

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
18/05/2016		TD2 - Sujet

# Détermination des actions dans les liaisons des mécanismes statiques

## TD2

*Adhérence - Frottement*  
*Frein à disque - Embrayage*

Programme - Compétences		
B213	MODELISER	Actions mécaniques: - modélisation locale, actions à distance et de contact - modélisation globale, torseur associé - lois de Coulomb - adhérence et glissement
B214	MODELISER	Liaisons: - géométrie des contacts entre deux solides - définition du contact ponctuel entre deux solides: roulement, pivotement, glissement, condition cinématique de maintien du contact

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
18/05/2016		TD2 - Sujet

## Exercice 1: Frein à disque - Embrayage

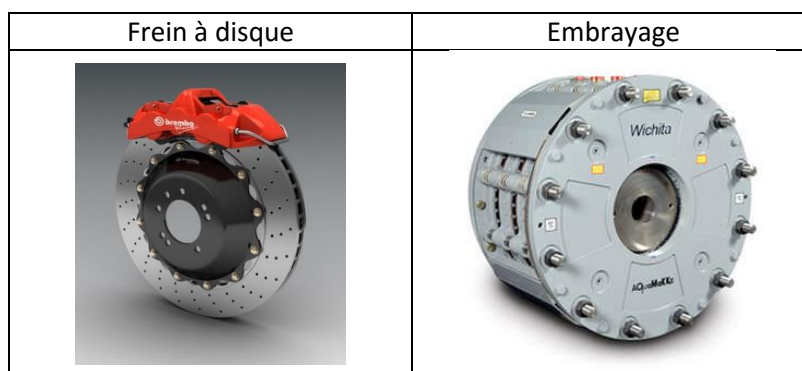
Tous système mécanique accumulant de l'énergie cinétique à l'aide d'un moteur et se déplaçant à la surface de la Terre doit être en mesure de la dissiper afin de s'arrêter. Les solutions techniques retenues généralement sont des systèmes dissipatifs par frottements. On trouve en grande majorité des freins à disques et des freins à tambour.

Par ailleurs, l'utilisation de moteurs thermiques qui fonctionnent en continu et leurs caractéristiques dépendant de leur vitesse de rotation imposent la présence d'embrayages, permettant à la fois de désolidariser le moteur du récepteur dans les phases d'arrêt, et d'adapter la puissance du moteur au récepteur (changements de vitesses). Les embrayages fonctionnent exactement sur le même principe que les systèmes de freinage.

La différence fondamentale entre un frein et un embrayage réside dans le fait

- qu'un frein ne doit pas conduire à l'adhérence entre les deux pièces mécaniques qui ne doivent que **glisser** afin de **dissiper** l'énergie cinétique et de ne pas bloquer les roues, par exemple, du véhicule freiné
- qu'un embrayage doit conduire à la solidarisation de ces deux pièces mécaniques pour **transmettre** la puissance du moteur au récepteur en passant par une phase de frottement afin de permettre l'accélération progressive du véhicule puis par une phase d'entraînement permettant aux deux pièces d'**adhérer** entre elles

Les figures ci-dessous présente 3 dispositifs que nous allons étudier dans la suite.



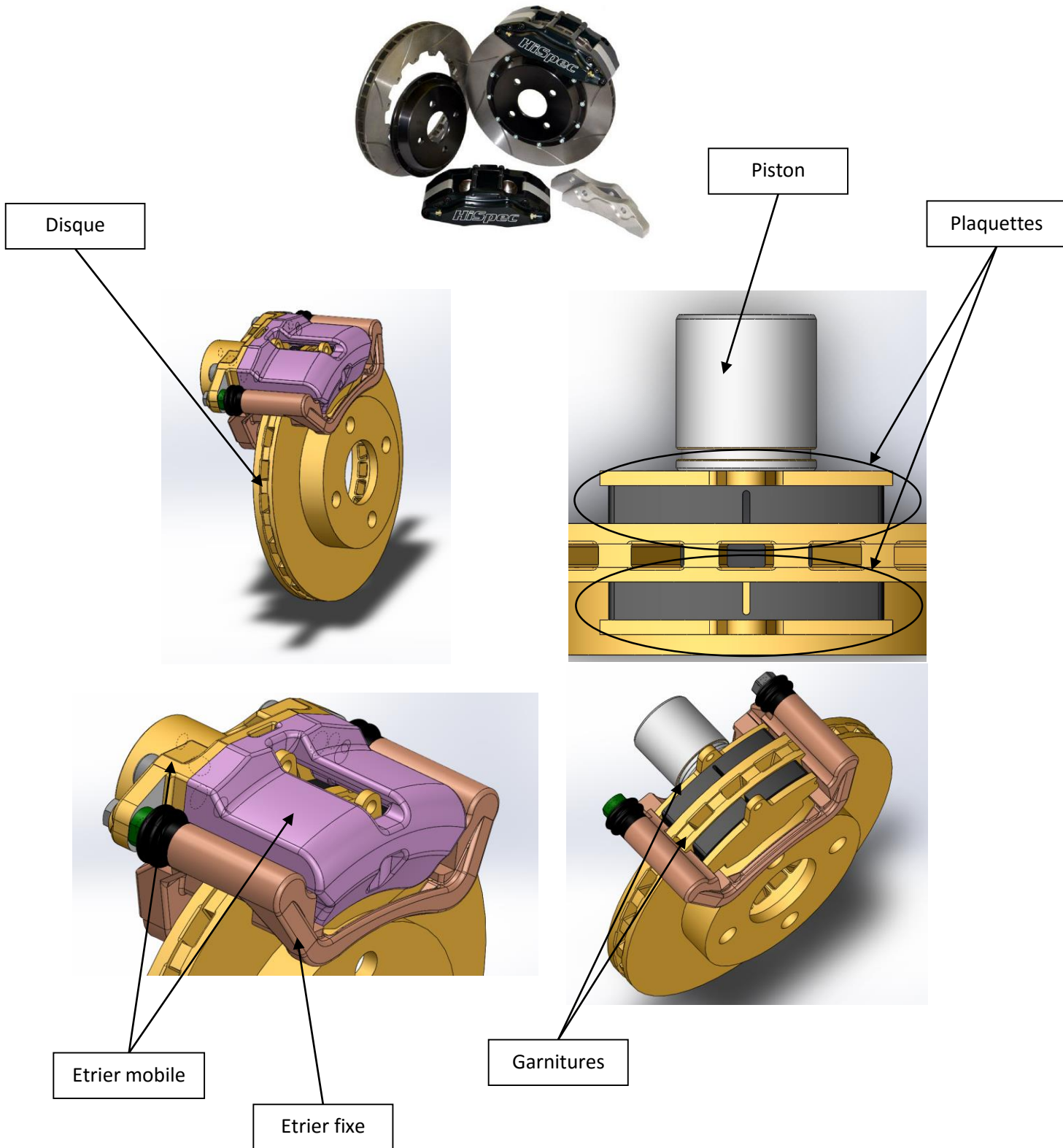
Pour les freins, on appelle garniture l'élément mécanique de friction qui va entrer en contact avec le disque ou le tambour en acier. Cet élément est constitué de matériaux choisis précisément afin d'assurer les fonctions de freinage (maîtrise du coefficient de frottement) et d'usure (la plus faible possible).

Pour les embrayages, ce sont des disques constitués du même matériau qui sont en contact les uns avec les autres.

Dernière mise à jour 18/05/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD2 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

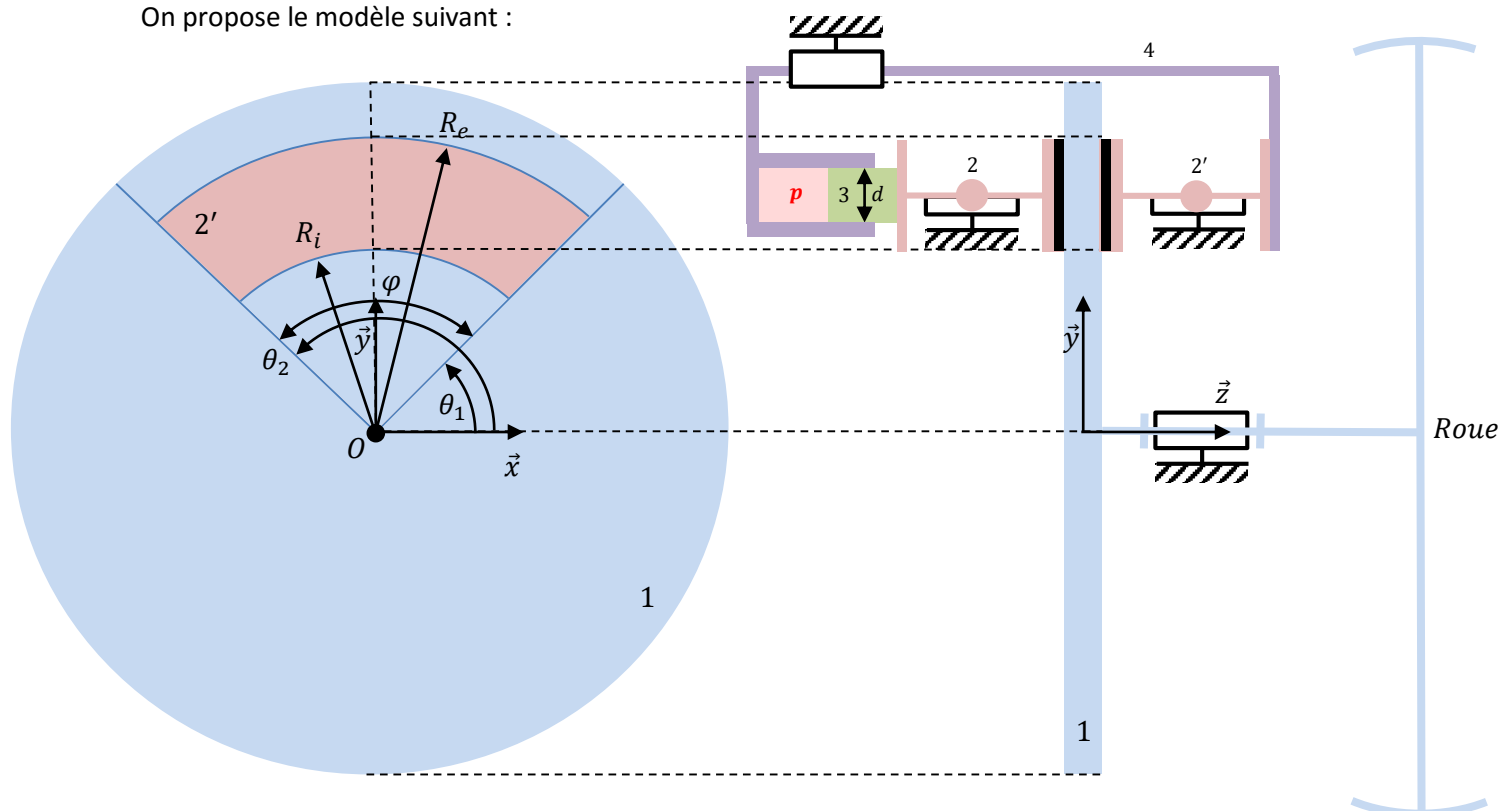
## *Frein à disque*

Un système de freinage à disques met en jeu un disque et des plaquettes qui viennent se serrer sur le disque et freiner le véhicule par frottement au contact entre le disque et les plaquettes.



Dernière mise à jour 18/05/2016	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY TD2 - Sujet
------------------------------------	--	-------------------------------

On propose le modèle suivant :



Le disque 1 est lié à un arbre supportant les roues, en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z})$  avec le châssis 0 du véhicule.

Un étrier mobile 4 est en liaison glissière avec l'étrier fixe 0 lié au châssis afin de permettre l'appui de l'ensemble plaquette/garniture 2' tout au long de l'utilisation du disque, lorsque les garnitures vont s'user, et d'appuyer avec le même effort presseur sur chaque plaquette.

Les ensembles plaquettes/garnitures 2 et 2' sont en contact avec l'étrier fixe 0 sur une portion de surface cylindrique de faible longueur. La liaison réalisée entre chaque plaquette et l'étrier fixe est donc une liaison sphère cylindre permettant à la fois de venir plaquer ou non les plaquettes sur le disque et de permettre un alignement correct des surfaces planes des garnitures sur les surfaces planes du disque. Ces ensembles 2 et 2' sont par ailleurs en liaison appui plan avec le disque de part et d'autre de celui-ci.

Un piston 3 de diamètre  $d$ , de rayon  $r$  et de surface  $S$  est en liaison pivot glissante avec l'étrier mobile et est soumis à une pression  $p$  d'huile dépendant de la commande du conducteur. C'est cette pression qui est à l'origine du freinage. Lorsque la chambre du piston est mise sous pression, la pression s'applique

- d'une part sur le piston, générant un effort presseur  $\vec{F} = F\vec{z}$ ,  $F > 0$  sur la plaquette 2
- d'autre part sur la partie gauche de cette chambre, générant un effort  $\vec{F}' = -F\vec{z}$  sur l'étrier mobile, force répercutée sur la plaquette 2'

Le disque est donc soumis aux deux efforts presseurs de normes identiques  $\vec{F}$  et  $\vec{F}'$ .

Au niveau local, on appelle  $p'$  la pression entre les garnitures et le disque qui s'applique sur une surface  $S'$ .

On suppose que toutes les liaisons sont parfaites hormis au niveau du contact entre les garnitures et le disque où l'on appelle  $f$  le coefficient de frottement.

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
18/05/2016		TD2 - Sujet

On suppose que la vitesse de rotation de la roue par rapport au châssis est positive :  $\overrightarrow{\Omega}_{10} = \Omega_{10} \vec{z}$ ,  $\Omega_{10} > 0$

On précise que :

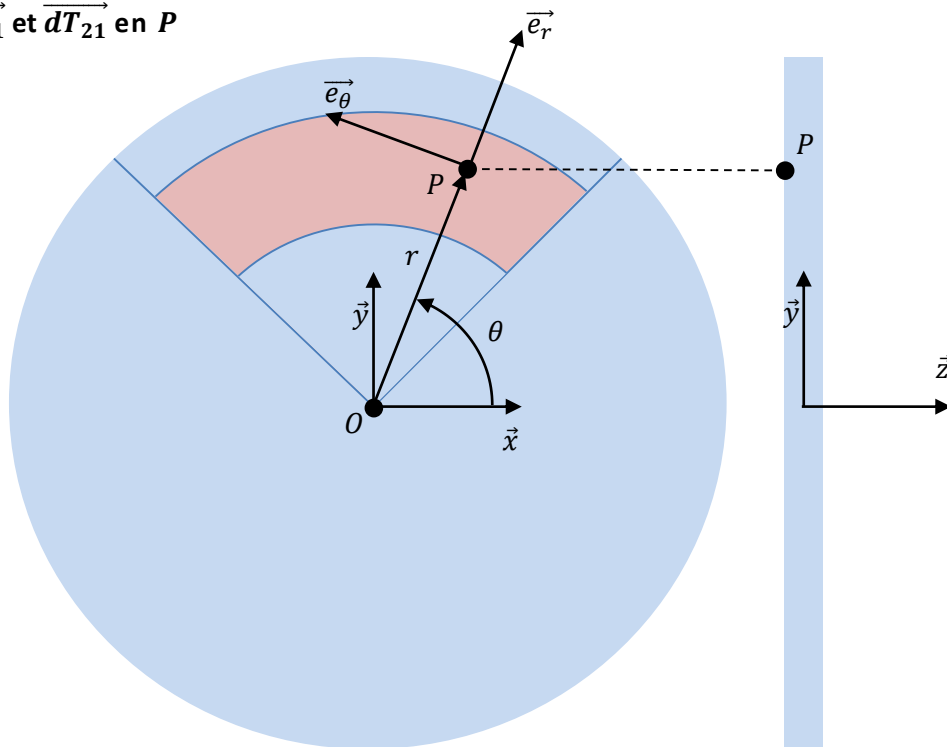
$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi}{2} \quad ; \quad \theta_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\varphi}{2}$$

Dans un premier temps, intéressons-nous au contact entre le frein et la garniture 2.

On appelle :

- $P$  un point courant sur la surface en contact entre disque 1 et garniture 2
- $\overrightarrow{dR}_{21}$  l'élément de force au contact entre disque 1 et garniture 2
- $p'$  la pression supposée uniformément répartie au contact entre disque 1 et garniture 2
- $\mathfrak{B}$  la base  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

**Question 1:** Sur le schéma ci-dessous, faire apparaître les composantes de  $\overrightarrow{dR}_{21}$  notées  $\overrightarrow{dN}_{21}$  et  $\overrightarrow{dT}_{21}$  en  $P$



**Question 2:** Exprimer  $\overrightarrow{dN}_{21}$  en  $P$  en fonction de  $p'$

**Question 3:** En déduire l'expression de  $\overrightarrow{dT}_{21}$  en  $P$  en fonction de  $f$  et  $p'$

**Question 4:** Exprimer l'élément de force  $\overrightarrow{dR}_{21}$  au contact entre la garniture et le disque et donner ses composantes suivant  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$

**Question 5:** Calculer la résultante  $\overrightarrow{R}_{21}$  de l'action entre la garniture 2 et le disque 1 (on gardera  $\theta_1$  et  $\theta_2$  dans les formules)

**Question 6:** En utilisant les données du problème, montrer que la composante suivant  $\vec{y}$  de cette résultante est nulle

**Question 7:** En déduire la relation liant la pression au contact disque/garnitures  $p'$  et l'effort presseur  $F$

**Question 8:** Donner l'expression du petit moment en  $O$   $\overrightarrow{dM}_{21}^O$  créé par l'action  $\overrightarrow{dR}_{21}$  en  $P$  et donner ses composantes suivant  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$

Dernière mise à jour	Détermination des actions dans les mécanismes statiques	Denis DEFAUCHY
18/05/2016		TD2 - Sujet

**Question 9:** Déterminer le moment  $\overrightarrow{M}_{21}^O$  en  $O$  de l'action de pression au contact garniture 2 / disque 1 (on gardera  $\theta_1$  et  $\theta_2$  dans les formules)

**Question 10:** Donner le torseur  $\{T_{21}\}$  de l'action de la plaquette 2 sur le disque 1 en  $O$  sous forme verticale

**Question 11:** Par analogie, donner le torseur de l'action  $\{T_{2'1}\}$  sur le disque en  $O$

**Question 12:** En déduire le torseur de l'action des deux plaquettes sur le disque  $\{T_{2U2' \rightarrow 1}\}$  en  $O$

**Question 13:** Discuter des composantes non nulles obtenues

Nous avons maintenant le torseur de l'action des garnitures sur le disque. Voyons comment relier cette action exprimée en fonction de la pression  $p'$  au contact disques/garnitures à la pression  $p$  dans la chambre du piston de commande.

**Question 14:** En partant du principe que l'action de la pression d'huile  $p$  sur la plaquette 2 s'oppose à l'action de la pression  $p'$  au contact de la plaquette 2 avec le disque 1, déterminer la relation entre la pression  $p$  d'huile, la surface du piston  $S$ , la pression au contact garnitures/disque  $p'$  et la surface du contact plaquette/disque  $S'$

**Question 15:** Donner l'expression de  $S'$  en fonction de  $\varphi$ ,  $R_i$  et  $R_e$

**Question 16:** En déduire l'expression de  $p'$  en fonction de  $p$ ,  $r$ ,  $\varphi$ ,  $R_i$  et  $R_e$

Exprimons maintenant le couple de freinage du frein à disque en fonction des différentes données du problème.

**Question 17:** Donner l'expression du couple  $C$  tel que  $\vec{C} = C\vec{z}$  à l'origine du freinage en fonction de  $p'$ ,  $f$ ,  $\varphi$ ,  $R_i$  et  $R_e$  puis en fonction de  $p$ ,  $f$ ,  $r$ ,  $R_i$  et  $R_e$

**Question 18:** En déduire l'expression de  $C$  en fonction de  $F$ ,  $f$ ,  $R_i$  et  $R_e$

On pose :

$$R_{moy} = \frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2}$$

**Question 19:** Pour une seule plaquette, donner l'expression du couple  $C_f$  de freinage obtenu en fonction de  $F$ ,  $f$  et  $R_{moy}$

Ce résultat pourra être retenu, mais doit pouvoir être redémontré.

## ***Embrayage***

Un embrayage est un système mécanique très semblable à un système de frein à disque. Les deux différences sont les suivantes :

- Ce n'est plus une plaquette qui frotte sur un disque sur une surface en une portion disque mais deux disques. On a donc :  $\varphi = 2\pi$
- On met en parallèle plusieurs disques tels qu'il y a  $n$  surfaces frottantes

Dernière mise à jour	Détermination des actions	Denis DEFAUCHY
18/05/2016	dans les mécanismes statiques	TD2 - Sujet

**Question 20:** Etendre les résultats précédents afin d'exprimer le couple transmissible par un embrayage lorsque tous les disques adhèrent. On supposera que coefficients d'adhérence et de frottement sont identiques.

### ***Bilan***

**Question 21:** Quels paramètres peut-on modifier afin d'augmenter le couple de freinage d'un frein à disque ou le couple transmissible d'un embrayage ?

### ***Méthode rapide***

Voyons finalement comment retrouver rapidement le couple de freinage d'un frein à disque.

**Question 22:** Déterminer le couple  $C$  trouvé précédemment en posant un modèle à main levée du frein, en faisant apparaître la seule composante de  $\overline{dF}$  en  $P$  créant un couple sur l'axe  $(O, \vec{z})$ , on donnant l'expression du moment associé, en l'intégrant, puis en mettant en relation la pression au contact  $p'$  et l'effort presseur  $F$