

Correction – DM 8 – Étude du cycle de Rankine

I Thermodynamique : étude du cycle de Rankine

Extrait de CCP TSI 2012.

- Voir document 1.
- Pour le point 3 : on connaît $T_3 = 500^\circ\text{C}$, et on sait en plus que l'évolution 2→3 est isobare, donc $p_3 = p_2 = 50 \text{ bar}$. Ceci permet de placer le point 3.

Pour tracer toute l'évolution 2→3, on suit l'isobare $p = 50 \text{ bar}$.

Pour le point 4, on sait que 3→4 est isentropique. En partant de l'état 3 sur le diagramme, on doit descendre en ligne droite. On s'arrête lorsqu'on est à la température T_1 , car on sait qu'on doit ensuite aller de 4 à 1 à l'aide d'un changement d'état isobare isotherme.

- On lit : $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $h_3 \simeq 3.5 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$, $h_4 = 2.6 \times 10^3 \text{ kJ/kg}$, $s_4 = 7.0 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $s_v(T_1) = 7.38 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, $s_l(T_1) = 1.35 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
- L'entropie massique étant une grandeur extensive, on a : $s_4 = x_4 s_v(T_4) + (1 - x_4) s_l(T_4)$ (x_4 est le titre vapeur, $1 - x_4$ est le titre en liquide). Comme $T_4 = T_1$, on a aussi $s_4 = x_4 s_v(T_1) + (1 - x_4) s_l(T_1)$. On en déduit

$$x_4 = \frac{s_4 - s_l(T_1)}{s_v(T_1) - s_l(T_1)}, \quad \text{d'où } x_4 = 0.94.$$

- On est en régime stationnaire. On applique le premier principe au système ouvert {fluide en écoulement dans le GV} entre les états 2 et 3 : $\Delta h = q_{\text{GV}} + w_i$.

On a négligé Δe_c et $\Delta(gz)$. De plus il n'y a pas de parties mobiles, donc $w_i = 0$.

Donc

$$q_{\text{GV}} = h_3 - h_2, \quad \text{soit } q_{\text{GV}} = 3.0 \times 10^3 \text{ kJ/kg}.$$

- De même pour le condenseur, on a

$$q_{\text{cond}} = h_1 - h_4 = -2.2 \times 10^3 \text{ kJ/kg}.$$

- Système (fermé) : masse m de fluide caloporteur en circulation dans la machine thermique.

Transformation : un cycle.

On applique le premier principe sur un cycle au fluide caloporteur : $\Delta U = W + Q$.

On a $\Delta U = 0$ car U est une fonction d'état et il s'agit d'un cycle. On a $Q = Q_{\text{GV}} + Q_{\text{cond}}$ car dans les autres étapes il n'y a pas d'échange d'énergie thermique.

Comme par définition $Q_{\text{GV}} = m q_{\text{GV}}$ et $Q_{\text{cond}} = m q_{\text{cond}}$, on en déduit finalement

$$W = -m(q_{\text{GV}} + q_{\text{cond}}).$$

- Le rendement η du cycle est $\eta = \frac{\text{grandeur utile}}{\text{grandeur coûteuse}}$.

- La grandeur utile est le travail récupéré au cours du cycle : $-W$ (W est reçu par le fluide, donc négatif pour un moteur).

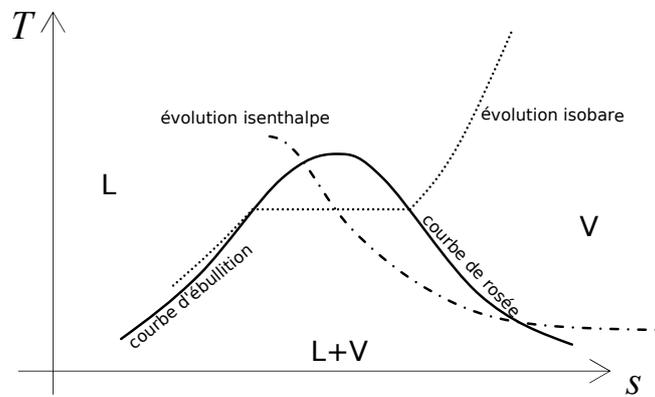
- La grandeur coûteuse est la chaleur que l'on fournit dans le GV (c'est là que l'on chauffe pour faire fonctionner la machine) : Q_{GV} .

$$\text{Donc } \eta = \frac{-W}{Q_{\text{GV}}} = \frac{m(q_{\text{GV}} + q_{\text{cond}})}{Q_{\text{GV}}},$$

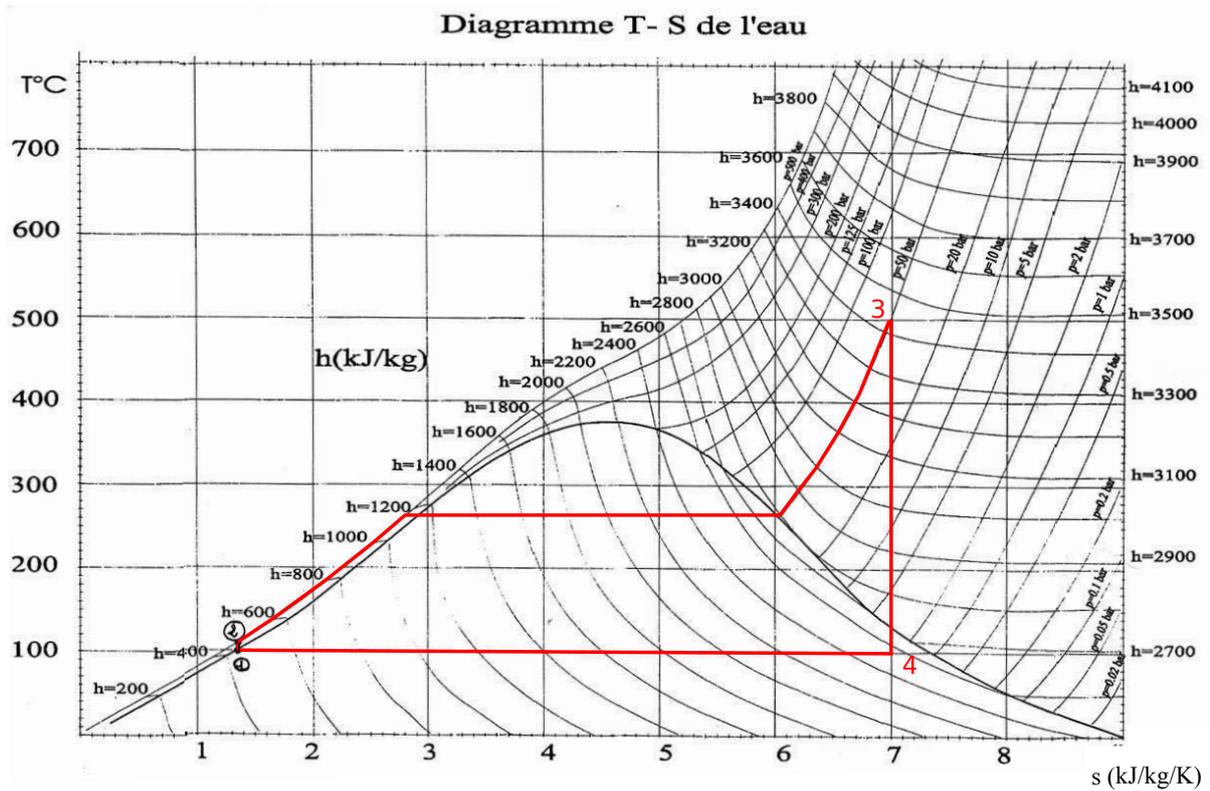
$$\text{d'où } \eta = 1 + \frac{q_{\text{cond}}}{q_{\text{GV}}}, \quad \text{soit } \eta = 0.3.$$

- Si on estime que le sous-marin a besoin d'une puissance motrice $|P| = 60 \text{ MW}$ sur l'arbre en sortie de la turbine, alors la puissance thermique apportée par le réacteur nucléaire doit être

$$P_{\text{GV}} = \frac{|P|}{\eta} = 0.2 \text{ GW}.$$



(doc. 1)



(doc. 2) Tracé du cycle sur le diagramme T-s.