1- Généralité

1.1- Définition

………
………

Remarques :

- Si le solide 1 exerce une action sur le solide 2, cela ne signifie pas que le solide 1 mettra le solide 2 en mouvement. Il peut exister une (plusieurs) autre(s) action(s) qui s'oppose(nt) à la première action et donc qui empêche(nt) la mise en mouvement du solide 2.

- Une action mécanique peut également être exercée par et/ou sur un fluide (liquide ou gaz).

1.2- Conséquence

Le solide 2 ayant 6 degrés de liberté (6 possibilités de se mouvoir dans l'espace), l'action mécanique du solide 1 sur le solide 2 a 6 composantes :

………

………

1.3- Réciprocité des actions : Principe des actions mutuelles

Si le solide 1 exerce une action mécanique sur le solide 2 alors le solide 2 exerce une action mécanique sur le solide 1 qui lui est directement opposée.

2- Modélisation par une force ou un couple

Toute action mécanique exercée par un solide 1 sur un solide 2 peut se modéliser :

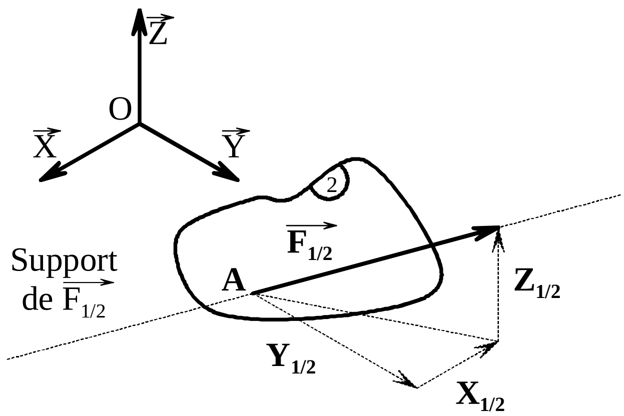
Soit par une force **Soit par un couple.** **Soit par une force + un couple**

2.1- Force

Si l'action du solide 1 sur le solide 2 est modélisée par une force alors cette force se caractérise par :

- ……………………………………

- ……………………………………



Si $\vec{F}_{1/2} \begin{vmatrix} X_{1/2} \\ Y_{1/2} \\ Z_{1/2} \end{vmatrix}$ est appliquée en A alors :

- $X_{1/2}$, $Y_{1/2}$ et $Z_{1/2}$ caractérisent respectivement les capacités qu'a le solide 1 à faire translater le solide 2 suivant les axes $\vec{X}$, $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$

- La capacité du solide 1 à faire tourner le solide 2 autour du point A est nulle.

2.1.1- Unité

L'unité de la norme du vecteur force (du module de la force) est le **Newton (Symbole : N).**

Une force de module 1 N est une force équivalente au poids d'une masse d'environ 100 grammes.

2.1.2- Support d'une force

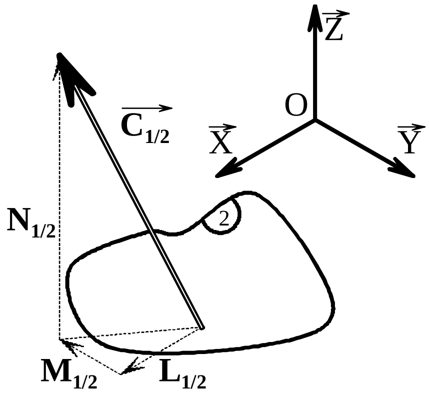
Le support d'une force est la droite parallèle au vecteur force passant par le point d'application.

2.1.3- Propriété

Deux forces ayant même vecteur force et même support sont parfaitement équivalentes (égales).

2.2- Couple

Si l'action du solide 1 exercée sur le solide 2 à une capacité à faire translater le solide 2 nulle et une capacité à faire tourner le solide 2 non nulle, alors cette action ne peut pas se modéliser par une force. Elle peut alors se modéliser par un couple qui se caractérise par :



- **..**
- **..**

Si $\vec{C_{1/2}} \left| \begin{array}{l} L_{1/2} \\ M_{1/2} \\ N_{1/2} \end{array} \right.$ alors :

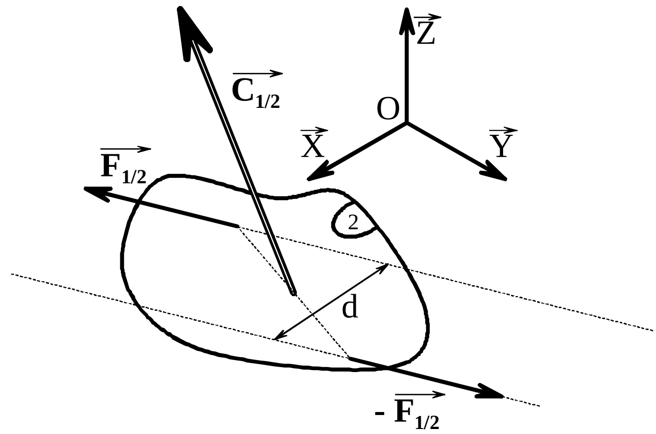
$L_{1/2}$, $M_{1/2}$ et $N_{1/2}$ caractérisent respectivement les capacités qu'a le solide 1 à faire tourner le solide 2 autour des axes $\vec{X}$, $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$

2.2.1- Unité

L'unité de la norme du vecteur couple (module du couple) est le **Newton.mètre (Symbole : N.m).**

2.2.2- Couple de forces

Deux forces de vecteurs opposés (Même direction même norme mais sens opposés) ayant des supports différents définissent un couple.



Si un couple $\vec{C_{1/2}}$ est défini par deux forces $\vec{F_{1/2}}$ et - $\vec{F_{1/2}}$ de vecteurs opposés , alors ce couple ne dépend que des deux vecteurs forces et de la distance entre les supports des deux forces. Il ne dépend pas des deux points d'application des forces.

Le vecteur couple $\vec{C_{1/2}}$ est un vecteur :

- De direction orthogonale au plan défini par les deux supports des forces $\vec{F_{1/2}}$ et - $\vec{F_{1/2}}$
- De norme $\|\vec{C_{1/2}}\| = d \, . \, \|\vec{F_{1/2}}\|$ où d est la distance entre les deux supports des forces $\vec{F_{1/2}}$ et - $\vec{F_{1/2}}$

3- Modélisation par un torseur

....

3.1- Définition

Si une action mécanique d'un solide 1 sur un solide 2 est modélisée par le torseur exprimé en A :

$$\{T_{1/2}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} X_{1/2} & L_{1/2} \\ Y_{1/2} & M_{1/2} \\ Z_{1/2} & N_{1/2} \end{Bmatrix}_{(\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})} \quad \text{alors :}$$

- **$X_{1/2}$, $Y_{1/2}$ et $Z_{1/2}$ caractérisent respectivement les capacités qu'a le solide 1 à faire <u>translater</u> le solide 2 suivant les axes $\vec{X}$, $\vec{Y}$ et $\vec{Z}$**

- **$L_{1/2}$, $M_{1/2}$ et $N_{1/2}$ caractérisent respectivement les capacités qu'a le solide 1 à faire <u>tourner</u> le solide 2 autour des axes $(A, \vec{X})$, $(A, \vec{Y})$ et $(A, \vec{Z})$**

3.2- Eléments de réduction

Le torseur de l'action mécanique d'un solide 1 sur un solide 2 se caractérise en A par deux vecteurs appelés éléments de réduction en A :

- **La résultante :** $\vec{R}\left| \begin{matrix} X_{1/2} \\ Y_{1/2} \\ Z_{1/2} \end{matrix} \right.$ caractérisant la capacité à faire translater le solide 2.

- **Le moment en A :** $\vec{M_A}\left| \begin{matrix} L_{1/2} \\ M_{1/2} \\ N_{1/2} \end{matrix} \right.$ caractérisant la capacité à faire tourner autour de A le solide 2.

Le torseur de l'action peut alors s'écrire : $\{T_{1/2}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} X_{1/2} & L_{1/2} \\ Y_{1/2} & M_{1/2} \\ Z_{1/2} & N_{1/2} \end{Bmatrix}_{(\vec{X},\vec{Y},\vec{Z})}$ ou : $\{T_{1/2}\} = {}_{A}\begin{Bmatrix} \vec{R} \\ \vec{M_A} \end{Bmatrix}$

3.2- Transport du torseur : Formule de Varignon

Si un torseur peut s'exprimer en A par ses deux éléments de réduction : $\vec{R}$ et $\vec{M_A}$, alors il peut s'exprimer en B par les deux éléments de réduction $\vec{R}$ et $\vec{M_B}$ tel que :

Cette formule du transport du moment caractérise le fait que, la capacité qu'a l'action mécanique à faire tourner le solide autour du point A, est différente de celle qu'elle a de faire tourner le solide autour du point B même si ces deux capacités sont liées.

Le torseur de l'action peut alors s'écrire :

4- Passage de force à torseur

Si l'action d'un solide 1 sur le solide 2 peut se modéliser par la force $\overrightarrow{F_{1/2}}\left|\begin{array}{l}X\\Y\\Z\end{array}\right.$ appliquée en A. Alors cette action peut se modéliser par le torseur : $\{T_{1/2}\} =$

Remarque :

Ce type de torseur est : **..................................** **où**: **...**

5- Passage de couple à torseur

Si l'action d'un solide 1 sur le solide 2 peut se modéliser par le couple $\overrightarrow{C_{1/2}}\left|\begin{array}{l}L\\M\\N\end{array}\right.$

Alors cette Action peut se modéliser par le torseur : $\{T_{1/2}\} =$

Remarque :

Ce type de torseur est un torseur couple

Ses éléments de réduction sont toujours les mêmes quelque soit le point où est exprimé ce torseur. C'est à dire que quelque soit les points A ou B :

6- Passage de torseur à force + couple

Si l'action d'un solide 1 sur le solide 2 peut se modéliser par le torseur :

Alors cette Action peut se modéliser par :

- **..**

plus - **..**

Remarque :

Si $\overrightarrow{M_A} = \vec{0}$ alors cette action peut se modéliser par :

Une force $\overrightarrow{F_{1/2}}$ appliquée en A telle que : $\overrightarrow{F_{1/2}} = \overrightarrow{R}$.

7- Actions de liaison

7.1- Règle générale

Si le solide 1 est en liaison parfaite de centre O avec le solide 2 dont le torseur cinématique est : $\{\mathcal{V}(1/2)\}$, alors l'action mécanique du solide 1 sur le solide 2 peut se modéliser par un torseur {T(1/2)} tel que le comoment de ces deux torseurs est nul. :

Soit si :

Alors :

et :

Exemple

Si le torseur cinématique de la liaison de centre O entre les solides 1 et 2 est : $\{\mathcal{V}(1/2)\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{V_X} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \boldsymbol{\omega_Z} & \mathbf{V_Z} \end{Bmatrix}$

Alors le torseur de l'action du solide 1 sur le solide 2 est de la forme : $\{\mathbf{T_{1/2}}\} =$

Cas d'un problème plan ($\overrightarrow{X}$, $\overrightarrow{Y}$)

Si le problème est un problème plan ($\overrightarrow{X}$, $\overrightarrow{Y}$) alors les composantes sur $\overrightarrow{Z}$ de la résultante , et sur $\overrightarrow{X}$ et $\overrightarrow{Y}$ du moment sont forcément nulles :

Si $\{T(1/2)\} = {}_{O}\begin{Bmatrix} X & L \\ Y & M \\ Z & N \end{Bmatrix}$ Alors :

7.2- Actions de liaisons modélisables par une force

1.2.1- Cas général

Les liaisons dont l'action se modélise toujours par une force appliquée au centre de la liaison sont :

- La liaison ponctuelle de normale Δ : ....

- La liaison linéaire annulaire d'axe Δ : ....

- La liaison rotule ....

1.2.2- Cas de problème plan($\overrightarrow{X}$, $\overrightarrow{Y}$)

Les liaisons dont l'action se modélise toujours par une force de direction inconnue sont :

- Liaison pivot d'axe (O, $\overrightarrow{Z}$)
- Liaison pivot glissant d'axe (O, $\overrightarrow{Z}$)
- Liaison linéaire annulaire d'axe (O, $\overrightarrow{Z}$)
- Liaison rotule de centre O

Les liaisons dont l'action se modélise toujours par une force de direction connue sont :

- Liaison ponctuelle de normale Δ
- Liaison linéaire rectiligne de normale Δ

....

- Liaison linéaire annulaire d'axe Δ ....

8- Action de pesanteur

Si un solide 1 a une masse M et un centre de gravité G, alors la terre exerce sur ce solide 1 une action de pesanteur (appelée poids) qui peut être modélisée par :

Une force $\overrightarrow{F_{terre/1}} = \overrightarrow{P}$: **- Appliquée au centre de gravité G**

- Verticale

- Vers le bas

- De module : $\|\overrightarrow{P}\| = M \cdot g$ ($\|\overrightarrow{P}\|$ en N , M en kg et g en $m.s^{-2}$)

Où g est l'accélération gravitationnelle terrestre : A paris : $g = 9{,}81\ m.s^{-2}$

9- Action de pression d'un fluide

9.1- Action sur une surface plane

Si un fluide à la pression p uniforme est en contact avec le solide 1 sur une surface plane d'aire S et de centre A, alors le fluide exerce une force sur le solide 1 modélisée par :

Une force $\overrightarrow{F_{fluide/1}}$: **- Appliquée au centre de la surface**

- De direction perpendiculaire à la surface plane

- De sens du fluide vers la surface

- De module : $\|\overrightarrow{F}\| = p \cdot S$

9.2- Unités

SI :		Unités usuelles :		Autres unités :	
	- F : **N**		- F : **N**		- F : **daN**
	- S : **m^2**		- S : **mm^2**		- S : **cm^2**
	- p : **Pa (Pascal)**		- p : **MPa**		- p : **b (bar)**

Remarque : **$1\ MPa = 10^6\ Pa = 10\ b$** **$1\ b = 10^5\ Pa = 0{,}1\ MPa$**

9.3- Action sur une surface de révolution

Si un fluide à la pression p est en contact avec le solide 1 sur une surface de révolution d'axe Δ, alors le fluide exerce une force sur le solide 1 modélisée par :

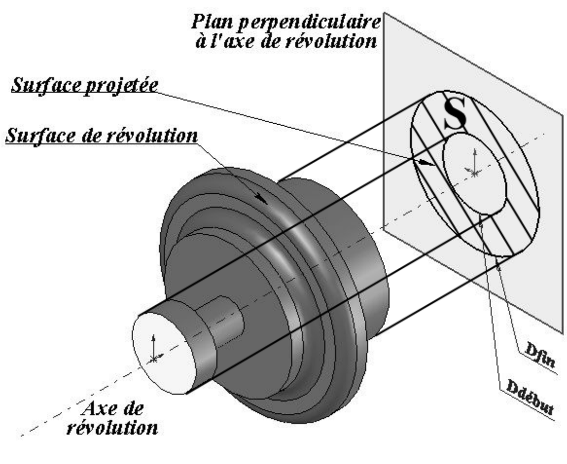
Une force $\overrightarrow{F_{fluide/1}}$: **- Support l'axe de révolution Δ**

- De sens du fluide vers la surface

- De module : $\|\overrightarrow{F}\| = p \cdot S$

Où S est l'aire de la surface projetée de la surface de contact sur un plan perpendiculaire à Δ .

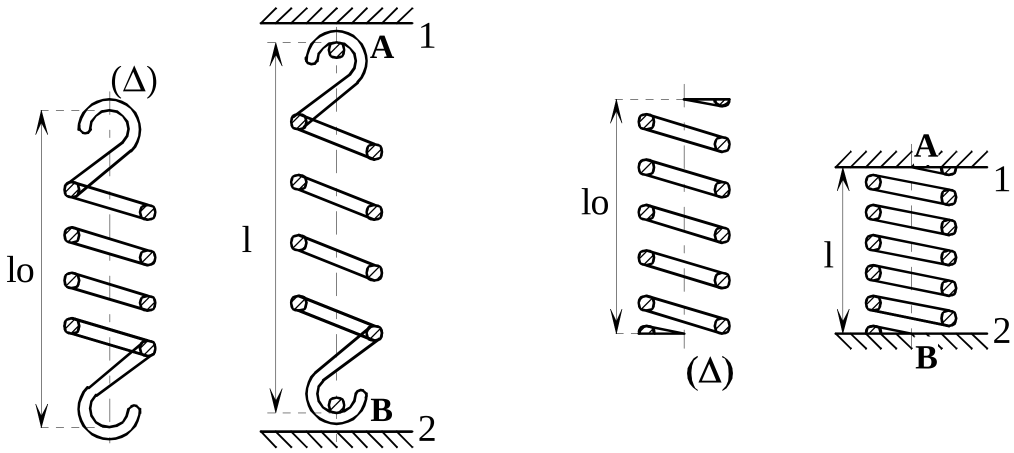
Remarque : **Ici : $S = \dfrac{\pi.(D_{ext}^2 - D_{int}^2)}{4}$**



10- Action d'un ressort de traction ou de compression

10.1- Ressort hélicoïdal de compression ou de traction

Soit un ressort de longueur à vide l_0 et de raideur k ancré entre les solides 1 et 2 respectivement en A et B. Si la distance entre les points A et B est l alors :



Alors le ressort exerce sur le solide 1 une action mécanique modélisée par :

Une force $\overrightarrow{F_{ressort/1}}$: **- De support l'axe du ressort (Droite (AB))**

- De sens : de A vers B si $l > l_0$ (Ressort de traction)

ou : de B vers A si $l < l_0$ (Ressort de compression)

- De module : $F = k \cdot | l - l_0 |$

Et le ressort exerce sur le solide 2 une action mécanique modélisée par :

Une force $\overrightarrow{F_{ressort/2}}$: **- De support l'axe du ressort (Droite (AB))**

- De sens : de B vers A si $l > l_0$ (Ressort de traction)

ou : de A vers B si $l < l_0$ (Ressort de compression)

- De module : $F = k \cdot | l - l_0 |$

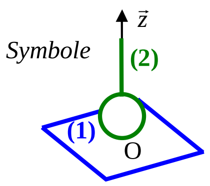
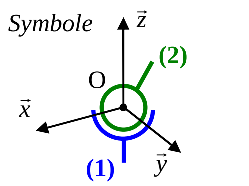
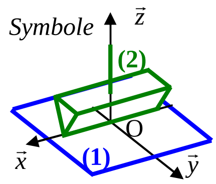
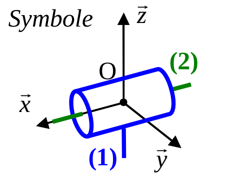
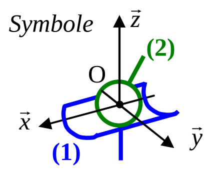
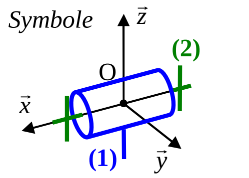
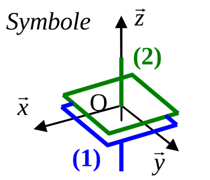
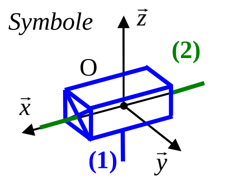
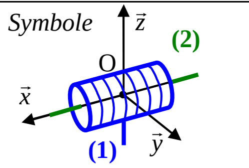
10.2- Unités

SI :
- F : **N**
- k : **$N.m^{-1}$ ou N/m**
- L et L_0 : **m**

Unités usuelles :
- F : **N**
- k : **$N.mm^{-1}$ ou N/mm**
- L et L_0 : **mm**

Remarque : **1 N/mm = 1 000 N/m**

Torseur d'action mécanique transmissible des liaisons normalisées – Tableau récapitulatif

(2)/(1) : Liaison ponctuelle en O de normale (O, $\vec z$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		(2)/(1) : Liaison rotule en O : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	
(2)/(1) : Liaison L.R. d'axe (O, $\vec x$) de normale (0, $\vec z$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		(2)/(1) : Liaison pivot glissant d'axe (O, $\vec x$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	
(2)/(1) : Liaison linéaire annulaire d'axe (O, $\vec x$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ Y_{12} & 0 \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		(2)/(1) : Liaison pivot d'axe (O, $\vec x$) $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{12} & 0 \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	
(2)/(1) : Liaison appui plan de normale (O, $\vec z$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & L_{12} \\ 0 & M_{12} \\ Z_{12} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$		(2)/(1) : Liaison glissière d'axe (O, $\vec x$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$	
(2)/(1) : Liaison hélicoïdale d'axe (O, $\vec x$) : $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} X_{12} & L_{12} \\ Y_{12} & M_{12} \\ Z_{12} & N_{12} \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$ +1 relation de dépendance entre X_{12} et L_{12} : $L_{12} = -X_{12}.pas/(2.\pi)$ (pas en mm/tr)			

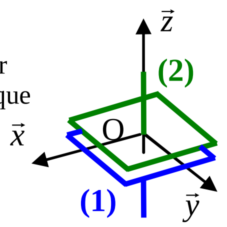
Torseur d'action transmissible et torseur cinématique des liaisons normalisées

Il y a une complémentarité entre le torseur cinématique et le torseur d'action mécanique transmissible.

A une vitesse linéaire nulle correspond une force

Torseur d'action mécanique transmissible $\{F_{1\to2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} 0 & \boxed{L_{12}} \\ 0 & \boxed{M_{12}} \\ \boxed{Z_{12}} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$

$\{C_{1/2}\} = {}_O\begin{Bmatrix} \boxed{0} & v_{x12} \\ \boxed{0} & v_{y12} \\ \Omega_{z12} & \boxed{0} \end{Bmatrix}_{(\vec x,\vec y,\vec z)}$ Torseur cinématique



A une vitesse angulaire nulle correspond un moment non nul pour le torseur d'action mécanique transmissible