélération théorique de -10 ms^{-2} supérieure à la décélération maximale de l'avion.

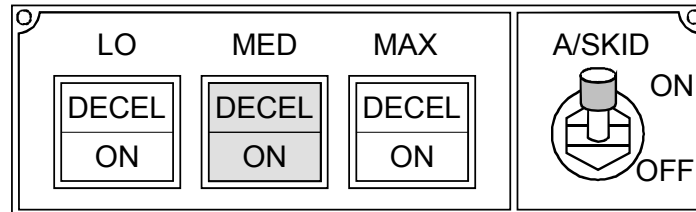


Figure 8

En mode normal (manuel ou automatique), le BSCU contrôle l'anti-dérapage (Anti Skid) de chaque roue tant que la vitesse de l'avion est supérieure à 5 m/s.

En mode alternatif, seule la commande manuelle est disponible avec ou sans anti-dérapage.

On s'intéresse au mode de décélération automatique du mode normal, qui consiste à asservir en décélération le freinage de l'avion. La Figure 9 donne le schéma de principe de ce dispositif.

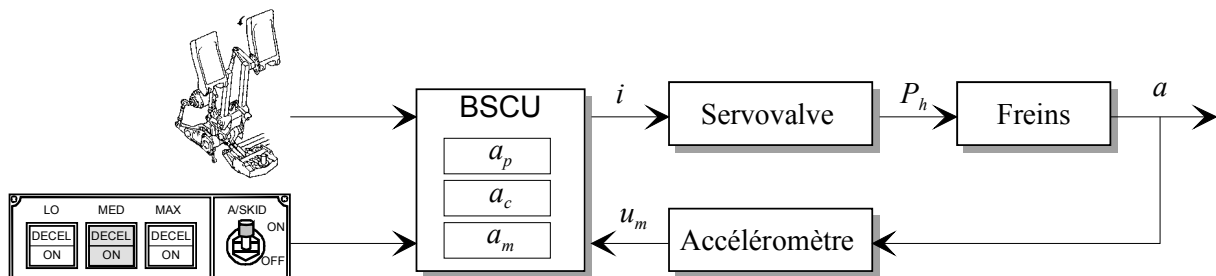


Figure 9

Bien que les variables manipulées par le BSCU soient des variables numériques, on les considèrera, par la suite, comme étant analogiques. Le système est donc, sur le plan théorique, supposé linéaire et continu et on utilisera, pour sa représentation, le schéma bloc simplifié de la Figure 10.

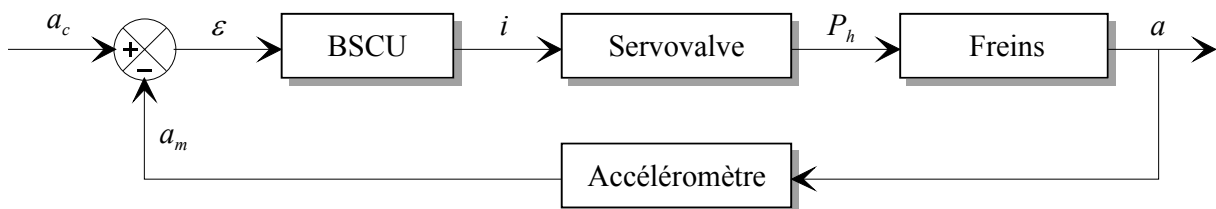


Figure 10

On admettra d'autre part que :

$$i(t) = K_c \cdot \varepsilon(t)$$

$$a(t) = K_f \cdot P_h(t)$$

3-1 Etude simplifiée de la servovalve électro-hydraulique

Une servovalve électrohydraulique est un appareil qui convertit une grandeur électrique (courant ou tension) en une grandeur hydraulique proportionnelle (débit ou pression).

Elle est constituée d'un, deux ou trois étages suivant que le moteur couple électrique pilote directement l'organe de puissance hydraulique (buse-palette), ou qu'il y a un, deux ou trois étages d'amplification hydraulique intermédiaire.

La servovalve la plus utilisée est la servovalve en débit ou pression à 2 étages. Elle est constituée de trois éléments :

- un actionneur pilote de type moteur-couple électrique ;
- un amplificateur hydraulique constitué d'un mécanisme buse-palette ;
- un tiroir de distribution.

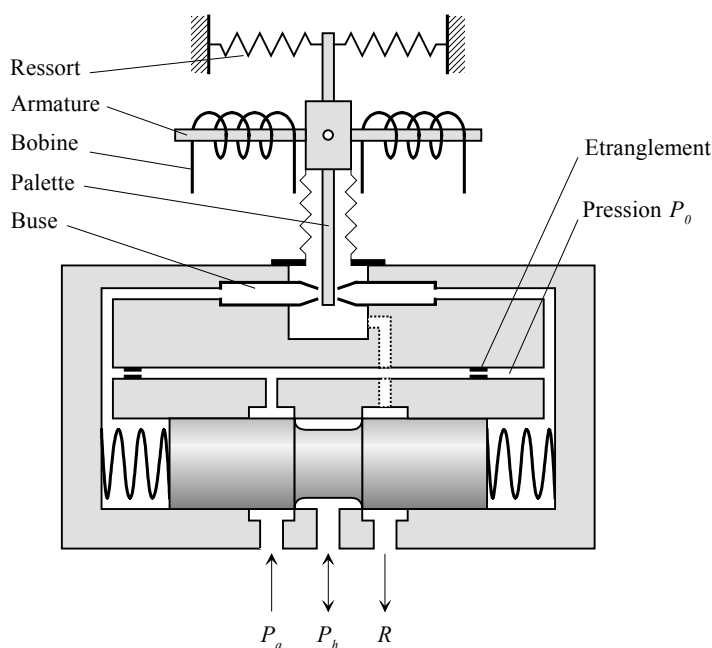


Figure 11 : servovalve simplifiée

L'armature du moteur-couple à courant continu se prolonge dans l'entrefer d'un circuit magnétique. Le passage d'un courant continu dans les deux bobines situées de part et d'autre de l'armature provoque le basculement de cette dernière d'un angle θ .

L'armature est solidaire d'une palette plongeant dans l'amplificateur hydraulique et dont l'extrémité est située entre deux buses. Le mouvement de rotation de l'ensemble armature-palette vient étrangler le débit fluide traversant l'une ou l'autre des buses. La pression différentielle ainsi créée se répercute aux deux extrémités du tiroir du distributeur et provoque son déplacement.

Ce tiroir possède trois orifices de contrôle, P_a (Alimentation), P_h (Utilisation), R (Retour à la bêche). La pression P_h est proportionnelle au déplacement du tiroir compté à partir de la position zéro (position du milieu).

A titre indicatif, le diamètre d des buses est de l'ordre de quelques dixièmes de millimètres et l'écart e entre la buse et la palette de l'ordre de quelques centièmes de millimètres.

a) Equation du moteur couple (voir Figure 12)

A l'état repos, $i(t) = 0$ et $\theta(t) = 0$.

Le courant $i(t)$ traversant les bobines génère un couple moteur :

$$C_m(t) = K_m i(t).$$

Deux ressorts, de coefficient de raideur k_l , exercent un couple résistant C_r .

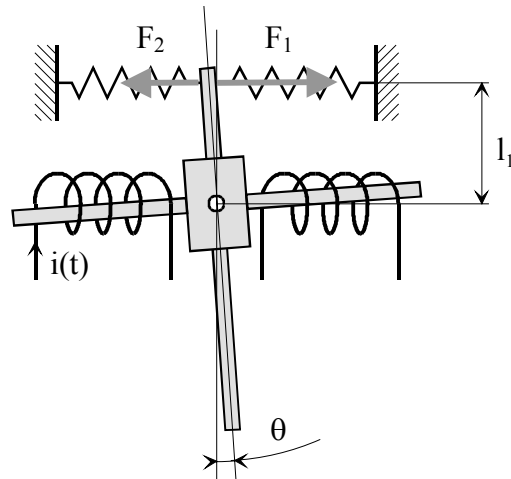


Figure 12 : moteur couple

Question 3-1 : Sous quelles hypothèses peut-on admettre que : $\theta(t) = K_1.i(t)$ (1) ?

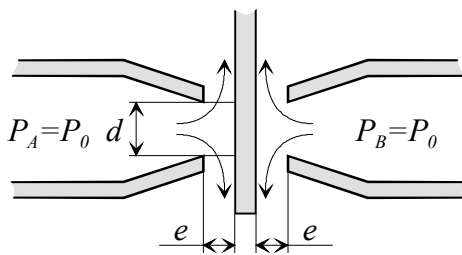
En déduire l'expression littérale de K_1 en fonction de K_m , k_l et l_1 .

b) Système buse-palette

A l'état repos (Figure 13), les sections de fuite entre la buse et la palette sont identiques. On a : $S_A = S_B = S_0 = \pi.d.e$. De même, les pressions P_A et P_B sont égales. On a : $P_A = P_B = P_0$.

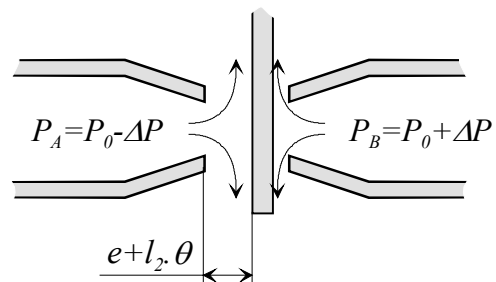
On admet qu'une rotation d'angle θ de la palette se traduit par un accroissement (ou une diminution) de la distance buse-palette égale à $l_2.\theta$ (Figure 14), expression dans laquelle l_2 désigne la distance entre l'extrémité de la palette et son axe de rotation. Les sections de fuite sont alors augmentées (ou diminuées) de la quantité :

$$\Delta S = \pi.d.l_2.\theta = K_2.\theta \quad (2)$$



$$S_A = S_B = S_0 = \pi.d.e$$

Figure 13 : Etat repos



$$S_A = S_0 + \Delta S \quad S_B = S_0 - \Delta S$$

Figure 14 : Etat actionné

Cette augmentation (ou diminution) de section entraîne une augmentation (ou une diminution) des pressions P_A et P_B proportionnelle à ΔS . Ainsi :

$$\begin{cases} P_A = P_0 - \Delta P \\ P_B = P_0 + \Delta P \end{cases} \quad \text{avec } \Delta P = K_3.\Delta S \quad (3)$$

c) Tiroir du distributeur

En situation repos, lorsque $P_A = P_B = P_0$, le tiroir est en position milieu, $z = 0$ (Figure 15).

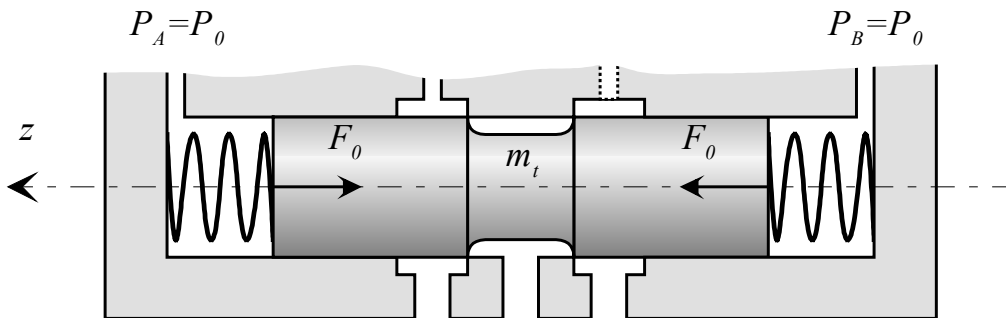


Figure 15 : Tiroir en position repos

En position travail, la pression différentielle se répercute aux extrémités du tiroir et provoque son déplacement (Figure 16).

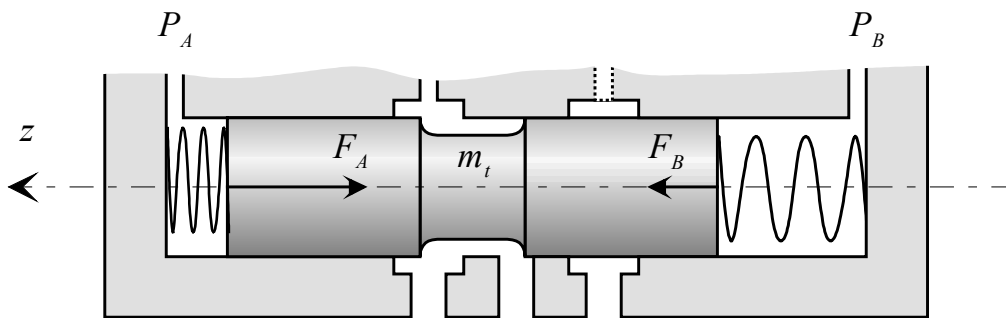


Figure 16 : Tiroir en position travail

On utilise les notations suivantes :

- m_t : masse du tiroir ;
- S_t : section du tiroir à ses extrémités ;
- F_A et F_B : efforts exercés par les deux ressorts de coefficient de raideur k_t , montés de part et d'autre du tiroir du distributeur ;
- c_t : coefficient de frottement visqueux entre tiroir et cylindre.

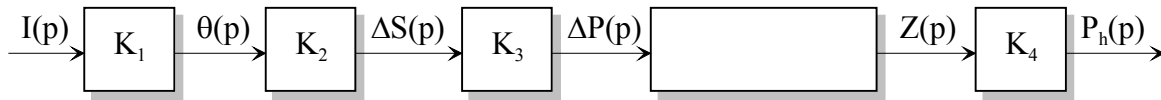
Question 3-2 : Ecrire le principe fondamental de la dynamique (PFD) appliqué au tiroir du distributeur et en déduire la forme canonique de la fonction de transfert $\frac{Z(p)}{\Delta P(p)}$ (4).

On admet enfin que la pression d'utilisation $P_h(t)$ du fluide est proportionnelle au déplacement $z(t)$ du tiroir :

$$P_h(t) = K_4 \cdot z(t) \quad (5).$$

d) Fonction de transfert de la servovalve

Question 3-3 : Compléter le schéma bloc suivant par la transmittance manquante.



Question 3-4 : En déduire la fonction de transfert $S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)}$ de la servovalve et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme d'un système du second ordre :

$$S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_{sv}}{1 + 2\frac{\xi}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$$

Donner les expressions littérales de K_{sv} , ξ et ω_0 .

Question 3-5 : On souhaite que la réponse à une entrée de type échelon $i(t) = i_0 \cdot u(t)$ soit la plus rapide possible sans toutefois produire de dépassement.

a) Démontrer que cette condition ne peut être satisfaite que si $k_t = \frac{c_t^2}{8m_t}$.

b) Montrer alors que la fonction de transfert de la servovalve peut se mettre sous la forme :

$$S_v(p) = \frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2}$$

c) Donner l'expression littérale de T_{sv} .

Question 3-6 : Donner les expressions de la bande passante à -3dB et à -6dB de la servovalve en fonction de T_{sv} .

3-2 Etude simplifiée d'un accéléromètre

La centrale inertielle contient des accéléromètres qui permettent de mesurer les accélérations suivant les trois directions x_a, y_a, z_a d'un repère lié à l'avion.

L'accéléromètre renvoie au BSCU un signal électrique $u_a(t)$ image de l'accélération $a(t)$ suivant la direction x_a . La tension $u_a(t)$ est convertie en grandeur numérique a_m par un convertisseur analogique-numérique et rangée dans la mémoire du BSCU.

Principe de l'accéléromètre : un accéléromètre (voir Figure 17) est constitué de deux solides S_1 et S_2 :

- S_1 , le corps, est lié à l'avion,
- S_2 est lié à S_1 par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k_a et d'un frottement visqueux de valeur c_a .

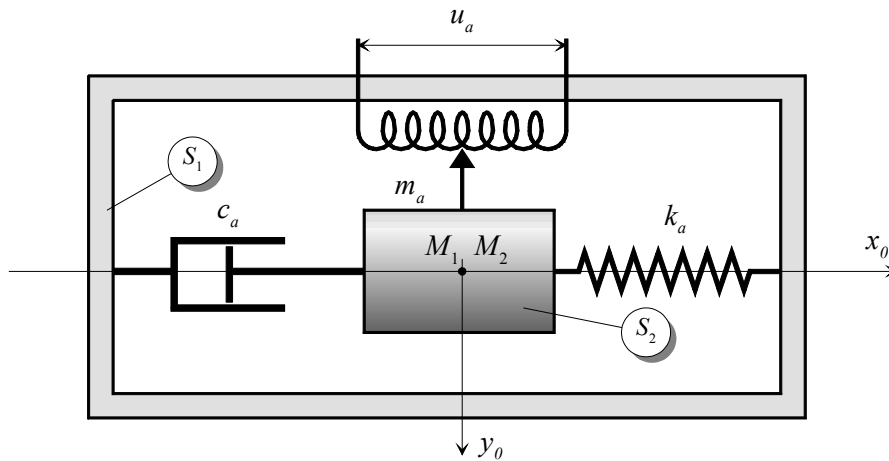


Figure 17 : accéléromètre

On considère (voir Figure 18) deux points M_1 et M_2 appartenant respectivement à S_1 et S_2 . On note $x_1(t)$ et $x_2(t)$ leurs coordonnées dans un repère galiléen $(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$.

On considère nulles les conditions initiales. En particulier, à l'état repos, M_1 et M_2 sont confondus. On a :

$$x_1(0) = x_2(0) = 0.$$

Quand S_1 est animé d'un mouvement de translation suivant x_0 , on note :

$$\varepsilon(t) = x_1(t) - x_2(t) \quad (1)$$

$$a(t) = \frac{d^2 x_1(t)}{dt^2} \quad (2)$$

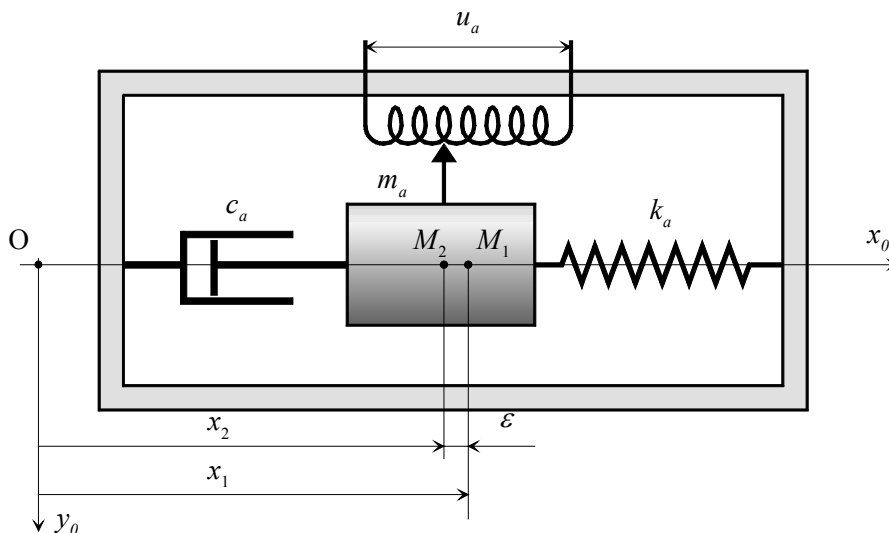


Figure 18

D'autre part, par application du principe fondamental de la dynamique, on a :

$$m_a \frac{d^2 x_2(t)}{dt^2} = c_a \left(\frac{dx_1(t)}{dt} - \frac{dx_2(t)}{dt} \right) + k_a (x_1(t) - x_2(t)) \quad (3)$$

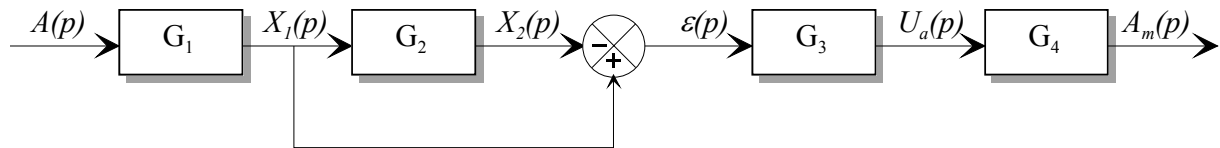
Le solide S_2 est relié à un potentiomètre qui renvoie une tension u_a proportionnelle au déplacement ε du solide S_2 . On note :

$$u_a(t) = K_p \cdot \varepsilon(t) \quad (4)$$

Finalement, le CAN fournit la valeur a_m telle que :

$$a_m(t) = K_{CAN} \cdot u_a(t) \quad (5)$$

Question 3-7 : Déterminer les transformées de Laplace des expressions (1) à (5). En déduire les transmittances G_i du schéma bloc ci-après.



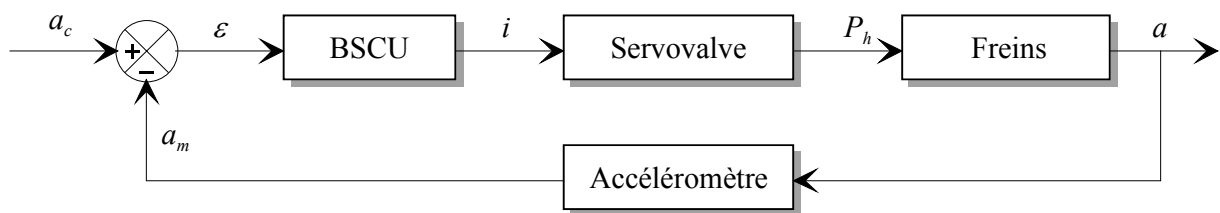
Question 3-8 : En déduire la fonction de transfert $\frac{A_m(p)}{A(p)}$ et montrer qu'elle peut se mettre

sous la forme $\frac{A_m(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + 2 \frac{\xi_a}{\omega_a} p + \frac{p^2}{\omega_a^2}}$. Donner les expressions de K_{acc} , ξ_a et ω_a .

Question 3-9 : La Figure 19 donne la représentation dans Bode de la réponse en fréquence de l'accéléromètre. En déduire les valeurs de K_{acc} , ξ_a et ω_a .

3-3 Etude de l'asservissement

La boucle d'asservissement en décélération est rappelée ci-après.



Le BSCU est assimilé à un correcteur à action proportionnelle de gain K_c . On rappelle les résultats précédents :

$$\frac{P_h(p)}{I(p)} = \frac{K_{sv}}{(1 + T_{sv}p)^2} ; \quad \frac{A(p)}{P_h(p)} = K_f ; \quad \frac{A_m(p)}{A(p)} = \frac{K_{acc}}{1 + 2 \frac{\xi_a}{\omega_a} p + \frac{p^2}{\omega_a^2}}$$

Question 3-10 : Exprimer sous forme canonique la fonction de transfert en boucle ouverte. En déduire l'ordre, la classe et le gain de la FTBO.

Question 3-11 : En déduire l'écart en régime permanent à une entrée de type échelon d'accélération $a_c(t) = a_c \cdot u(t)$.

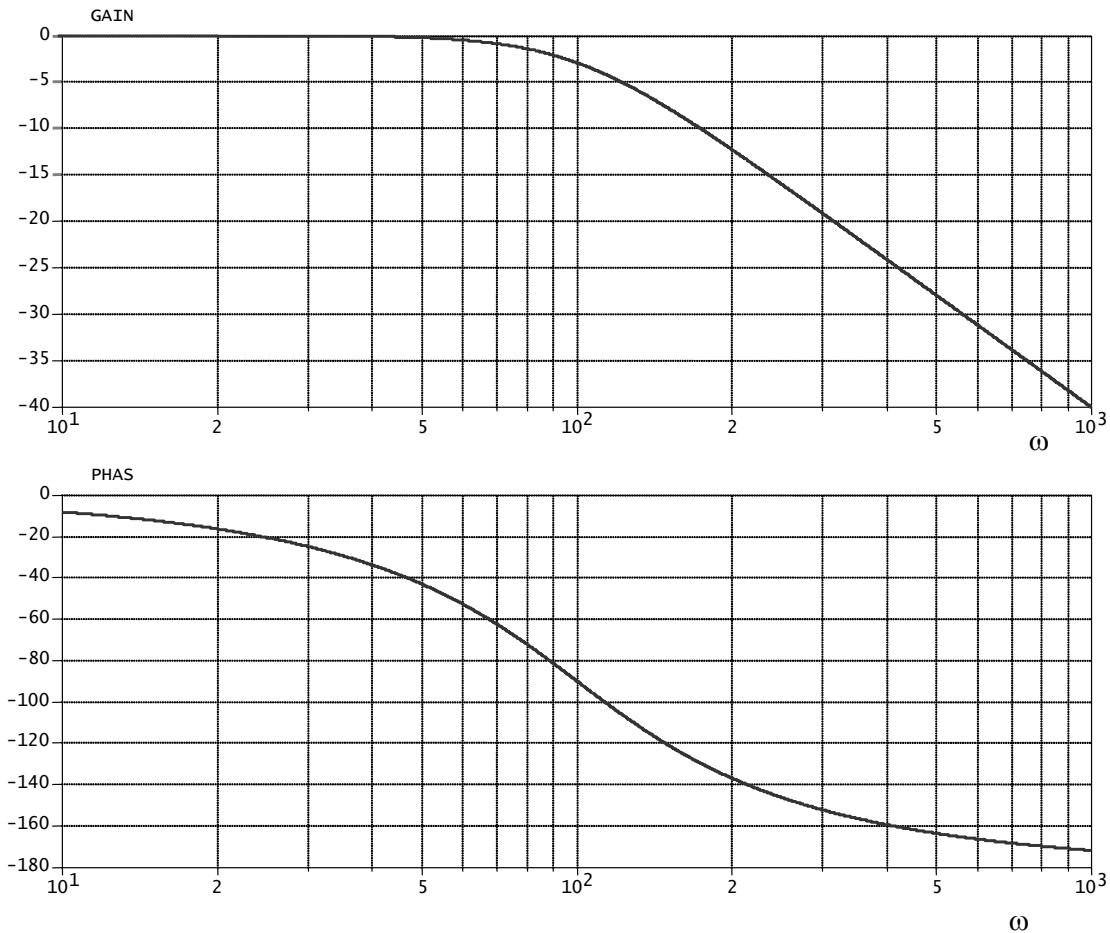


Figure 19 : Réponse en fréquence de l'accéléromètre

4^{ème} PARTIE : Dynamique

On s'intéresse maintenant à l'évolution des positions du fuselage lors du freinage. On admet que les atterrisseurs sont munis de ressort à comportement élastique linéaire (en fait l'origine de la raideur est due à la compression d'un gaz d'où des non linéarités).

On a donc le schéma précisé Figure 20.

La matrice d'inertie de l'avion au point G dans la base $\vec{x}_a, \vec{y}_a, \vec{z}_a$ liée à l'avion est :

$$\begin{bmatrix} A & 0 & -E \\ 0 & B & 0 \\ -E & 0 & C \end{bmatrix}$$

On désigne par K_p les raideurs des ressorts de l'ensemble des ressorts du train principal et par K_n la raideur du ressort du train avant. On note l_{p0} et l_{n0} les longueurs libres des ressorts.

On note θ l'angle (\vec{x}_0, \vec{x}_a) que l'on considère de faible amplitude et $h(t)$ la position instantanée du centre de gravité.

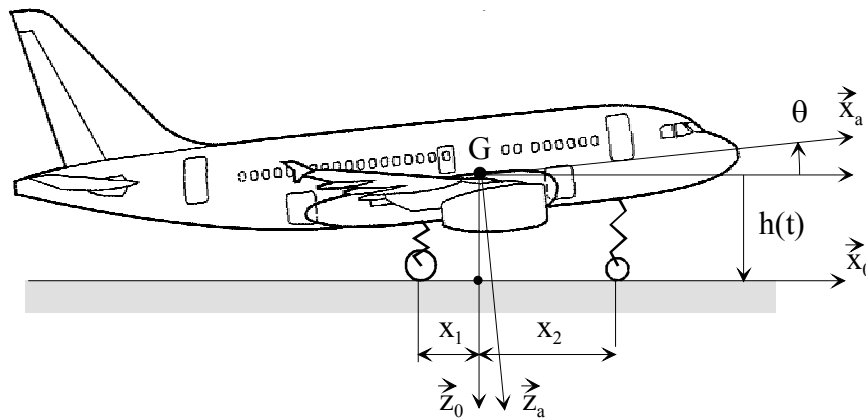


Figure 20

Question 4-1 : *Quelle équation lie θ et h aux actions des ressorts sur l'avion (mesurés suivant \vec{z}_0) ?*

Question 4-2 : *Ecrire les conséquences du principe de la dynamique appliqué à l'avion.*

Les disques en carbone présentent une hétérogénéité du coefficient de frottement. On se place dans la situation de la Figure 21. L'angle de dérapage β est lui aussi de faible amplitude. Les couples de freinage différents entraînent des efforts tangentiels T_1 et T_2 différents au niveau des contacts roue-piste.

Question 4-3 : *Déterminer l'équation gérant l'évolution de $\beta(t)$.*

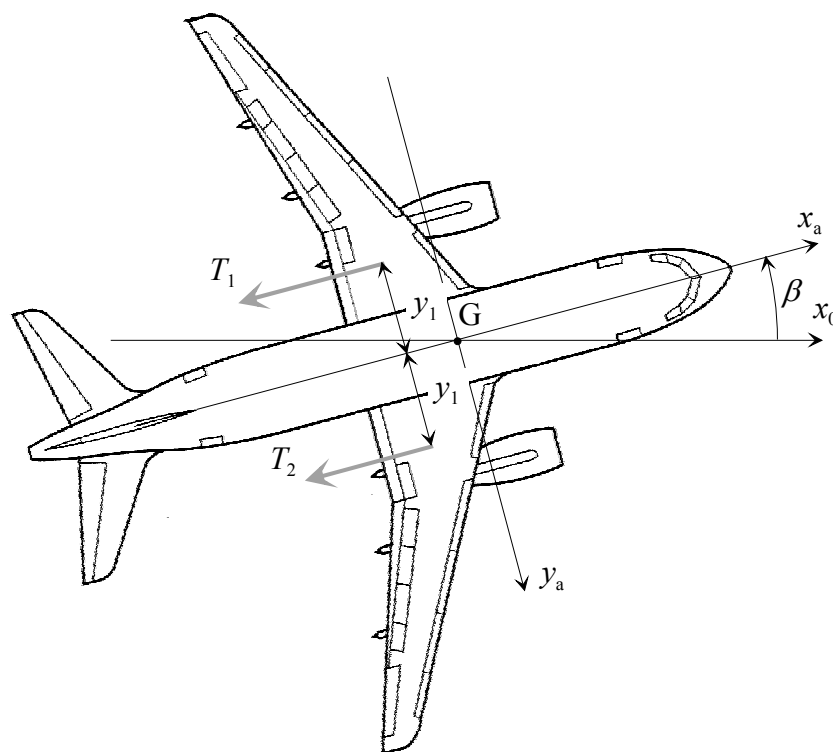


Figure 21