

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Linéarisation autour d'un point de fonctionnement

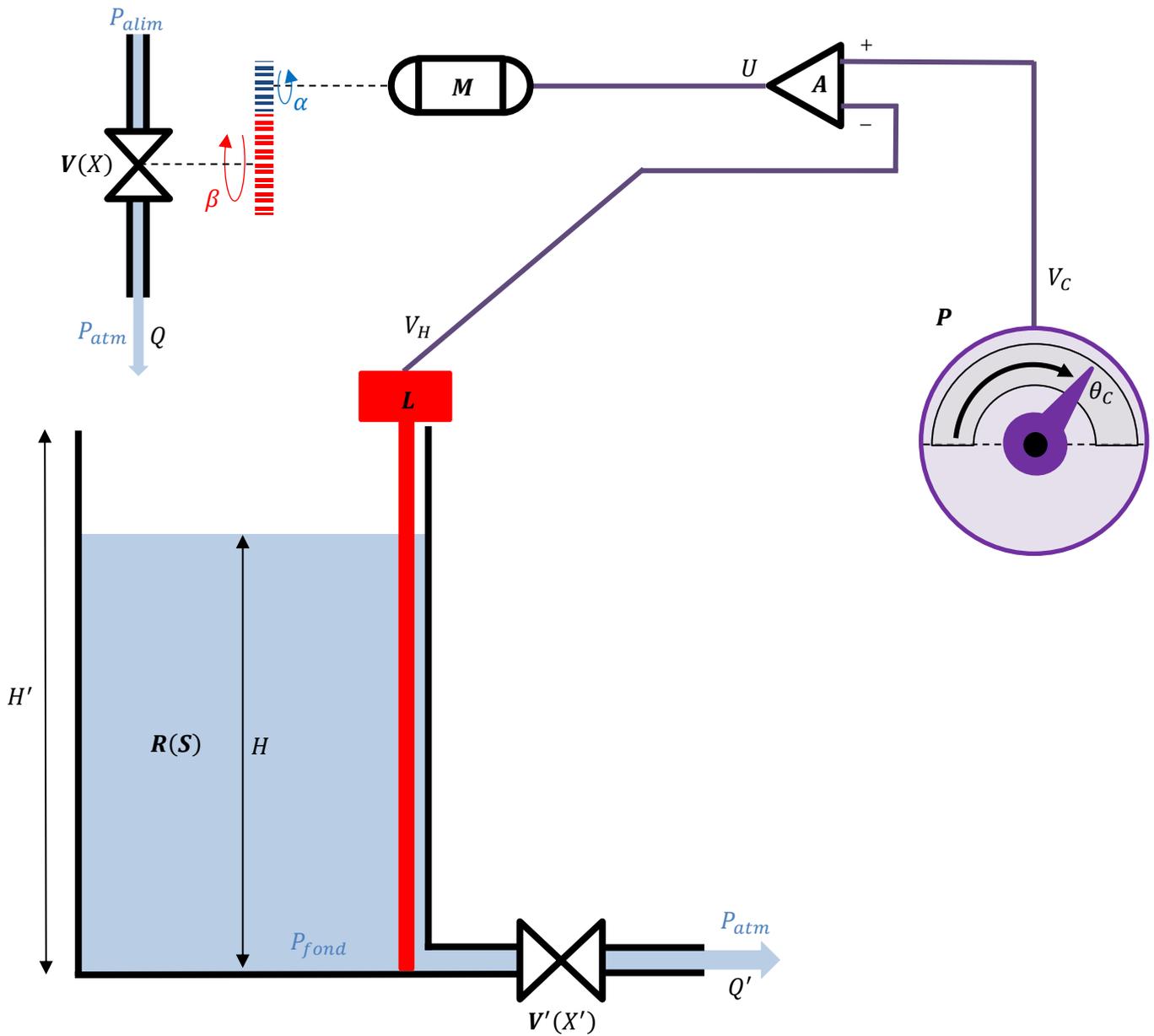
TD1

Linéarisation autour d'un point de fonctionnement
Régulation de niveau

Programme - Compétences		
B31	Modéliser	Systèmes asservis · Point de fonctionnement ; · Non-linéarités (hystérésis, saturation, seuil...).
B226	Modéliser	Systèmes non linéaires · Modèle de non linéarité (hystérésis, saturation, seuil, retard) ; · Linéarisation du comportement des systèmes non linéaires continus.

Dernière mise à jour 12/12/2016	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY TD1
------------------------------------	---------------------------------------	-----------------------

Schéma de principe du système de régulation de niveau



Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
12/12/2016	asservis	TD1

Description du fonctionnement du système

Un réservoir R de section constante S est alimenté en fluide par l'intermédiaire d'une vanne V de section pilotée par un moteur à courant continu M dont la rotation de l'arbre moteur α réduite par l'intermédiaire d'un réducteur de rapport $\frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{n}$ pilote le débit Q en faisant varier la section X tel que $X = k_{\beta}\beta$.

Une vanne V' de section X' crée une perte de fluide avec un débit Q' qui sera considéré comme une perturbation. La section est un disque de rayon r que l'on peut piloter.

Le niveau de fluide H dans le réservoir de hauteur H' est retranscrit par l'intermédiaire d'un limnimètre L (appareil de mesure de niveau) en une tension V_H telle que $V_H = k_H H$. Dès que $H \geq H'$, il y a débordement.

La consigne de niveau est réalisée à l'aide d'un potentiomètre P . L'opérateur choisit visuellement la consigne de hauteur H_C à l'aide de graduations allant de H_C^{min} à H_C^{max} en tournant le bouton d'un angle θ_C allant de θ_C^{min} à θ_C^{max} tel que $\theta_C = k_C H_C$. Le potentiomètre délivre alors une tension de consigne $V_C = k_{\theta}\theta_C$.

Le moteur à courant continu est alimenté par un amplificateur différentiel de puissance (ALI) nommé A de gain k (valeur qui sera choisie par la suite) dont la tension de sortie alimentant le moteur est notée U .

Hypothèses

L'écoulement devient turbulent au passage par les robinets V et V' . Dans ces conditions, le débit s'exprime ainsi :

$$Q = k_q X \sqrt{P_1 - P_2} \quad ; \quad k_q = \sqrt{\frac{2}{\rho}}$$

Avec P_1 la pression en amont du robinet, P_2 la pression en aval, X la section du robinet et k_q un coefficient de proportionnalité constant lié à la masse volumique ρ du fluide, ici de l'eau.

Origine de cette formule : On applique le théorème de Bernoulli $P + \frac{1}{2}\rho V^2 = cst$ (P incluant la gravité $\rho g z$) le long d'une ligne de courant en un point immobile du fluide à la pression P_1 et un point de la sortie à la vitesse V et la pression P_2 :

$$P_1 = P_2 + \frac{1}{2}\rho V^2 \Leftrightarrow V = \sqrt{\frac{2}{\rho}\sqrt{P_1 - P_2}} \quad ; \quad Q = VX = \sqrt{\frac{2}{\rho}} X \sqrt{P_1 - P_2} = k_q X \sqrt{P_1 - P_2}$$

Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
12/12/2016	asservis	TD1

On néglige les pertes de pression dans les tuyauteries.

On note P_{atm} la pression atmosphérique, P_{alim} la pression d'alimentation de la vanne V et P_{fond} la pression du fluide en fond de réservoir.

On note ρ la masse volumique du fluide et g l'accélération de la pesanteur.

Le moteur à courant continu a une fonction de transfert notée $H_m(p)$ telle que

$$H_m(p) = \frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{1 + T_m p} = \frac{10}{1 + p}$$

Autres données numériques

$$S = 100 \text{ cm}^2 \quad ; \quad k_H = 1 \text{ V.m}^{-1} \quad ; \quad k_\beta = 0,1 \text{ m}^2.\text{rd}^{-1} \quad ; \quad n = 10$$

$$H_C^{min} = 0 \text{ m} \quad ; \quad H_C^{max} = 1 \text{ m} \quad ; \quad \theta_C^{min} = 0^\circ \quad ; \quad \theta_C^{max} = 180^\circ \quad ; \quad H' = 1,5 \text{ m}$$

$$\rho = 1000 \text{ kg.m}^{-3} \quad ; \quad g = 9,81 \text{ m.s}^{-2} \quad ; \quad P_{alim} = 3 \text{ bars} \quad ; \quad P_{atm} = 1013,25 \text{ hPa}$$

Objectifs

On souhaite étudier deux problèmes indépendants :

- Partie 1 : Aptitude du système à remplir un réservoir en un temps voulu et à en maîtriser le niveau lors d'un pompage à débit constant (Vanne V' non utilisée)
- Partie 2 : Aptitude du système à maintenir un niveau constant lors d'une variation de l'ouverture de la vanne V' (débit de fuite lié à la hauteur de fluide)

Extrait du cahier des charges

Compte tenu de la présence d'un débit d'entrée uniquement positif, nous n'autoriserons aucun dépassement positif qui ne pourrait être corrigé autrement qu'aléatoirement par le débit de pompage/fuite. De même, le système ne pourra répondre qu'à des pertes.

Partie 1 : Pompage constant	Partie 2 : Fuite contrôlée par vanne V'
Débit négatif interdit	
Temps de réponse à 5% inférieur ou égale à 10 secondes concernant à la fois le remplissage et la mise en route du pompage Et le plus rapide possible	Temps de réponse à 5% de l'ordre de 3 minutes
RAS	Marge de phase : 45°
Ecart statique entrée/sortie nul	
Pompage constant corrigé (échelon de débit de pompage)	Fuite via la vanne parfaitement corrigée (échelon en section d'ouverture de la vanne)
Niveau variant dans toute la plage : 0 à 1m	Niveau variant dans la plage : $H_{f_{min}} = 0,5 \text{ m} \rightarrow H_{f_{max}} = 1 \text{ m}$ Ouverture de la vanne dans la plage : $r = 1 \text{ cm} \pm 5 \text{ mm}$ par incréments de $dr = 1 \text{ mm}$

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Partie 1 : Pompage

Dans cette première partie, on suppose que le débit de fuite $Q'(t)$ est constant : on pompe le fluide dans le réservoir après que celui-ci a atteint son niveau constant. Les conditions initiales sont nulles, le réservoir est donc vide. On souhaite déterminer les performances du système lors du remplissage puis pour maintenir le niveau lors d'un pompage à débit constant.

Schéma bloc

Question 1: Donner l'expression du débit Q en fonction de k_q , X , P_{atm} et P_{atm} et la mettre sous la forme $Q = AX$ où A sera explicité (expression, valeur et unité)

Question 2: Etablir la relation entre Q , Q' , $\dot{H}(t)$ et la section S du réservoir dans le domaine temporel puis dans le domaine de Laplace

On propose le schéma bloc vide du document réponse 1.

Question 3: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 1 avec les données du problème traité

Question 4: Déterminer le gain qui transforme la hauteur de consigne H_c lue par l'opérateur en une position angulaire θ_c du potentiomètre

Question 5: Préciser la classe de la *FTBO* du système et en déduire la valeur du gain du potentiomètre k_θ permettant d'assurer un écart statique entrée/sortie nul

On propose des schémas blocs simplifiés vides aux documents réponses 2-1 et 2-2.

Question 6: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 2-1 afin qu'il soit équivalent au schéma bloc précédemment établi

Question 7: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 2-2

Stabilité du système

Question 8: Déterminer la *FTBO* notée $G(p)$ associée aux deux entrées H_c et $-Q'$, la mettre sous la forme $\frac{kK}{p^2} \frac{1}{(1+Tp)}$ et donner les expressions littérales, valeurs numériques et unités de K et T

Question 9: Le système étudié est-il stable ?

Question 10: Le réglage du facteur k peut-il permettre de stabiliser le système ? Justifier votre réponse

Question 11: Proposer les types de correcteurs qui permettraient de stabiliser le système

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Stabilisation du système – Schéma bloc et fonctions de transfert

On ajoute un correcteur à action dérivée unitaire après le premier comparateur et on propose un schéma bloc vide au document réponse 2-3.

Question 12: Donner la nouvelle FTBO $G(p)$ du système corrigé en fonction uniquement des variables k , K et T

Question 13: Compléter le schéma bloc du document réponse 2-3 en faisant uniquement apparaître les variables S , k , K et T

Question 14: Déterminer les fonctions de transfert en boucle fermée $G_H(p)$ et $G_{Q'}(p)$ associées aux deux entrées H_C et Q' telles que $H(p) = G_H(p)H_C(p) - G_{Q'}(p)Q'(p)$ et les

mettre sous la forme $G_H(p) = \frac{1}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ et $G_{Q'}(p) = \frac{K_{Q'}(1+Tp)}{1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{p^2}{\omega_0^2}}$ où les constantes $K_{Q'}$, z et ω_0 seront explicitées en fonction de K , S et T

Performances

Question 15: Proposer un réglage du coefficient k permettant de respecter le critère de non dépassement et de rapidité du cahier des charges

Question 16: En déduire la valeur numérique de ω_0

Question 17: Commenter les performances de stabilité et de précision (échelon de hauteur et perturbation en échelon) du système étudié

Question 18: Pourquoi ne pas mettre le correcteur à action dérivée après la perturbation ?

Question 19: Déterminer le temps de réponse du système ainsi obtenu pour une entrée échelon de consigne et ensuite pour un échelon de perturbation et vérifier le critère du cahier des charges

Question 20: En changeant de correcteur, comment pourrait-on envisager de corriger une perturbation en échelon tout en maintenant un système stable ?

Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
12/12/2016	asservis	TD1

Partie 2 : Débit de fuite contrôlé par la vanne

Le coefficient k déterminé précédemment est à nouveau indéterminé et on supprime le correcteur à action dérivée.

Dans cette partie, on s'intéresse à la capacité du système de maintenir un niveau constant pour une variation de l'ouverture de la vanne V' induisant un débit de fuite Q' lié à la hauteur de fluide.

Linéarisation

Question 21: Donner l'expression du débit Q' en fonction de k_q , X' , P_{fond} et P_{atm}

Question 22: Donner l'expression du débit Q' en fonction de k_q , X' , ρ , g et H

Question 23: Préciser pourquoi il n'est pas possible de prendre en compte ce débit de fuite directement dans le cadre des SLCI

On s'intéresse maintenant à un point de fonctionnement et on souhaite étudier le comportement du système autour de ce point de fonctionnement. Pour cela, toutes variables V sera notée ainsi :

$$V = V_f + dV$$

Question 24: Linéariser l'équation trouvée autour d'un point de fonctionnement et montrer que dQ' s'écrit sous la forme $dQ' = BdX' + CdH$ où B sera exprimé en fonction de g et H_f et C en fonction de g , H_f et X'_f

Schéma bloc

On propose des schémas blocs aux documents réponses 3-1, 3-2, 3-3 et 3-4 correspondant au système étudié autour d'un point de fonctionnement.

Question 25: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 3-1 afin de modéliser le système autour d'un point de fonctionnement

Question 26: Compléter les différents blocs du schéma bloc du document réponse 3-2 afin qu'il soit équivalent au schéma bloc du document réponse 3-1

Question 27: Compléter le schéma bloc du document réponse 3-3 représentant simplement le système autour de son point de fonctionnement

Question 28: Finalement, compléter le schéma bloc du document réponse 3-4 en faisant uniquement apparaître les variables K , k , C , S et T_m

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Point de fonctionnement

Plaçons-nous à une ouverture de vanne $r = 1 \text{ cm}$ et à la hauteur $H_f = 0,5 \text{ m}$

Question 29: Donner les coordonnées du point de fonctionnement (H_f, X'_f)

Question 30: Donner les valeurs numériques de B et C et préciser leurs unités

Fonction de transfert

Question 31: Déterminer la FTBO notée $G_f(p)$ associée aux deux entrées H_c et $-X'$, la mettre sous la forme $\frac{kK_f}{p(1+T_{f1}p)(1+T_{f2}p)}$ et donner les expressions littérales de K_f , T_{f1} et T_{f2}

Question 32: Préciser la classe de la FTBO, justifier le fait qu'il ne soit plus nécessaire d'ajouter un correcteur à action dérivée et préciser la démarche de stabilisation qu'il est possible de réaliser sans ajouter de correcteur

Question 33: Déterminer $G_f(p)$ sous forme numérique (arrondis aux entiers) en gardant le paramètre k

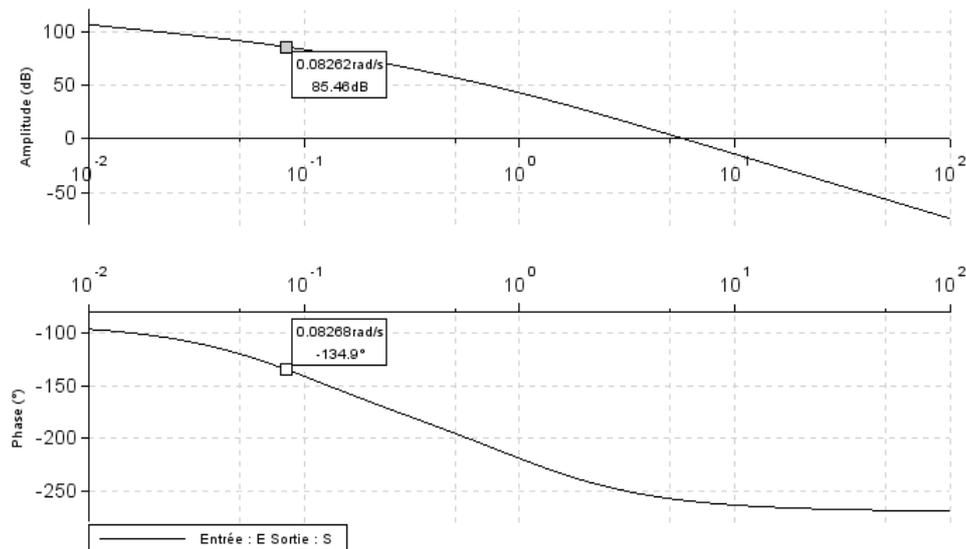
Stabilité

On suppose que $k = 1$.

Question 34: Etablir le diagramme de Bode de la FTBO sur le document réponse 3-5 et 3-6

Question 35: Le système est-il stable – Justifier la réponse

On propose le diagramme de Bode du système pour $k = 1$ ci-dessous :



Note : ce diagramme de Bode n'est valable qu'autour du point de fonctionnement étudié...

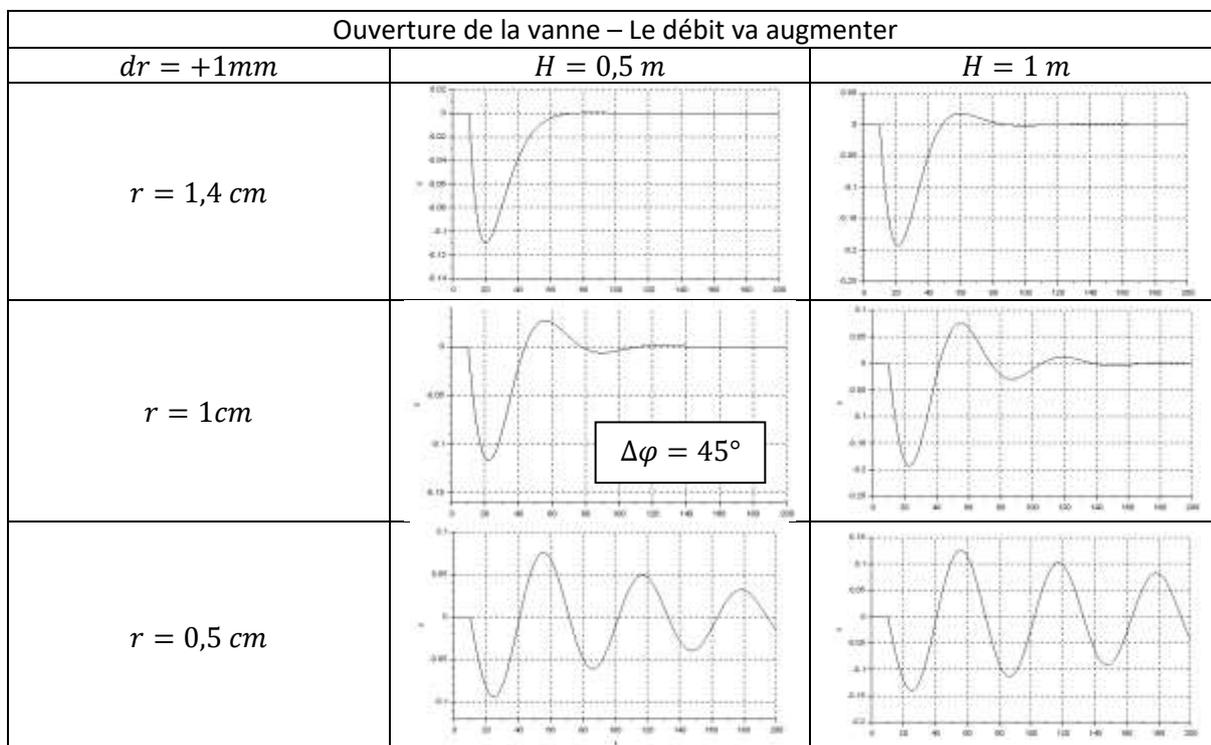
Question 36: Déterminer le gain k permettant de satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Il nous est maintenant possible d'étudier le comportement du système autour de son point de fonctionnement, soit en faisant évoluer la consigne de hauteur, soit en faisant évoluer la section de la vanne. Nous choisissons d'ouvrir la vanne : on fait varier le rayon d'ouverture d'un incrément de $dr = 1 \text{ mm}$. On remarquera donc que l'on a une consigne de variation de hauteur $dH_C = 0$ (régulation).

On propose ci-dessous plusieurs courbes de réponse (niveau en mètres en fonction du temps en secondes) du système à des variations de l'ouverture de la vanne de $\pm 1 \text{ mm}$ et pour différents niveaux comme le précise le cahier des charges. On remarquera que ce sont les évolutions dH du niveau autour du point de fonctionnement H_f . On a pris soin d'ajouter deux non linéarités au système permettant :

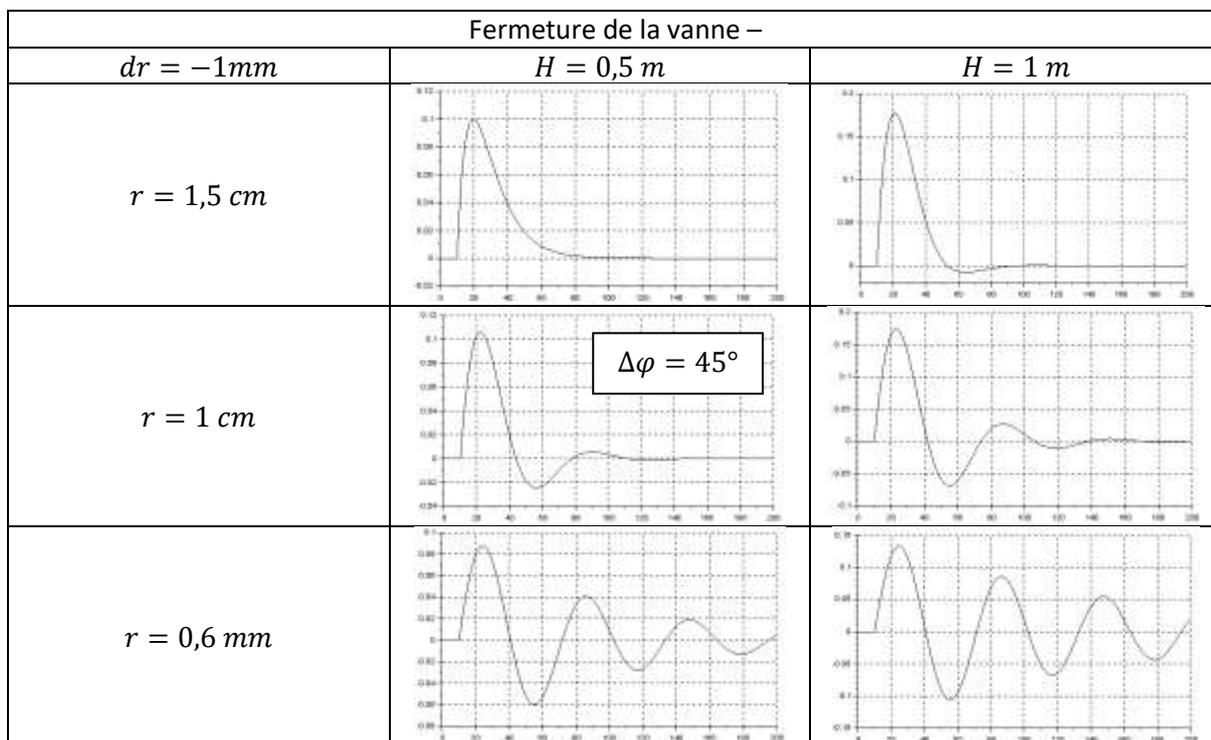
- De limiter la hauteur de fluide entre 0 et 1,5 m (soit entre $-H_f$ et $H' - H_f$ autour de la position d'équilibre)
- D'imposer un débit uniquement positif (soit supérieur à $Q_f = -k_q X'_f \sqrt{P_1 - P_2}$) autour du débit à l'équilibre



Note : dans ces simulations, le facteur k qui a permis de respecter le critère de marge de phase de 45° n'a pas été modifié. La marge de phase autour de points de fonctionnement différents de celui qui a permis de déterminer k n'est donc pas constante.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Les courbes suivantes concernent le cas d'une diminution de la section du trou. Le niveau va donc avoir tendance à augmenter, et le débit d'alimentation diminuer. Attention, si le débit devient négatif, ce qui est impossible dans la réalité et pris en compte dans le modèle à l'origine de ces courbes, « le système linéarisé devient non linéaire ». Le comportement à la fermeture n'est alors pas l'opposé du comportement à l'ouverture pour la même valeur de variation de section, ce qui explique que l'on propose les 6 courbes suivantes.



Précision

Question 37: Donner la valeur et l'unité de l'échelon dX'_f

Question 38: Commenter les performances de précision liées à l'évolution de la section de la vanne

Question 39: En se référant aux courbes proposées ensuite, donner l'ordre de grandeur de la variation de niveau causée par la variation du rayon d'ouverture de la vanne de 1 mm

Question 40: Commenter cette variation compte tenu des hypothèses qui nous ont conduit à linéariser le comportement du système et proposer une étude mieux adaptée au problème étudié

Rapidité

Question 41: Commenter les performances de rapidité du système vis-à-vis du cahier des charges

Question 42: Proposer des solutions qui permettraient de respecter le critère de rapidité dans toute la plage d'utilisation souhaitée du système de régulation

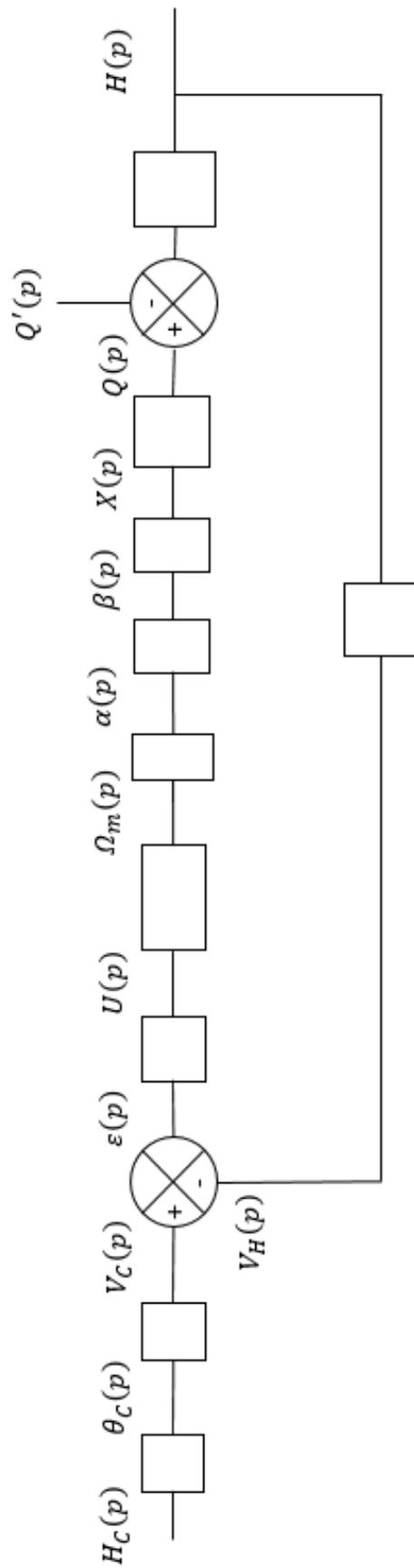
Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
12/12/2016	asservis	TD1

La fin est ici ! Le reste est inutile actuellement

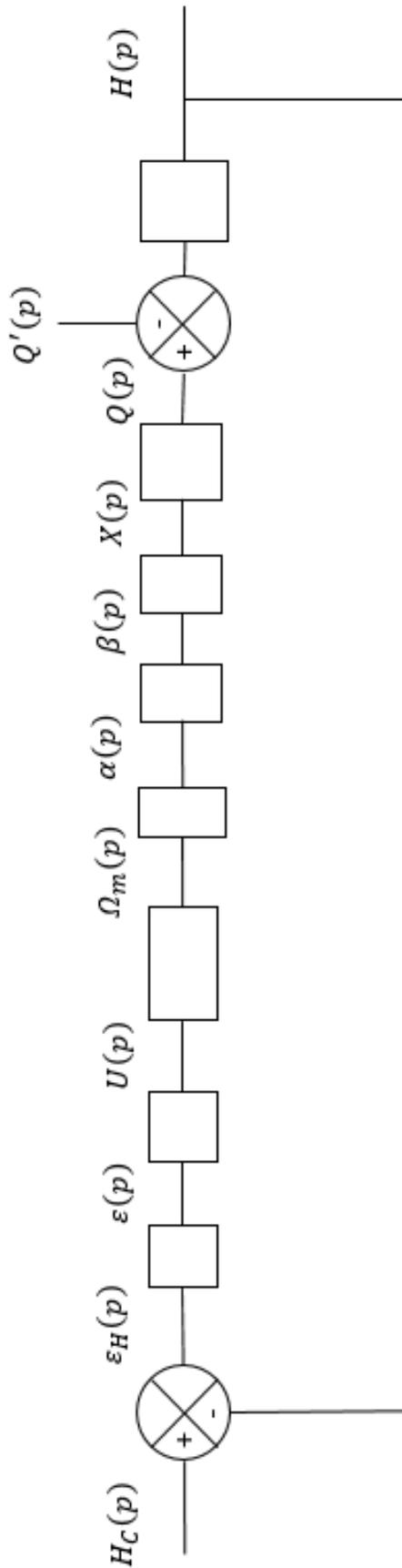
Question 43: (Inutile) Compléter le schéma bloc du document réponse 3-4 en faisant uniquement apparaître les variables K , k , C , S et T_m

Question 44: (Inutile) Déterminer les fonctions de transfert $G_H^f(p)$ et $G_{Q'}^f(p)$ associées aux deux entrées H_C et Q' telles que $G(p) = G_H^f(p)H_C(p) - G_{Q'}^f(p)Q'(p)$ et les mettre sous la forme $G_H^f(p) = \frac{1}{1+K_{GH}^f(1+T_{f1}p)(1+T_{f2}p)p}$ et $G_{Q'}^f(p) = \frac{K_{GQ}^f(1+T_{f1}p)p}{1+K_{GH}^f(1+T_{f1}p)(1+T_{f2}p)p}$ où les constantes K_{GH}^f et K_{GQ}^f seront explicitées

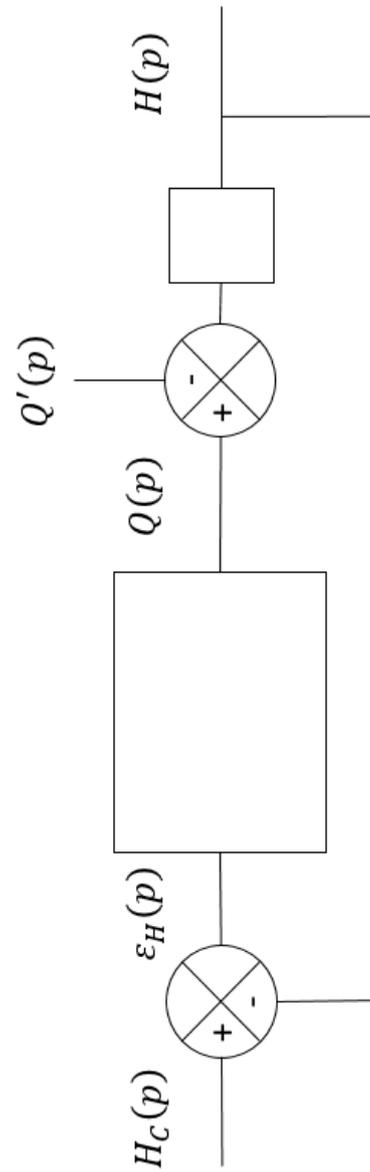
Document réponse 1



Document réponse 2-1

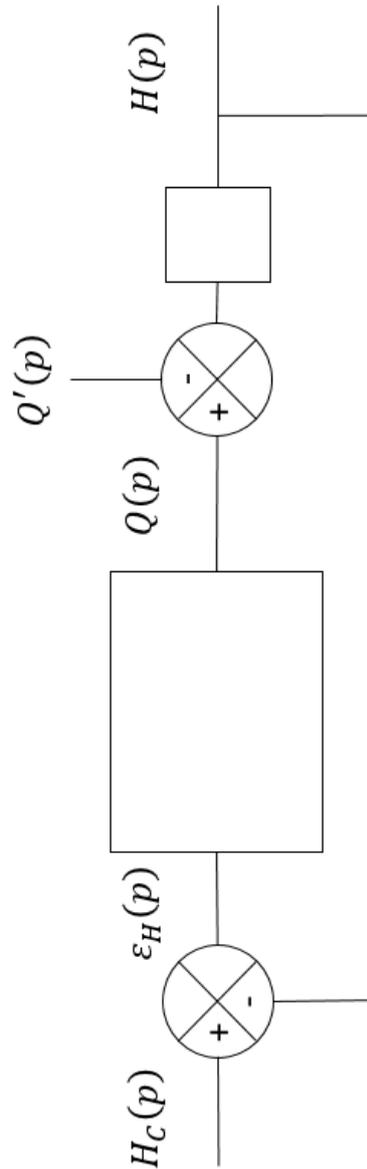


Document réponse 2-2

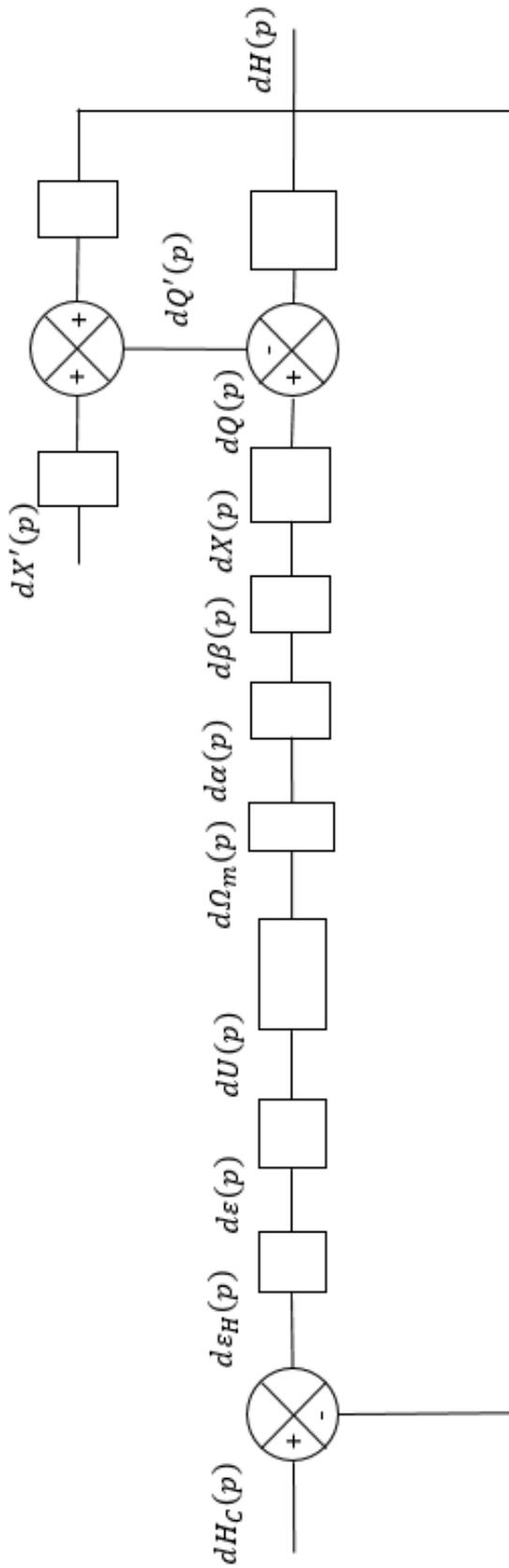


Dernière mise à jour 12/12/2016	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY TD1
------------------------------------	---------------------------------------	-----------------------

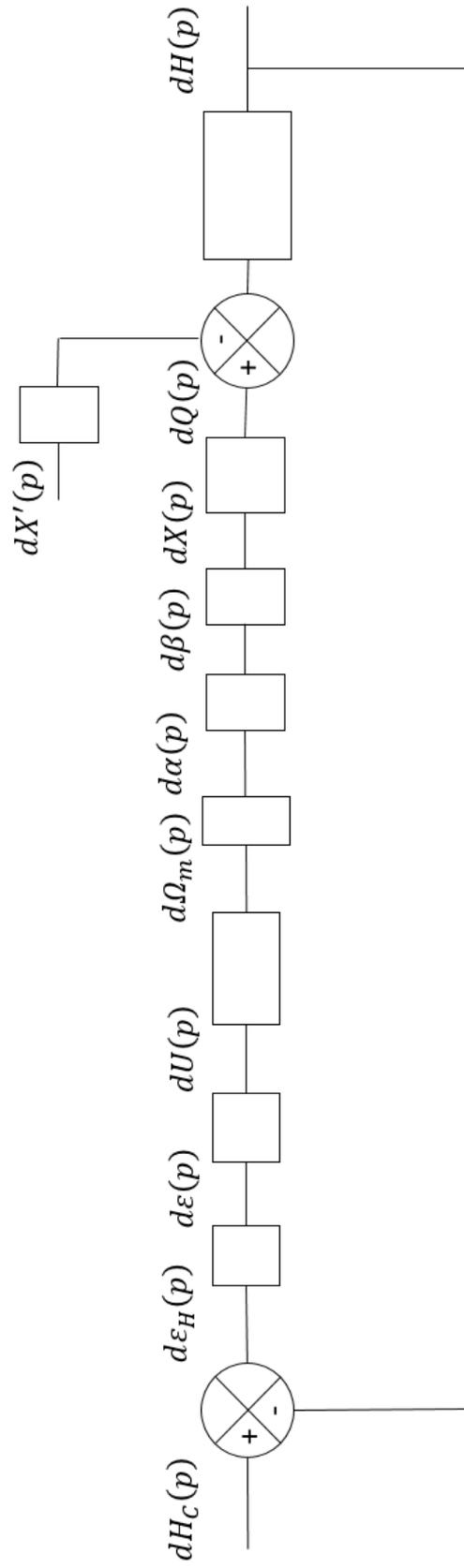
Document réponse 2-3



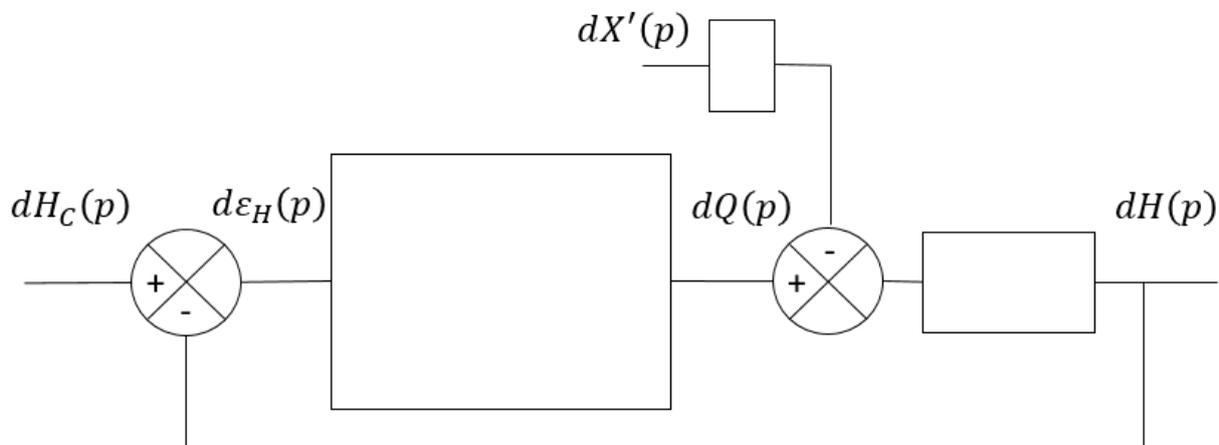
Document réponse 3-1



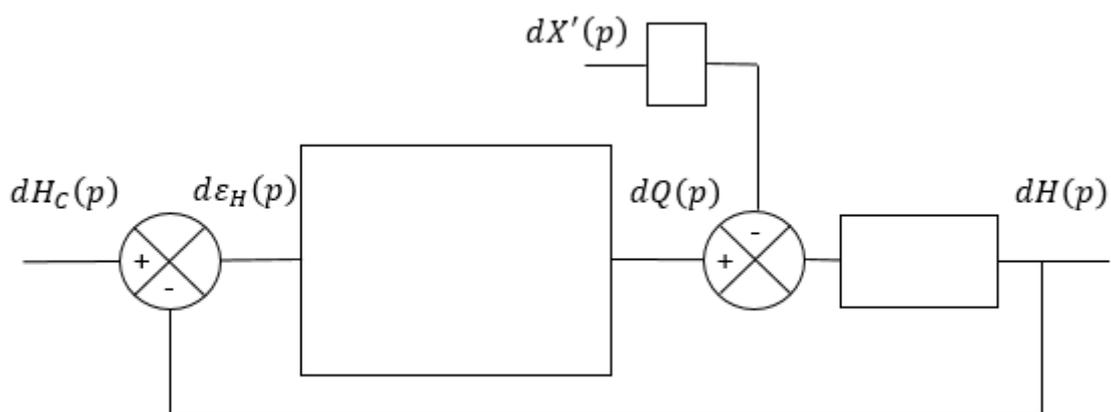
Document réponse 3-2



Document réponse 3-3

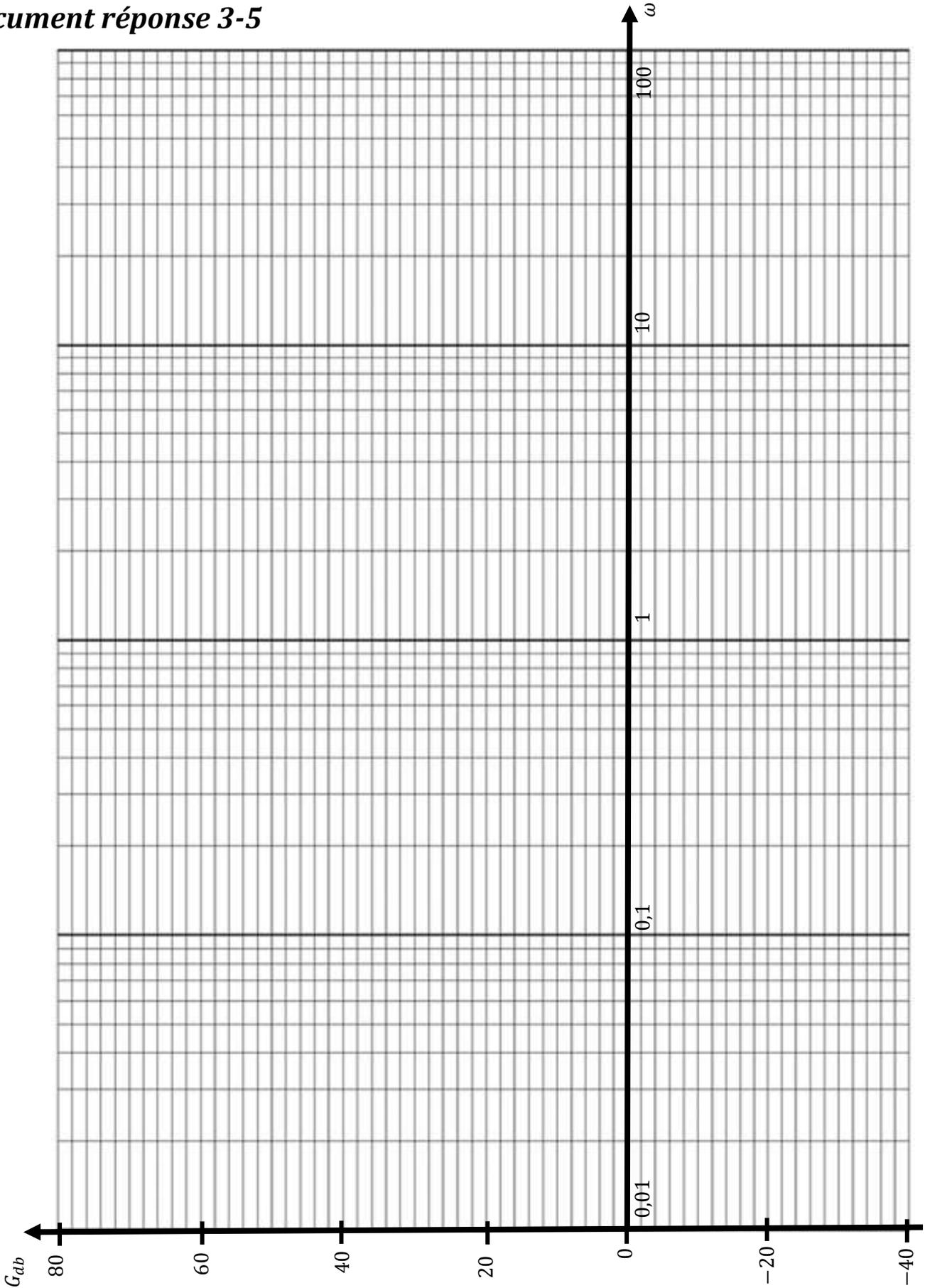


Document réponse 3-4



Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
12/12/2016		TD1

Document réponse 3-5



Document réponse 3-6

