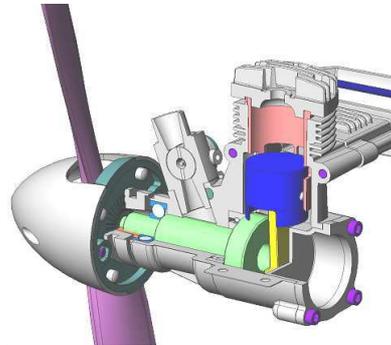
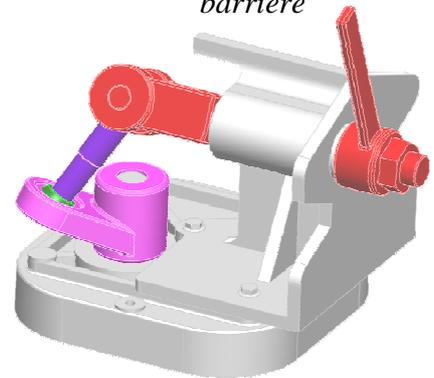


**Chaines cinématiques ouvertes**Type bras de manipulation*Exemple d'un bras de robot***Chaines cinématiques fermées**Type mécanismes de transformation de mouvements*Exemple d'un micromoteur de modélisme**Exemple d'un système automatique d'ouverture de barrière***Exemples de systèmes mécaniques****BRAS DE ROBOT – MICROMOTEUR – PORTAIL SINUSMATIC**

On appelle **loi d'entrée sortie** d'un système mécanique, l'ensemble des relations entre les paramètres de position de la pièce d'entrée (en général imposé par un actionneur) et ceux de la pièce de sortie (sur laquelle on veut déterminer les effets du mouvement imposé en entrée) ou de leurs dérivées. La manière dont on obtient cette loi d'entrée sortie dépend de la configuration de la chaîne cinématique.

Dans le cas des chaines cinématiques ouvertes, la loi d'entrée sortie concerne la relation entre les coordonnées articulaires et les coordonnées opérationnelles du point en bout de chaîne. A cet effet on établit un modèle géométrique direct et un modèle géométrique indirect à partir d'une relation de Chasles.

Dans le cas des chaines cinématiques fermées, les techniques d'obtention sont :

- La fermeture géométrique ou la fermeture angulaire
- Le produit scalaire de 2 vecteurs d'orientation relative constante
- La mise en équation à partir de la condition de non glissement
- La fermeture cinématique

On analyse toujours les systèmes mécaniques, même les plus complexes, à partir du découpage en chaines ouvertes et/ou fermées. Si un même système présente plusieurs chaines cinématiques, on étudie tour à tour chaque chaîne cinématique élémentaire du système complexe.

**1. Chaines cinématiques ouvertes (type bras de manipulation)**

Dans ce type de mécanisme les paramètres cinématiques sont tous indépendants (aucune relation ne lie les paramètres). Cela nécessite donc le pilotage de chaque paramètre cinématique.

Pour des considérations de réalisation, il est délicat d'implanter plus d'un actionneur pour piloter le mouvement d'une liaison. Ceci conduit à construire ces mécanismes sur la base de liaisons à un degré de liberté, c'est-à-dire des liaisons pivots et/ou des liaisons glissières. Chaque liaison ainsi pilotée peut s'appeler un axe et on parle alors de robots trois axes, quatre axes, etc....



Pour ce type de système, on s'intéresse donc généralement à l'effecteur en bout de chaîne cinématique, effecteur qui peut-être une pince, une caméra, une pompe de peinture...

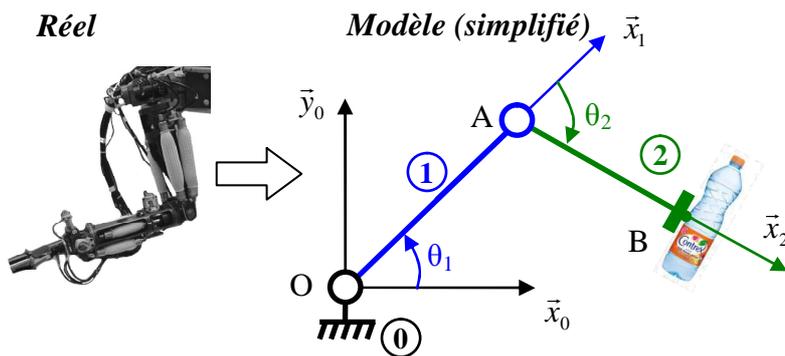
La loi d'entrée sortie concerne la relation entre les coordonnées articulaires (c'est-à-dire les paramètres pilotant les actionneurs) et les coordonnées opérationnelles (c'est-à-dire les coordonnées d'un point de l'effecteur en bout de chaîne). Dans le cas de chaîne cinématique ouverte, on appelle la loi d'entrée sortie du système **modèle géométrique**.

On distingue le modèle géométrique direct et le modèle géométrique indirect :

- Le modèle géométrique direct permet de lier les coordonnées opérationnelles aux coordonnées articulaires.
- Le modèle géométrique indirect permet de lier les coordonnées articulaires aux coordonnées opérationnelles.

En composant pièces et liaisons successives, on obtient la position angulaire de la pièce n en bout de chaîne par rapport à la pièce liée au bâti 0 :  $(\vec{z}_0, \vec{z}_n) = (\vec{z}_0, \vec{z}_1) + (\vec{z}_1, \vec{z}_2) + \dots + (\vec{z}_{n-1}, \vec{z}_n)$ .

Exemple du bras de robot.



On considère un modèle plan simple dans lequel la pince du robot est animée par seulement deux mouvements de rotation de paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ .

Le point B de la pince en bout de chaîne a pour coordonnées  $x_B$  et  $y_B$  dans la base  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ .

Le modèle géométrique direct permet d'exprimer les coordonnées  $x_B$  et  $y_B$  en fonction des paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$ . Le modèle géométrique indirect exprime les paramètres  $\theta_1$  et  $\theta_2$  en fonction des coordonnées  $x_B$  et  $y_B$ .

La position angulaire de la pièce 2 par rapport à la pièce 0 s'écrit ici :

$$(\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) + (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = \theta_1 + \theta_2$$

### 1.1. Calcul du modèle géométrique direct

Le modèle géométrique direct permet de lier les coordonnées opérationnelles aux coordonnées articulaires. Il s'obtient généralement à partir d'une relation de Chasles dont l'expression est ensuite projetée dans la base dans laquelle sont exprimées les coordonnées opérationnelles.

Exemple du bras de robot :

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Les techniques d'obtention de la loi d'entrée sortie sont :

- La fermeture géométrique ou la fermeture angulaire
- Le produit scalaire de 2 vecteurs d'orientation relative constante.
- L'équation obtenue par la condition de non glissement.
- La fermeture cinématique

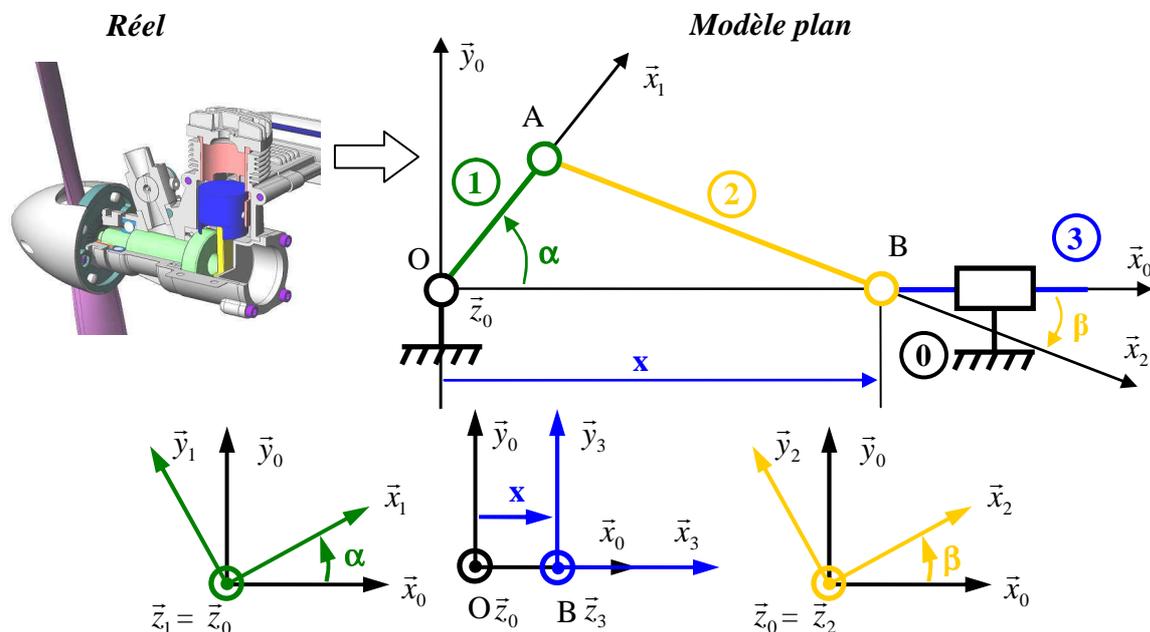
### 2.1. Calcul d'une loi d'entrée sortie par fermeture géométrique

La loi entrée sortie dans le cas de chaînes fermées se fait souvent (mais pas toujours) à l'aide de la technique dite de fermeture géométrique.

La technique consiste à écrire une relation de Chasles en passant par les points caractéristiques des différents solides tout en parcourant la chaîne fermée. On projette ensuite la relation obtenue dans une base judicieusement choisie de manière à faire apparaître tous les paramètres (on choisit en général une base intermédiaire entre toutes les bases définies, ce qui limite les projections). On élimine enfin les paramètres intermédiaires en combinant les équations afin d'obtenir la relation d'entrée sortie recherchée.

#### Exemple du micromoteur

Soit le système bielle manivelle du micromoteur dont le schéma cinématique plan est donné page suivante. La longueur de la manivelle 1 ( $L_1$ ) et de la bielle 2 ( $L_2$ ) sont des caractéristiques géométriques connues et invariables. Les paramètres  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $x$  sont des paramètres de position représentatifs des mouvements du système.



Le paramètre d'entrée est  $\alpha$ , il traduit la rotation de la manivelle 1 par rapport à 0 autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . Le paramètre de sortie est  $x$ , il traduit la translation du piston 3 par rapport à 0 suivant l'axe  $(O, \vec{x}_0)$ . Le paramètre  $\beta$  est un paramètre intermédiaire qui traduit la rotation de la bielle 2 par rapport à 0 autour de l'axe  $(B, \vec{z}_0)$ .

.....

.....



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Techniques de calcul utiles :

- A partir des équations projetées, on isole les cosinus et sinus des angles qui ne nous intéressent pas et on élève au carré et on utilise la relation trigonométrique :  $\cos^2 \beta + \sin^2 \beta = 1$ .
- Si on désire une relation entre les angles, on effectue le rapport des équations pour faire apparaître des tangentes.

**2.2. Calcul d'une loi d'entrée sortie par produit scalaire de 2 vecteurs d'orientation relative constante**

La loi entrée sortie dans le cas de chaînes fermées peut parfois se faire en tenant compte de la particularité angulaire du système (conservation d'une valeur angulaire lors du mouvement par exemple).

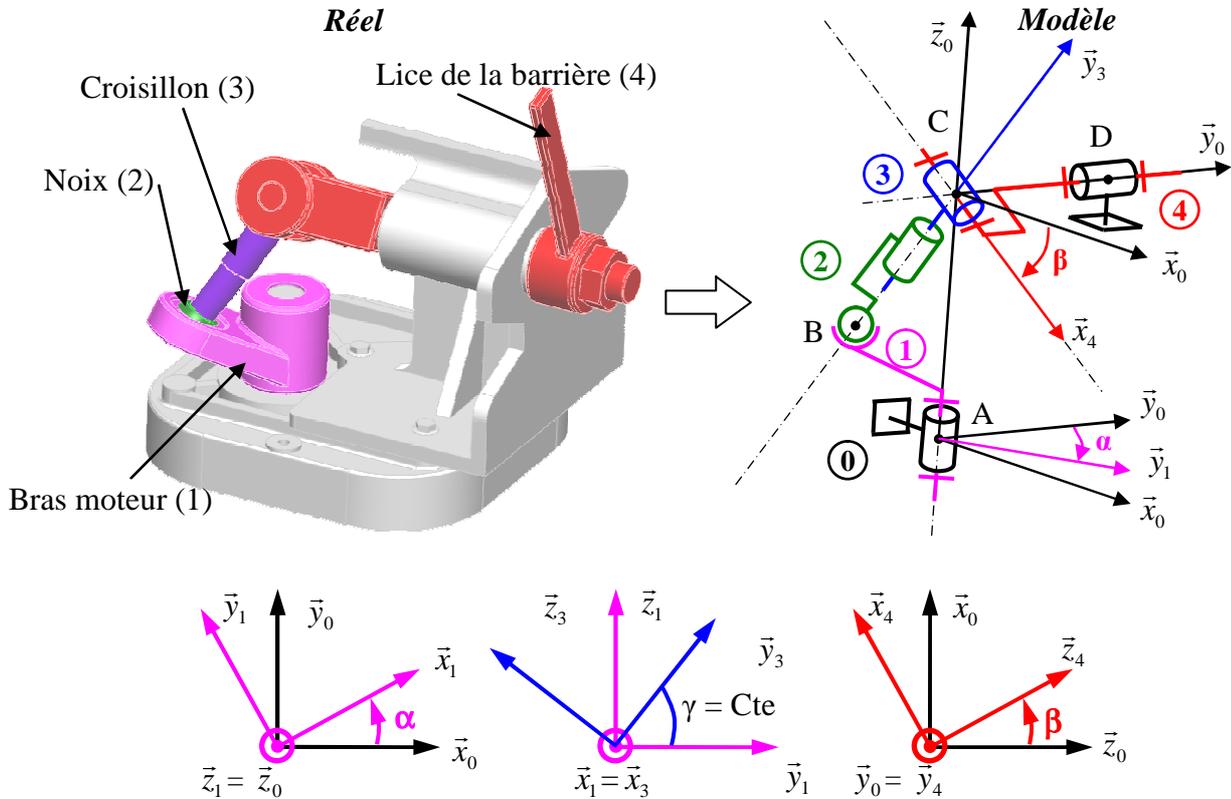
*Exemple de la barrière Sinusmatic.*

*La barrière Sinusmatic est un système de transformation de mouvement qui s'adapte sur un motoréducteur. Il permet de transformer le mouvement d'entrée du moteur (rotation continue) en un mouvement de rotation alternative d'amplitude  $\pi/2$  sur la lice.*

*Le système est constitué :*

- D'un bras moteur 1 en liaison pivot avec le bâti 0 suivant l'axe  $(A, \vec{z}_0)$ .
- D'une noix en liaison rotule en B avec le bras moteur 1.
- D'un croisillon en liaison pivot glissant suivant de l'axe  $(B, \vec{y}_3)$ .
- D'un arbre de lice 4 en liaison pivot suivant de l'axe  $(C, \vec{x}_4)$  avec le croisillon 3 et en liaison pivot suivant de l'axe  $(D, \vec{y}_0)$  avec bâti 0.

Le paramètre d'entrée est le paramètre  $\alpha$  tel que  $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$  et le paramètre de sortie est le paramètre  $\beta$  tel que  $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{z}_0, \vec{z}_4)$ .



La particularité angulaire de ce système est que le vecteur  $\overrightarrow{BC}$  est toujours orthogonal avec l'axe  $\vec{x}_4$ .

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

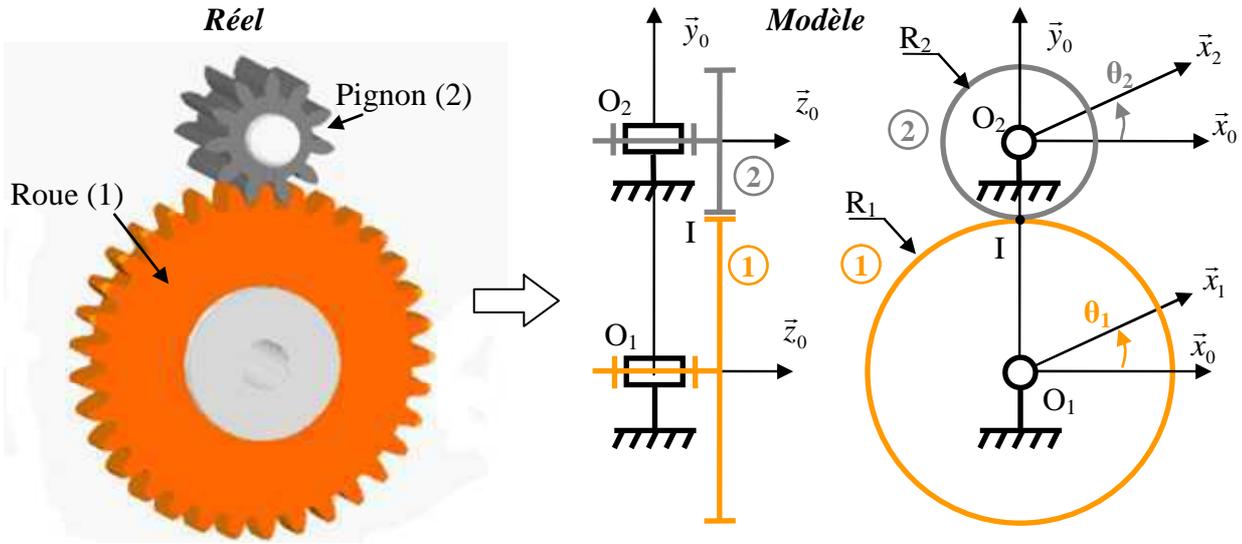
.....

**2.3. Calcul d'une loi d'entrée sortie à partir d'une condition de non glissement**

La loi entrée sortie dans le cas de chaînes fermées peut parfois se faire en tenant compte de la condition de non glissement au point de contact entre deux pièces du mécanisme.

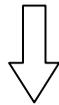
Exemple du réducteur simple à engrenage à contact extérieur.

Un réducteur à engrenage est un mécanisme constitué de deux roues dentées, chacune étant en rotation autour d'un axe, les deux axes restant fixes l'un par rapport à l'autre de sorte qu'une des roues entraîne l'autre par action de dents successivement en contact.



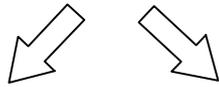
La condition de non glissement au point de contact s'écrit  $\vec{V}_{I, 2/1} = \vec{0}$ .

$$\vec{V}_{I, 2/1} = \vec{0}$$



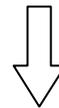
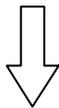
.....  
.....

.....



.....  
.....

.....  
.....



.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

.....  
.....

**Exercice :** Poser le modèle puis déterminer la loi entrée sortie d'un engrenage simple à contact intérieur.

