TD T8 : TRANSFERT D'ENERGIE PAR CONDUCTION THERMIQUE

Exercice 1 : Double vitrage

On ne considère que des régimes permanents, indépendants du temps.
L'intérieur d'une pièce est séparé de l'extérieur par une paroi vitrée de surface S, orthogonale à l'axe (Ox), et dont le verre a une conductivité thermique K. Ses faces interne et externe sont respectivement aux températures T_i et T_e avec $T_e < T_i$.

1) La paroi est une vitre simple d'épaisseur e. Evaluer le flux thermique ϕ_1 sortant de la pièce à travers cette paroi en fonction de K, S, e, T_i et T_e. Calculer la résistance thermique R_{th} de la paroi vitrée.

2) La paroi est un ensemble de deux vitres de même épaisseur e, séparées par une épaisseur e' d'air, de conductivité thermique K'. On ne tient compte que de la conduction.

a) Evaluer le flux thermique ϕ_2 sortant de la pièce, puis ϕ_2/ϕ_1.

b) A.N. : $T_e = 270$ K, $T_i = 292$ K, e' = e = 3 mm, K = 1,2 $W.m^{-1}.K^{-1}$, K' = 0,025 $W.m^{-1}.K^{-1}$.
Calculer ϕ_2/ϕ_1 et les températures T_1 et T_2 des faces en regard des deux vitres. Représenter graphiquement les variations de la température en fonction de x dans le double vitrage.

3) En plus de la conduction étudiée ci-dessus, on doit tenir compte des échanges thermiques superficiels entre le verre et l'air. Une surface de verre d'aire S, à la température T_S, échange avec l'air, à la température T_f, le flux thermique : $\phi = h\,S\,(T_S - T_f)$ avec $h > 0$.

a) Quelle valeur implicite donnait-on précédemment à h quand on confondait T_S et T_f ?

b) Montrer que ces échanges superficiels introduisent une résistance thermique R_{th}. Donner l'expression de R_{th}.

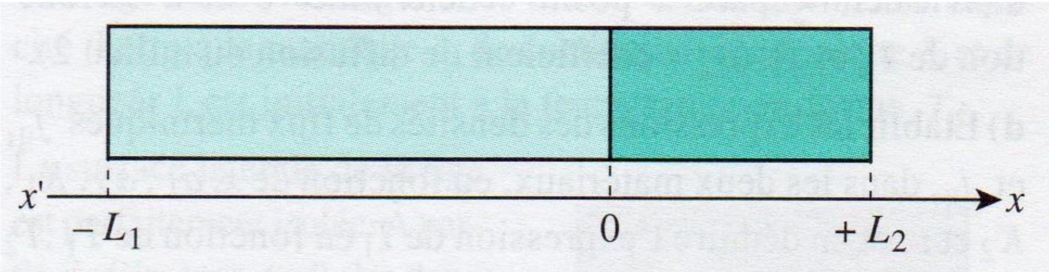
c) Soit h_e le coefficient d'échange entre le verre et l'air extérieur et h_i celui relatif aux autres contacts verre-air.
Les flux ϕ_1 et ϕ_2 des questions 1) et 2) deviennent respectivement ϕ'_1 et ϕ'_2. Exprimer ϕ'_1 et ϕ'_2 en fonction de T_i, T_e, h_i, h_e et des paramètres e, K, K' et S.
A.N. : $h_i = 10$ $W.m^{-2}.K^{-1}$ et $h_e = 14$ $W.m^{-2}.K^{-1}$.
Calculer ϕ'_2/ϕ'_1. Conclusion.

Exercice 2 : Isolation thermique par une plaque

Soit une plaque homogène, d'épaisseur d, de conductivité thermique λ. L'une des faces est maintenue à la température constante T_1 ; l'autre est en contact avec un fluide de température uniforme et constante T_0 avec un coefficient de transfert conducto – convectif noté h.
Déterminer, en régime permanent, la température T_S de la surface de la plaque en contact avec le fluide. Préciser la situation pour les cas $\lambda/d \ll h$ et $\lambda/d \gg h$.

Exercice 3 : Etude de la sensation de froid et de chaud

On souhaite interpréter l'observation suivante : un expérimentateur posant sa main sur une table en bois et une table en acier à la même température a l'impression que le bois est plus chaud que l'acier.
Pour cela, on adopte le modèle suivant : deux cylindres, isolés latéralement, de même section S, de même axe (Ox), de conductivités K_1 et K_2, de masses volumiques μ_1 et μ_2, de capacités thermiques massiques c_1 et c_2 et de longueurs L_1 et L_2, sont mis bout à bout. Le contact s'établit en $x = 0$. On maintient les extrémités $x = -L_1$ et $x = +L_2$ des deux cylindres aux températures respectives T_1 et T_2. On étudie un régime stationnaire pour lequel la température $T(x,t)$ est indépendante du temps t.



1) Etablir les expressions des températures $T_1(x)$ et $T_2(x)$ dans les deux cylindres en fonction de T_1, T_2, x, L_1, L_2 et de la température T_i en $x = 0$.

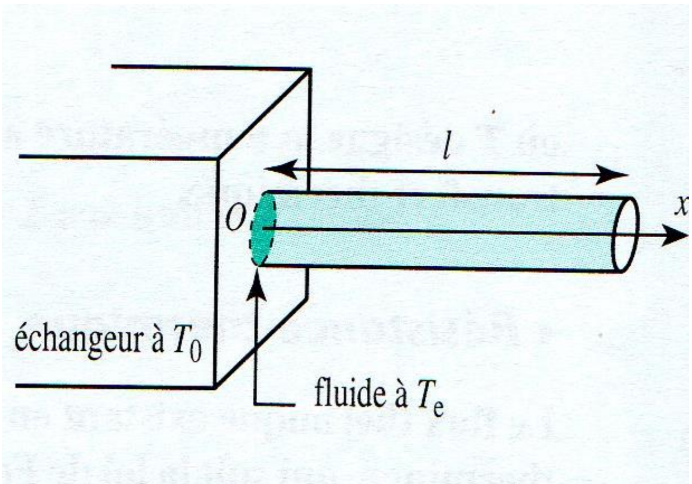
2) En déduire que la température T_i à l'interface est un barycentre de T_1 et T_2. Le résultat obtenu vous fait-il penser à un théorème utilisé en électronique ?

3) La température T_1 correspond à 37 °C (main) et T_2 à 20 °C (acier ou bois), et on suppose $L_1 = L_2$. On donne les conductivités thermiques :
- main : $K_1 = 10\ W.m^{-1}.K^{-1}$
- bois : $K_2 = 1,0\ W.m^{-1}.K^{-1}$
- acier : $K_2 = 100\ W.m^{-1}.K^{-1}$.

Calculer T_i pour un contact main-bois, puis pour un contact main-acier. Commenter.

Exercice 4 : Ailette de refroidissement

Une tige de cuivre, pleine, cylindrique, d'axe (Ox), de longueur l, de rayon a et de conductivité thermique K, est au contact par une de ses extrémités (en $x = 0$) avec un échangeur à la température T_0 et par sa surface latérale et son autre extrémité ($x = l$) elle est en contact avec un fluide à la température constante T_e ($T_0 > T_e$). Elle joue le rôle d'ailette de refroidissement.
On se place en régime permanent et on suppose qu'à l'intérieur de la tige, le gradient radial de température est suffisamment faible pour considérer que, dans la section droite d'abscisse x, la température T(x) est uniforme.



La tige présente, au niveau de sa surface en contact avec le fluide, des pertes thermiques, par unité de temps et de surface, égales à h $(T(x) - T_e)$, si $T(x)$ désigne la température du point de la surface considérée et h un coefficient constant.

Données : $K = 389\ W.m^{-1}.K^{-1}$; $h = 155\ W.m^{-2}.K^{-1}$; $a = 1$ mm ; $T_0 = 340$ K ; $T_e = 300$ K.

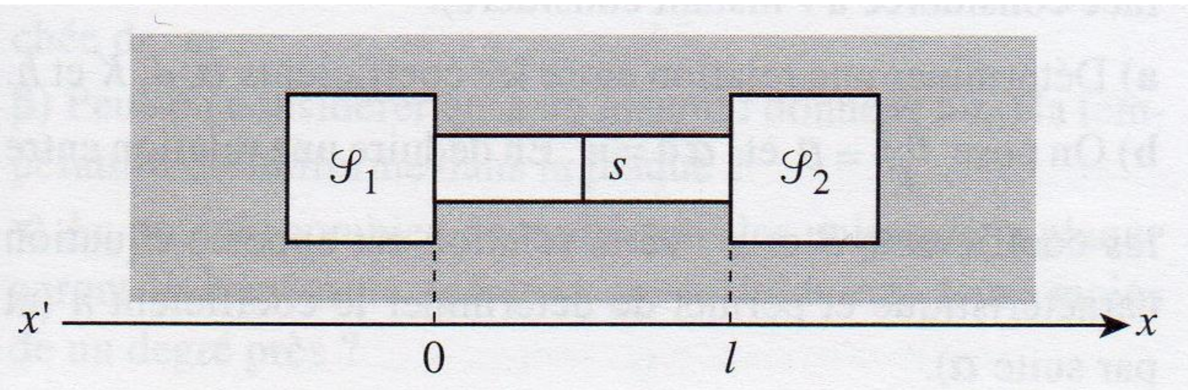
1) Déterminer la répartition de température $T(x)$ au sein de la tige, en supposant qu'elle est de longueur infinie ($l \to \infty$).

2) Sachant que l = 20 cm, le modèle de la tige infinie est-il utilisable ?

3) En supposant que les pertes thermiques par convection sont données par la même loi pour l'échangeur et pour la tige (même coefficient h), calculer le rapport η des flux thermiques sortant de l'échangeur à travers la surface Σ à la base de l'ailette en x = 0 en présence de l'ailette, puis sans ailette. Conclure.

Exercice 5 : Transfert thermique entre deux corps - Production d'entropie

Deux corps solides S_1 et S_2 de même capacité thermique C, de conductivités thermiques très grandes (« infinies »), sont reliés par une tige solide de longueur l, de section s, de capacité thermique négligeable et de conductivité thermique K. On suppose que les contacts entre la tige et les deux corps sont parfaits, et que le système est parfaitement calorifugé. Les températures initiales des deux solides S_1 et S_2 valent respectivement T_{10} et T_{20} ($T_{10} > T_{20}$). A un instant t quelconque, S_1 et S_2 ont des températures égales à T_1 et T_2.



1) On désigne par P le flux thermique passant de S_1 vers S_2 par unité de temps. Vérifier que la résistance thermique ne dépend pas du temps et calculer R_{th}.

2) Déterminer les températures T_1 et T_2 des deux solides S_1 et S_2 en fonction du temps.

3) a) En déduire la variation d'entropie du système global constitué par S_1, S_2 et la tige entre l'état initial et l'état d'équilibre final.

b) En déduire l'entropie créée. Quel est son signe ?

c) Que devient cette entropie créée si on suppose T_{10} et T_{20} voisins ? Pour répondre à cette question, on posera $T_{10} = T_0$ et $T_{20} = T_0 + \Delta T$ (en supposant $\Delta T << T_0$) et on exprimera l'entropie créée en fonction de T_0, ΔT et C. Conclusion.

Exercice 6 : Isolation thermique d'un tube cylindrique

1) Un tube cylindrique de rayon R, de longueur très grande devant R, à la température T_1 = 304 K, est séparé de l'extérieur, à la température T_2 = 275 K, par une gaine cylindrique d'épaisseur e, constituée d'un matériau de conductivité thermique $\lambda = 0{,}9 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$.

a) Etablir l'équation de la diffusion thermique.

b) En coordonnées cylindriques, on donne $\Delta T = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$. Retrouver l'équation établie à la question précédente en utilisant l'équation de la diffusion thermique tridimensionnelle.

c) On se place à présent en régime permanent. En déduire la répartition de température dans la gaine.

d) En déduire la puissance thermique qui traverse la gaine sur une longueur L, ainsi que la résistance thermique de la gaine sur une longueur L. Application numérique : R = 20 cm ; e = 4 cm ; L = 1m.

2) On augmente l'isolation du tube au moyen d'une couche supplémentaire cylindrique, d'épaisseur e', constituée d'un matériau isolant de conductivité thermique $\lambda' = 0{,}03 \text{ W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$. Quelle doit être la valeur de e' pour que les pertes thermiques soient divisées par 10 ?

3) Dans le cadre de la première question, en supposant e << R, donner l'expression de la résistance thermique. Ce résultat était-il prévisible ?

Exercice 7 : Equilibre thermique d'une sphère radioactive

Une sphère homogène, de rayon R, est constituée d'un matériau radioactif, de conductivité thermique λ, qui dégage une puissance thermique de densité volumique constante w.

1) En effectuant un bilan d'énergie, établir l'équation de la diffusion thermique.

2) En coordonnées sphériques, on donne $\Delta T = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \varphi^2}$.
Retrouver l'équation établie à la question précédente en utilisant l'équation de la diffusion thermique tridimensionnelle avec terme source.

3) Déterminer, en régime permanent, la distribution de température dans la sphère sachant que sa surface est maintenue à la température constante T_0.

4) En déduire le flux thermique traversant la sphère de rayon R. Ce résultat était-il prévisible ?