

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

Performances des systèmes asservis

Cours

Programme - Compétences		
B226	Modéliser	Systèmes non linéaires · Modèle de non linéarité (hystérésis, saturation, seuil, retard) ; · Linéarisation du comportement des systèmes non linéaires continus.
B227	Modéliser	Modélisation des systèmes asservis · Stabilité : - définition, nature de l'instabilité (apériodique, oscillatoire), - contraintes technologiques engendrées, - interprétation dans le plan des pôles, - critère du revers, - marges de stabilité, - dépassement.
B228	Modéliser	· Pôles dominants et réduction de l'ordre du modèle ; · Performances et réglages ; · Précision d'un système asservi en régime permanent pour une entrée en échelon, une entrée en rampe, une entrée en accélération ; · Rapidité d'un système asservi : - temps de réponse, - bande passante.
B229	Modéliser	· Amélioration des performances d'un système asservi ; - critères graphiques de stabilité dans les plans de Black, Bode, marges de stabilité ; - influence et réglage d'une correction proportionnelle, intégrale, dérivée ; - prise en compte d'une perturbation constante, créneau ou sinusoïdale.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A. Correction des systèmes asservis	3
A.I. Introduction	3
A.II. Contexte de la correction abordée	4
A.III. Correcteurs P, I & D	5
A.III.1 Correction proportionnelle	5
A.III.1.a Fonction de transfert	5
A.III.1.b Diagramme de Bode du correcteur	5
A.III.1.b.i Diagramme général	5
A.III.1.b.ii Diagrammes des 3 correcteurs de l'exemple	6
A.III.1.c Effet temporel	6
A.III.1.d Effet diagramme de Bode FTBO.....	7
A.III.1.e Bilan	8
A.III.1.f Réglages.....	8
A.III.2 Correction intégrale	9
A.III.2.a Fonction de transfert	9
A.III.2.b Diagramme de Bode	9
A.III.2.c Effets	10
A.III.3 Correction dérivée	11
A.III.3.a Fonction de transfert	11
A.III.3.b Diagramme de Bode	11
A.III.3.c Effets	11
A.III.4 Bilan des correcteurs seuls.....	12
A.III.5 Correcteur PID.....	12
A.III.6 Les correcteurs en pratique	13
A.IV. Correcteur idéal	14
A.V. Correcteurs à action localisée	15
A.V.1 Correcteur à retard de phase.....	15
A.V.1.a Fonction de transfert	15
A.V.1.b Diagramme de Bode	15
A.V.1.c Effets	16
A.V.2 Correcteur à avance de phase	16
A.V.2.a Fonction de transfert	16
A.V.2.b Diagramme de Bode	16
A.V.2.c Effets	17
A.V.3 Remarques	18

Dernière mise à jour	Performances des systèmes	Denis DEFAUCHY
14/11/2017	asservis	Cours

A. Correction des systèmes asservis

A.I. Introduction

Après avoir vu comment étudier les performances des systèmes, nous allons maintenant voir comment les modifier dans le but de les améliorer en fonction du besoin exprimé, que ce soit pour des réponses temporelles à des entrées types (impulsion, échelon, rampe...) ou des réponses fréquentielles.

La correction consiste à modifier :

- La précision statique (ε_s) définie par exemple par l'erreur de position maximale admissible.
- La précision dynamique (ε_v): une erreur maximale de traînage peut aussi être nécessaire.
- La rapidité, matérialisée par exemple par une valeur maximale de temps de montée (t_m), par une valeur de temps de réponse à 5% ($t_{r5\%}$) ou à l'aide de la bande passante (ω_c, ω_{c0}).
- La marge de stabilité, matérialisée par exemple par une valeur minimale de marge de phase
- L'allure de la réponse : limitation du dépassement, du caractère oscillant...

La première idée consiste à imaginer ajouter une boucle à un système existant, ou à en modifier les composants.

Toutefois, il est aussi possible d'ajouter des composants permettant de modifier la fonction de transfert du système sans en changer les constituants. C'est ce que nous appellerons la correction des systèmes asservis.

Reprenons quelques résultats obtenus dans la partie précédente :

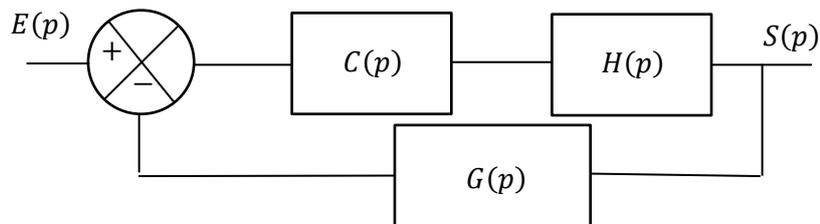
Augmentation de la rapidité	Augmentation de la précision	Augmentation de la stabilité <i>Systèmes 2^oordre et plus</i>
Augmentation du gain de la FTBO	Présence d'un gain de FTBO élevé	Diminution du gain de la FTBO
Présence d'une large bande passante de la FTBO	Ajout d'intégration dans la FTBO	Augmentation de la phase de la FTBO (le moins d'intégrations possible)

On met ici en évidence le dilemme stabilité-précision lié à l'influence contradictoire du gain sur les performances de précision et de stabilité. La correction des systèmes est donc un compromis entre différents objectifs contraires.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.II. Contexte de la correction abordée

Il existe une multitude de correcteurs de technologies différentes et une multitude de mises en œuvre de cette correction. Dans ce chapitre, on se limite à la correction $C(p)$ en amont de la chaîne directe, en sortie du comparateur. On dit que le correcteur est placé en cascade, ou en série.



Pourquoi placer le correcteur en cascade d'une manière générale ? Parce qu'en général, au comparateur, on a des tensions. Et on sait facilement ajouter des filtres électriques pour corriger le signal électrique. Il est plus difficile d'avoir une action dérivée ou intégrale sur une vitesse, par exemple...

Tout l'art de la correction consiste à choisir le bon correcteur et ses paramètres.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

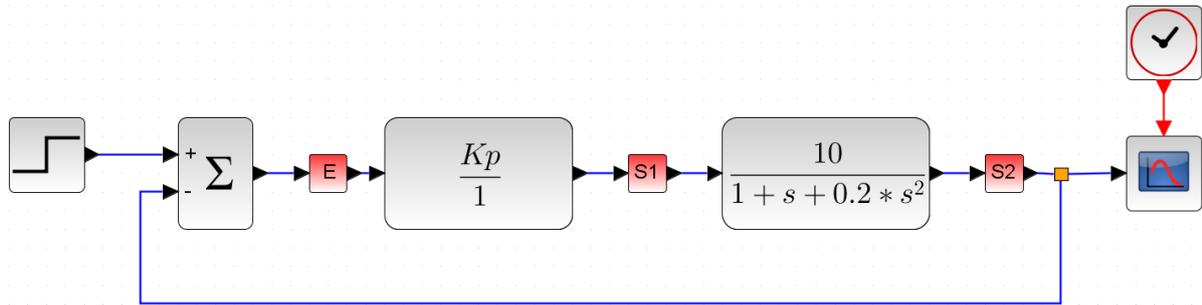
A.III. Correcteurs P, I & D

Voyons dans un premier temps les 3 types de correcteurs de base : Proportion, intégrale et dérivée.

A.III.1 Correction proportionnelle

A.III.1.a Fonction de transfert

$$C(p) = K_p$$

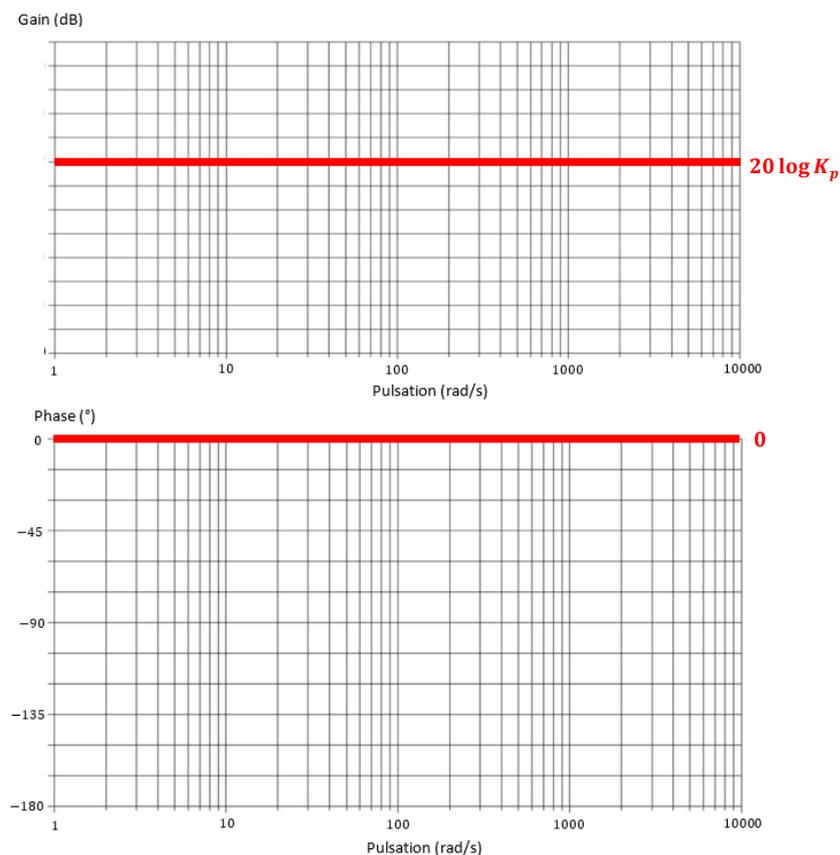


Ce correcteur change le gain statique de la *FTBO* du système en le multipliant par K_p .

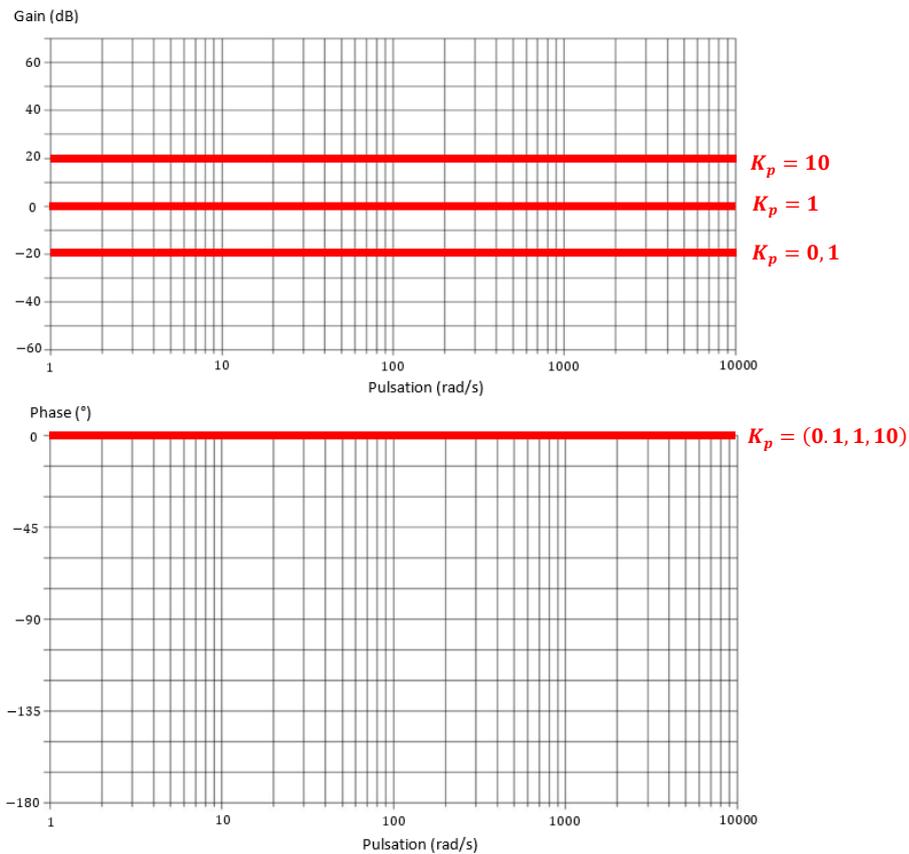
Traitons 3 exemples pour $K_p = (0.1, 1, 10)$. On notera que $K_p = 1$ correspond à l'absence de correction.

A.III.1.b Diagramme de Bode du correcteur

A.III.1.b.i Diagramme général

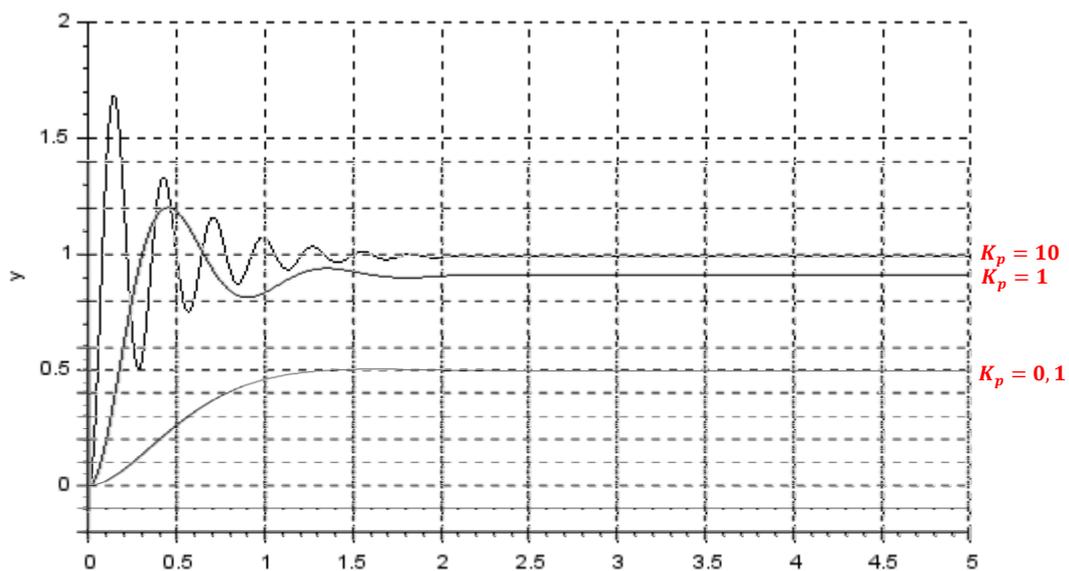


A.III.1.b.ii Diagrammes des 3 correcteurs de l'exemple



A.III.1.c Effet temporel

Voici les réponses temporelles pour une entrée échelon unitaire :

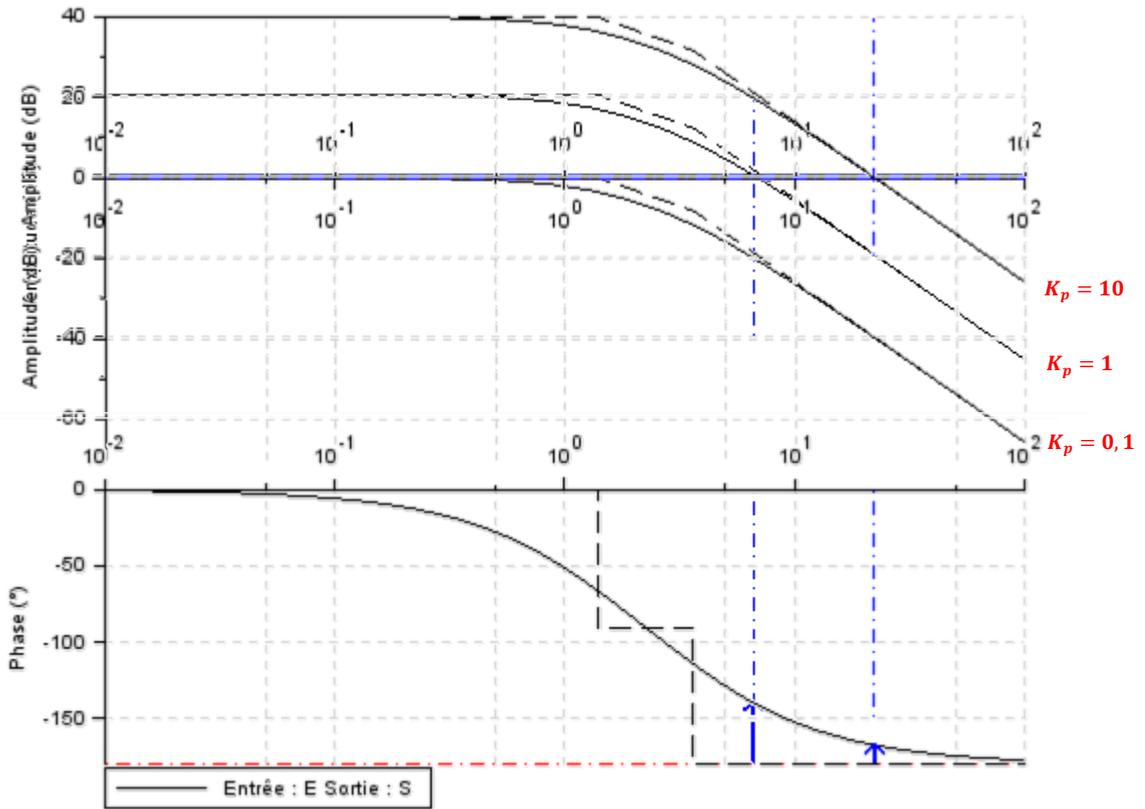


L'augmentation de K_p augmente la précision, augmente la rapidité globale et diminue la stabilité.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.III.1.d Effet diagramme de Bode FTBO

Voici les diagrammes de Bode associés aux 3 valeurs de K_p choisies :



Ce correcteur est dit translatant, car son effet est de déplacer la courbe de gain en translation verticale dans le plan de Bode :

- Vers le haut si $K_p > 1$
- Vers le bas si $K_p < 1$

La phase n'est pas modifiée.

On note que l'augmentation de K_p augmente la bande passante (\nearrow rapidité), augmente le gain statique (\nearrow précision) et diminue les marges de gain et de phase (\searrow stabilité)

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.III.1.e Bilan

$C(p) = K_p$	Stabilité	Précision	Rapidité	Dépassements
$K_p \nearrow$ ou $K_p > 1$	\searrow	\nearrow	\nearrow ($\Delta t_{r_{5\%}}$)	Apparition ou \nearrow

Attention à $t_{r_{5\%}}$ qui lui peut diminuer malgré l'augmentation de la rapidité (temps de montée, « réaction initiale ») du système.

A.III.1.f Réglages

On peut régler ce correcteur pour obtenir

- Une précision donnée (utilisation des formules d'écart en fonction de la classe)
- Une rapidité donnée avec la connaissance d'une formule pour le temps de réponse (ex 1° ordre 3τ ; 2° ordre $t_{r_{5\%}}\omega_0 = f(z)$).
- Une stabilité donnée (marges) :
 - o Connaissant la marge de phase voulue, on détermine la pulsation ω'_{c_0} où annuler le gain corrigé $G' = G + 20 \log K_p$, on en déduit la translation de gain nécessaire $TG = -G_{\omega'_{c_0}}$ (gain de la FTBO non corrigée positif ou négatif) et on fixe $K_p = 10^{\frac{TG}{20}}$ (résolution de l'équation $G'_{\omega'_{c_0}} = 0 \Leftrightarrow 20 \log K_p = -G_{\omega'_{c_0}} = -TG$)
 - o Connaissant la marge de gain voulue, et la marge actuelle, on détermine la translation comme au paragraphe précédent.

Attention, corriger une performance peut modifier les autres, on devra toujours vérifier que le système répond toujours au cahier des charges.

Dernière mise à jour 14/11/2017	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY Cours
------------------------------------	---------------------------------------	-------------------------

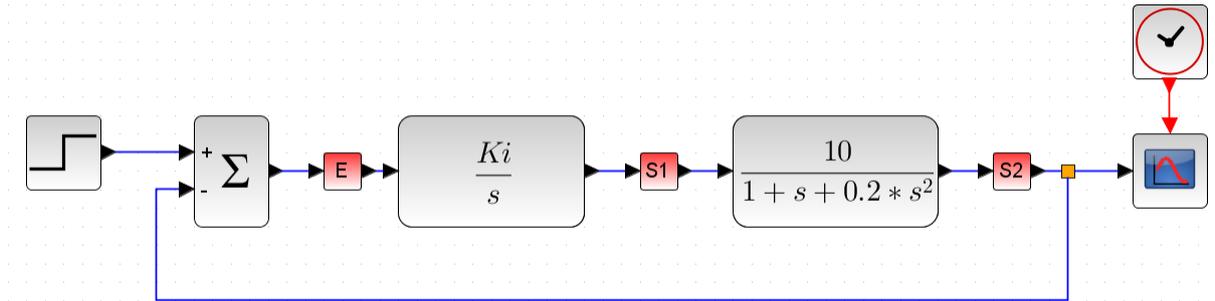
A.III.2 Correction intégrale

Cette correction est généralement accompagnée d'une correction proportionnelle.

A.III.2.a Fonction de transfert

$$C(p) = \frac{K_i}{p} = \frac{1}{T_i p}$$

$$[K_i] = s^{-1}$$



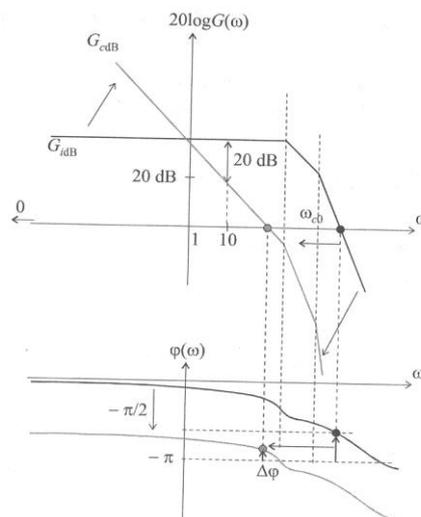
Remarque : Un correcteur intégral augmente la classe de la FTBO.

A.III.2.b Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode issu d'une correction par action intégrale est modifié ainsi :

- On ajoute à la courbe de gain une droite de pente -20dB/dec passant par le point $(\omega; G_{dB}) = (1; 20 \log K_i)$ ou $(\omega; G_{dB}) = (K_i; 0)$
- On translate la courbe de phase de 90° vers le bas

Exemple :



Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.III.2.c Effets

- La phase étant diminuée, la **stabilité** est généralement dégradée (à mettre en balance de la diminution éventuelle de ω_{c_0} qui induit une augmentation de la marge de phase en parallèle).
- La pulsation de coupure à 0 dB est généralement diminuée, le temps de montée augmente. L'intégrateur **ralenti** le système. Attention toutefois, si la pulsation de coupure à 0 dB est initialement en dessous de 1 rd/s, l'intégrateur peut avoir un effet opposé sur la bande passante.
- La présence de l'intégration annule l'écart statique pour des perturbations de type impulsion et échelon. La classe du système est augmentée et la **précision** peut donc être améliorée.

$C(p) = \frac{1}{p}$	Stabilité	Précision	Rapidité
	↘	↗	↘

Remarque : On système de classe $\alpha \geq 2$ n'est pas forcément instable s'il y a des remontées de phase.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.III.3 Correction dérivée

Cette correction est généralement accompagnée d'une correction proportionnelle.

Ce correcteur est irréalisable physiquement, il est issu de l'électronique, le degré du numérateur étant supérieur au degré du dénominateur.

A.III.3.a Fonction de transfert

$$C(p) = K_d p$$

$$[K_d] = s$$

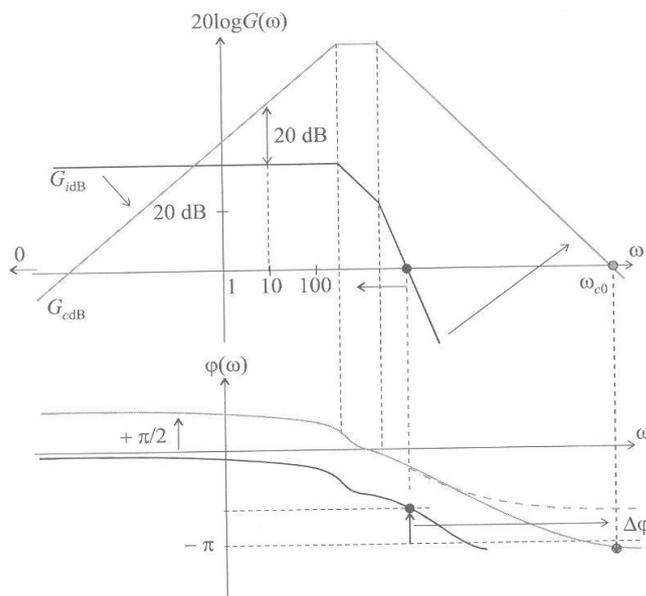
A.III.3.b Diagramme de Bode

Le diagramme de Bode issu d'une correction par action dérivée est modifié ainsi :

- On ajoute à la courbe de gain une courbe de pente 20dB/dec passant par le point

$$(\omega; G_{dB}) = (1; 20 \log K_d) \text{ ou } (\omega; G_{dB}) = \left(\frac{1}{K_d}; 0\right)$$

- On translate la courbe de phase de 90° vers le haut



A.III.3.c Effets

- La phase étant augmentée, la **stabilité** est améliorée (à mettre en balance de l'augmentation éventuelle de ω_{c0} qui induit une diminution de la marge de phase en parallèle).
- La pulsation de coupure à 0 dB est augmentée, le temps de montée diminue. Le système est plus **rapide**. Attention toutefois, si la pulsation de coupure à 0 dB est initialement en dessous de 1 rd/s, l'intégrateur peut avoir un effet opposé sur la bande passante.
- On perd l'effet d'éventuelles intégrations permettant d'éliminer l'influence de perturbations. La classe du système est diminuée et la **précision** peut donc être diminuée.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

$C(p) = p$	Stabilité	Précision	Rapidité
	↗	↘	↗

A.III.4 Bilan des correcteurs seuls

D'une manière générale, on peut quantifier l'effet de chaque correction ainsi :

	Stabilité	Précision	Rapidité
$C(p) = K > 1$	↘	↗	↗ ($\Delta t_{r5\%}$)
$C(p) = \frac{1}{p}$	↘	↗	↘
$C(p) = p$	↗	↘	↗

A.III.5 Correcteur PID

Généralement, on utilisera des correcteurs PID (Proportionnel – Intégral - Dérivée) dont la fonction de transfert est de la forme :

$$C(p) = K_p + \frac{K_i}{p} + K_d p = \frac{pK_p + K_i + K_d p^2}{p}$$

http://public.iutenligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeken/cours_au_mv/chapitre7/chap78.html Ce correcteur prend en compte à la fois l'écart (proportionnel), sa variation (dérivée) et la somme des variations passées (intégrale) pour corriger au mieux le système.

Des méthodes existent pour les régler au mieux, mais ce n'est pas l'objet du cours.

A.III.6 Les correcteurs en pratique

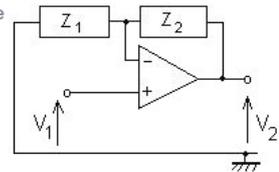
Nous proposons dans ce paragraphe des schémas de réalisation de correcteurs en utilisant comme composants de base des amplificateurs opérationnels, des résistances, et des condensateurs.

L'un des deux montages de base utilisés est représenté ci-contre :

La fonction de transfert V_2 / V_1 de ce montage est :

$$V_2 / V_1 = 1 + Z_2 / Z_1$$

D'autre part, on rappelle que l'impédance symbolique d'un condensateur est $1/ Cp$ (voir le paragraphe 2.3.4) .



Matérialisation des correcteurs classiques:

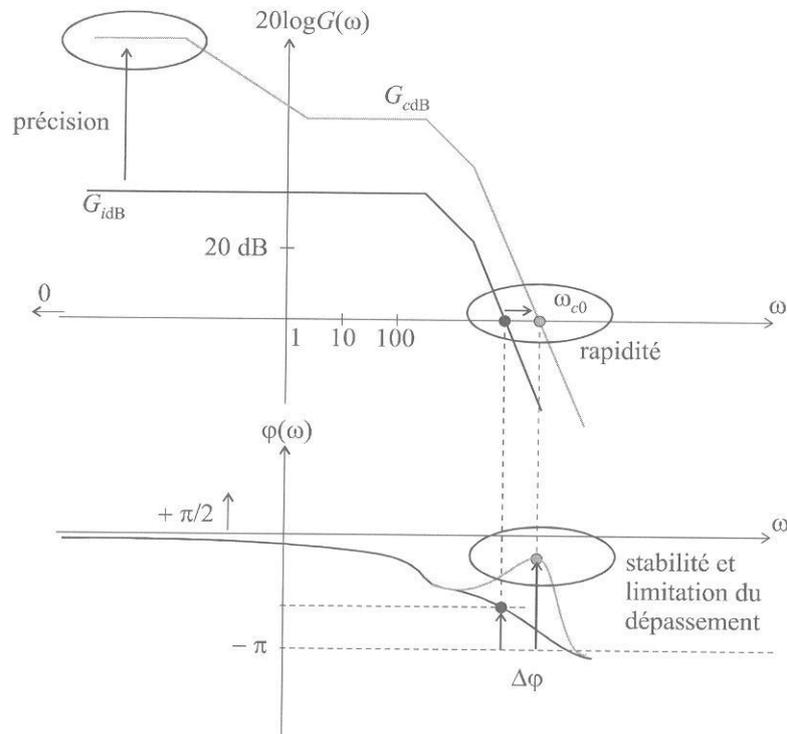
Correcteur P.I.	$R(p) = V(p)/e(p) = K(1 + 1/ T_i p)$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_i = R_3 C$	
Correcteur à retard de phase	$R(p) = K(1+bT_a p)/(1+T_a p)$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_a = R_4 C$ $b = R_3/(R_3+R_4)$	
Correcteur P.D. ou à avance de phase	$R(p) = K[1 + T_d p/(1+ dT_d p)]$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_d = R_4 C$ $d = R_3/R_4$	
Correcteur P.I.D. série	$R(p) = K(1 + 1/ T_i p)[1 + T_d p/(1+ dT_d p)]$ $K = 1 + R_2/R_1$ $T_i = R_3 C_1$ $T_d = R_5 C_2$ $d = R_4/R_5$	
Correcteur P.I.D. parallèle	$R(p) = K[1 + 1/ T_i p + T_d p/(1+ dT_d p)]$ $K = R_2/R_1$ $T_i = R_3 C_1$ $T_d = R_5 C_2$ $d = R_4/R_5$	

http://public.iutenligne.net/automatique-et-automatismes-industriels/verbeke/cours_au_mv/chapitre7/chap78.html

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017	asservis	Cours

A.IV. Correcteur idéal

Partant d'un système réel, donc de type passe bas, il faudrait corriger le système ainsi :



Un correcteur idéal permettrait :

- D'augmenter la précision en augmentant le statique uniquement au voisinage des basses fréquences (gain statique).
- D'augmenter la rapidité en augmentant la pulsation de coupure à 0 dB ω_{c0} .
- Améliorer la stabilité en augmentant la marge de phase au voisinage de ω_{c0} .

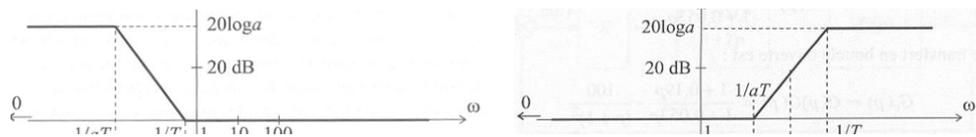
Les correcteurs à action proportionnelle, intégrale et dérivée que nous avons abordés modifient les caractéristiques sur l'ensemble des pulsations. C'est là leurs inconvénients majeurs. Les correcteurs idéaux doivent avoir une correction localisée différente en fonction de la plage de pulsation.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.V. Correcteurs à action localisée

Ces correcteurs sont issus de composants électroniques et permettent de réaliser des corrections spécifiques. Ils sont calculés en fonction d'un besoin spécifique, et leur mise en œuvre peut être délicate.

Les correcteurs que nous allons aborder permettent d'augmenter le gain soit en basse, soit en haute fréquence, tout en induisant une avance ou un retard de phase dans une zone particulière.



A.V.1 Correcteur à retard de phase

Le correcteur à retard de phase est un correcteur qui, comme son nom ne l'indique pas, permet **d'augmenter le gain uniquement aux basses fréquences**. Il sera donc utilisé pour améliorer la précision d'un système asservi sans avoir une influence aussi importante sur la phase.

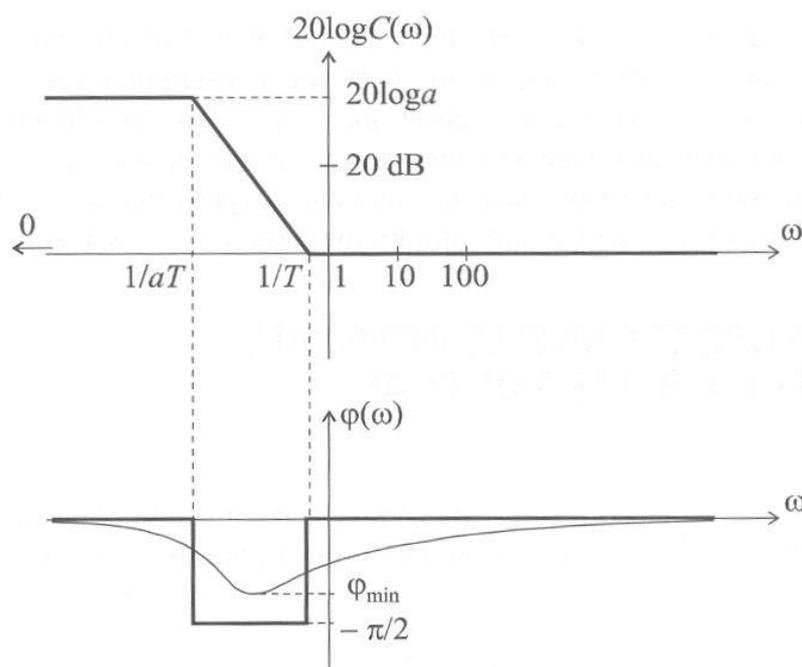
Ce correcteur donne l'avantage d'un correcteur proportionnel sur la précision sans l'inconvénient de diminuer la stabilité puisque lorsqu'il est bien réglé, il ne modifie ni ω_{c_0} , ni la phase proche de ω_{c_0} .

A.V.1.a Fonction de transfert

$$C(p) = \frac{a(1 + Tp)}{1 + aTp} \quad a > 1$$

A.V.1.b Diagramme de Bode

On ajoute au diagramme de Bode du système corrigé le diagramme de Bode du correcteur ci-dessous :



Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.V.1.c Effets

- Le gain statique est augmenté de $20 \log a$, ce qui améliore la **précision** ($a > 1$).
- En réglant le paramètre T , on sélectionne la zone à gain augmenté. Le gain aux hautes fréquences n'est pratiquement pas affecté, on ne touche donc généralement pas à la bande passante, donc à la rapidité.
- Le déphasage négatif supplémentaire se situe aux basses fréquences. Il n'a donc généralement pas d'influence sur les marges de stabilité, donc sur la stabilité.

$C(p) = \frac{a(1 + Tp)}{1 + aTp} ; a > 1$	Précision
	↗

A.V.2 Correcteur à avance de phase

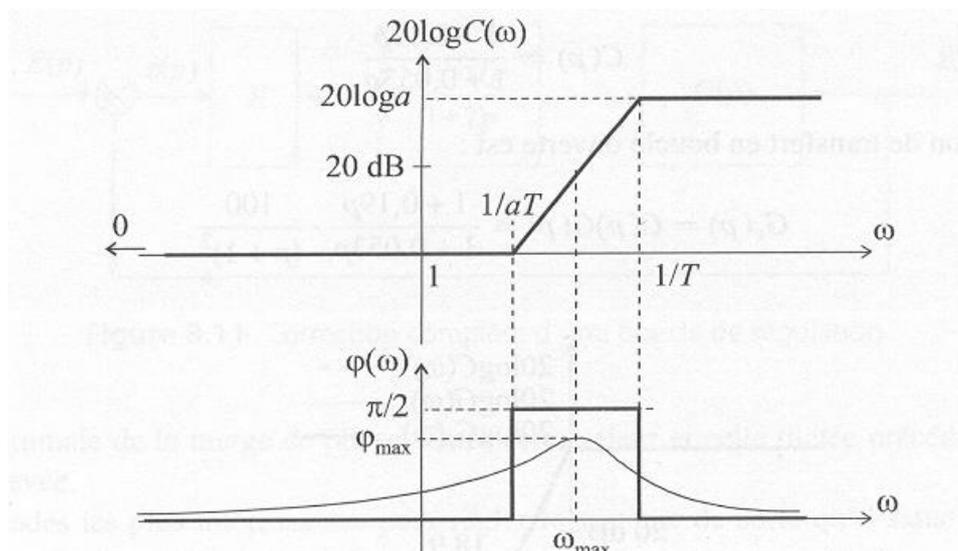
Le correcteur à avance de phase est un correcteur qui, comme son nom l'indique, permet **d'augmenter la marge de phase d'un système**.

A.V.2.a Fonction de transfert

$$C(p) = \frac{1 + aTp}{1 + Tp} \quad a > 1$$

A.V.2.b Diagramme de Bode

On ajoute au diagramme de Bode du système corrigé le diagramme de Bode du correcteur ci-dessous :



Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

A.V.2.c Effets

L'intérêt de ce correcteur est visible sur son diagramme de Bode. A la pulsation $\omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$, le déphasage présente un maximum qui vaut :

$$\varphi_{max} = \sin^{-1} \left(\frac{a-1}{a+1} \right)$$

On retrouve facilement la valeur de ω_{max} en cherchant la pulsation centrale entre $1/T$ et $1/aT$:

$$\log \omega_{max} = \frac{\log \frac{1}{T} + \log \frac{1}{aT}}{2} = \frac{1}{2} \log \frac{1}{aT^2} = \log \frac{1}{T\sqrt{a}} \Leftrightarrow \omega_{max} = \frac{1}{T\sqrt{a}}$$

Le principe de l'action correctrice consiste à faire coïncider ω_{max} avec la pulsation de coupure à 0 dB du système ω_{c_0} et à régler φ_{max} , que l'on appelle « remontée de phase », de manière à obtenir la marge de phase voulue :

- a permet de régler l'amplitude de la remontée de phase θ

$$a = \frac{1 + \sin \theta}{1 - \sin \theta}$$

- T permet de régler la pulsation à laquelle on veut la remontée de phase, en général ω_{c_0}

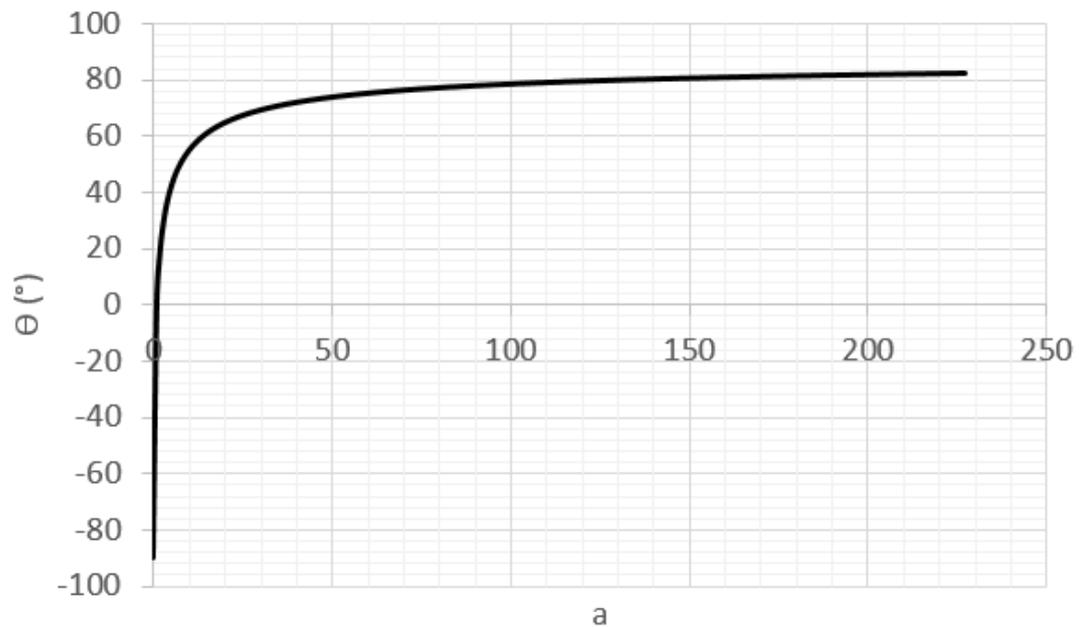
$$T = \frac{1}{\omega_{c_0} \sqrt{a}}$$

$C(p) = \frac{1 + aTp}{1 + Tp} ; a > 1$	Stabilité
	↗

Attention : en général, on prend une valeur de phase φ_{max} légèrement supérieure à la valeur de relèvement souhaitée, car la présence d'un gain non nul entre $\frac{1}{aT}$ et $\frac{1}{T}$ augmente légèrement la pulsation ω_{c_0} de coupure à 0dB du système corrigé, qui ne correspond alors plus exactement avec ω_{max} . Nous verrons en TD qu'il est même possible que la marge de phase DIMINUE lorsque l'on demande une trop grande remontée de phase. Il sera alors envisageable de cumuler plusieurs correcteurs à avance de phase en ayant toutefois conscience que ω_{c_0} sera alors encore plus décalée du fait du cumul des gains de chaque correcteur.

Dernière mise à jour	Performances des systèmes asservis	Denis DEFAUCHY
14/11/2017		Cours

Si ça peut vous être utile, voici la courbe d'évolution de φ_{max} en fonction du coefficient a :



A.V.3 Remarques

Les correcteurs à avance et à retard de phase peuvent être utilisés en simultanée pour corriger un système. Ils agissent à des fréquences différentes, basse fréquence pour le retard de phase et plus hautes fréquences pour l'avance de phase.