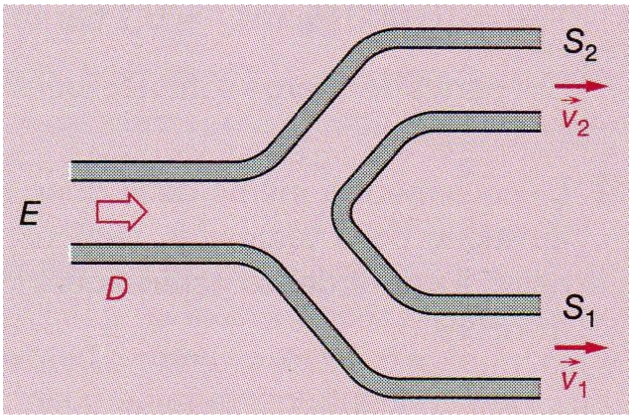
TD T5 : ENERGETIQUE DES FLUIDES EN ECOULEMENT LAMINAIRE STATIONNAIRE DANS UNE CONDUITE

Exercice 1 : Temps de vidange d'un réservoir

Déterminer la durée nécessaire pour vider en totalité un réservoir de grande section S rempli initialement d'eau sur une hauteur H, la vidange s'effectuant par un trou (petit) à sa base de section s.

Exercice 2 : Répartition d'une distribution hydraulique

Une conduite d'adduction d'eau présente une fourche, afin d'alimenter deux utilisateurs (cf figure). On raisonne en régime stationnaire.
Le liquide est admis au point E avec un débit volumique D. L'écoulement est alors divisé en deux branches conduisant aux points de sortie S_1 et S_2.
Le diamètre d de chaque portion est identique et on suppose ici qu'il est possible de négliger tous les phénomènes dissipatifs.



1) Adduction horizontale :

On envisage dans un premier temps le dispositif horizontal.

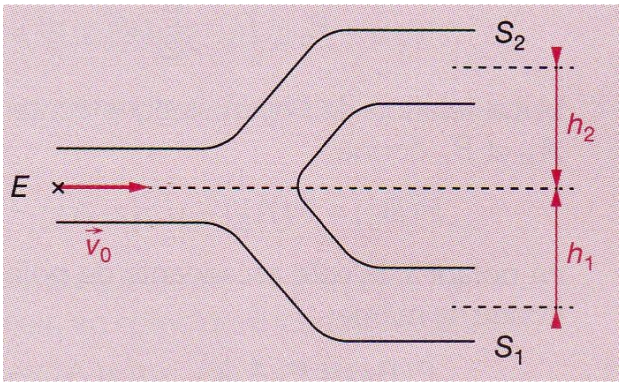
a) On note D_1 et D_2 les débits au niveau des sorties. Quelle relation les concernant peut-on écrire en régime stationnaire ?

b) On note v_0, v_1 et v_2 la vitesse moyenne de l'écoulement en entrée et sur chaque sortie. Exprimer ces vitesses.

c) En considérant que la relation de Bernoulli s'applique, exprimer la pression au niveau du point d'entrée E, sachant que chacune des sorties se trouve à la pression atmosphérique P_a.

2) Prise en compte de dénivelés :

La sortie 1 est située à une hauteur h_1, sous le point E, tandis que la sortie 2 est située à une hauteur h_2 au-dessus de E (cf figure).
On adopte les valeurs numériques d = 4,0 cm, D = $2{,}0.10^{-3}$ $m^3.s^{-1}$, h_1 = 5,0 cm, h_2 = 3,0 cm, g = 9,8 $m.s^{-2}$, P_a = $1{,}0.10^5$ Pa.



a) Effectuer un bilan de débit et en déduire une relation entre les vitesses v_0, v_1 et v_2.

b) Utiliser la relation de Bernoulli entre l'entrée et chacune des sorties, et en déduire une nouvelle relation entre les vitesses, faisant intervenir g, h_1 et h_2.

c) Déterminer les vitesses de sortie.

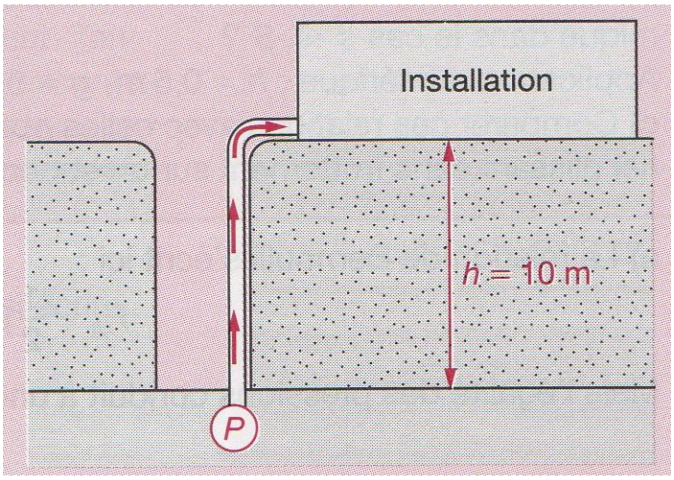
d) Comparer les débits.

Exercice 3 : Circuits hydrauliques et pneumatiques

Pour un même débit volumique et des différences de vitesses d'écoulement ou d'altitudes comparables, que peut-on dire des puissances indiquées des circuits de captage hydrauliques et pneumatiques ?

Exercice 4 : Ordre de grandeur d'une puissance indiquée

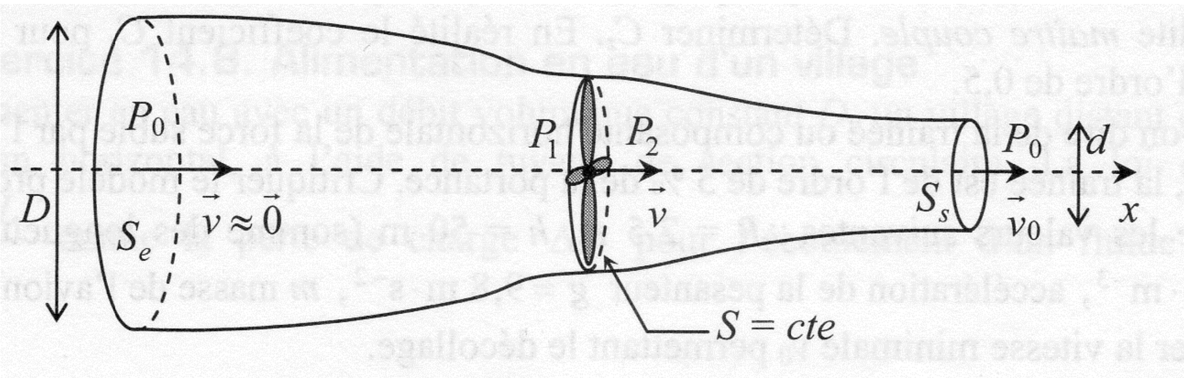
Une pompe immergée 10 mètres sous terre doit permettre de remonter de l'eau dans une installation située à la surface. La pression du liquide au niveau du captage est voisine de la pression atmosphérique et on désire disposer d'un débit égal à 7,0 $m^3.h^{-1}$ avec, dans l'installation, une pression supérieure à la pression atmosphérique de 2,5 bar. Les sections des conduites sont identiques et on se place en régime stationnaire.
On se livre ici à une estimation grossière, visant à dégager un ordre de grandeur de la puissance indiquée P_i. Toutes les causes de perte sont donc ignorées.



1) Estimer le travail indiqué massique nécessaire.
2) En déduire une estimation de la puissance indiquée.
3) Comparer à la puissance de fonctionnement d'un ustensile ménager courant. Peut-on conclure sur l'importance de la consommation électrique d'un tel élément ?

Exercice 5 : Ventilateur d'une conduite d'aération

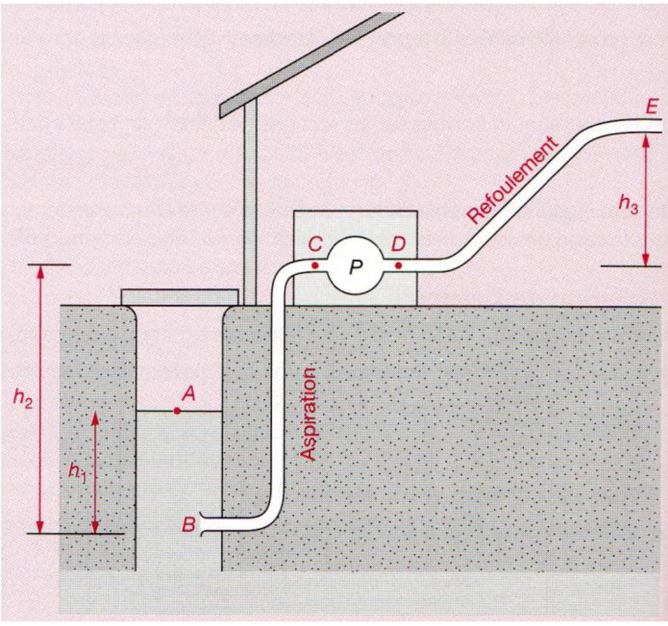
La figure ci-dessous représente le tube de courant associé à l'écoulement permanent de l'air à travers les pales d'un ventilateur en rotation uniforme autour de l'axe (Ox) d'une conduite d'aération. A l'entrée du tube de courant, la pression vaut P_0. A la sortie, la pression vaut également P_0 et la vitesse $\vec{v}_0$. Le diamètre d de la section de sortie S_s est supposé petit par rapport au diamètre D de la section d'entrée notée S_e. La pression juste avant les pales est notée P_1, juste après les pales P_2. Par construction, le tube est supposé de section constante de part et d'autre des pales, la vitesse, notée $\vec{v}$, est la même à l'entrée et à la sortie des pales. L'air est assimilé à un gaz parfait de masse volumique constante ρ et on néglige ici toutes les pertes liées aux frottements ou à la viscosité.



1) Justifier que la vitesse v_e à l'entrée du tube de courant soit négligeable.
2) Déterminer la puissance indiquée du ventilateur. Application numérique : v_0 = 20 $m.s^{-1}$, d = 15 cm et ρ = 1,3 $kg.m^{-3}$.

Exercice 6 : Bilan de puissance dans une installation domestique

Un dispositif de captage d'eau fonctionne autour d'une pompe P (figure ci-contre) connectée à un circuit d'aspiration (tronçon B-C) et un circuit de refoulement (tronçon D-E). L'exercice vise à déterminer la puissance qu'il est nécessaire de prévoir pour l'alimentation de la pompe.



Le circuit d'aspiration assure la prise d'eau au point B situé au fond d'un puits consistant en une réserve d'eau renouvelée par un accès à une nappe phréatique. La surface (point A) sera supposée immobile et à la pression $P_A = P_0 = 1{,}0$ bar. Les hauteurs $h_1 = 1{,}5$ m et $h_2 = 6{,}0$ m correspondent aux dénivellations entre :

- la surface de la réserve d'eau et le point B d'une part ;
- la surface du sol où est située la pompe et le point B d'autre part.

Le diamètre de canalisation envisagé par le concepteur dans le circuit d'aspiration est soit $d_1 = 40$ mm, soit $d_1' = 50$ mm.
Le circuit de refoulement en sortie de pompe permet de conduire le fluide jusqu'à un point d'utilisation E, où la pression requise est $P_E = P_0 + P_u$ avec $P_u = 2{,}5$ bar (surpression utile). La dénivellation entre la pompe et le point E est définie par $h_3 = 3{,}5$ m. Le diamètre de canalisation dans le circuit de refoulement est $d_2 = 32$ mm.
Le débit volumique retenu pour l'étude est $D_v = 6{,}0\ m^3.h^{-1}$ et on se place en régime stationnaire. On adoptera $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$.

1) Etude idéalisée (sans pertes)

a) Rappeler quelles hypothèses permettent d'utiliser la relation de Bernoulli. On se place dans ce cadre idéalisé.

b) Calculer la vitesse moyenne v_2 de l'écoulement dans le circuit de refoulement et en déduire l'énergie cinétique massique du fluide dans ce tronçon. Comparer cette grandeur à la variation d'énergie potentielle massique de pesanteur pour une dénivellation de quelques mètres.

On pourra procéder désormais aux simplifications qui en découlent.

c) En appliquant la relation de Bernoulli à divers tronçons, estimer le travail massique que doit délivrer la pompe à l'écoulement.

d) En déduire la puissance d'alimentation.

2) Prise en compte des pertes de charge régulières

a) Déterminer le nombre de Reynolds de l'écoulement de refoulement, défini par $\mathrm{Re} = \frac{v_2\, d_2\, \mu}{\eta}$, avec $\mu = 1{,}0.10^3\ kg.m^{-3}$ la masse volumique de l'eau et $\eta = 1{,}0.10^{-3}$ Pl sa viscosité dynamique.

b) Pour des écoulements dont le nombre de Reynolds est inférieur à 10^5, on propose la relation suivante, pour calculer la perte de charge régulière dans une conduite de longueur l et diamètre d :

$$\Delta z_c = \frac{1}{6}(\mathrm{Re})^{-\frac{1}{4}}\frac{v^2}{d\,g}\,l.$$

En déduire la perte de charge régulière, exprimée dans le circuit de refoulement dont la longueur de canalisation est $l_2 = 6{,}0$ m. Préciser sa dimension.

c) Comment ce terme doit-il être pris en compte dans le bilan de puissance précédent ?

d) Pour le circuit d'aspiration, non visible, on peut choisir une plus grande section de conduite. Quel en est l'intérêt vis-à-vis du bilan de puissance ?

e) Déterminer la perte de charge régulière dans la partie aspiration, pour les deux diamètres envisagés sachant que la longueur de conduite est $l_1 = 6{,}5$ m.

3) Estimation des pertes de charge singulières

On accepte la relation $\Delta P_c = K\,\mu\,\frac{v^2}{2}$ pour traduire les pertes de charge singulières cumulées dans le circuit. Pour l'aspiration, $K_1 = 0{,}90$ et pour le refoulement, $K_2 = 1{,}20$ (nombres sans dimension).

a) En déduire le cumul de pertes de charge singulières dans les deux circuits (on adopte désormais $d_1 = 40$ mm pour l'aspiration).

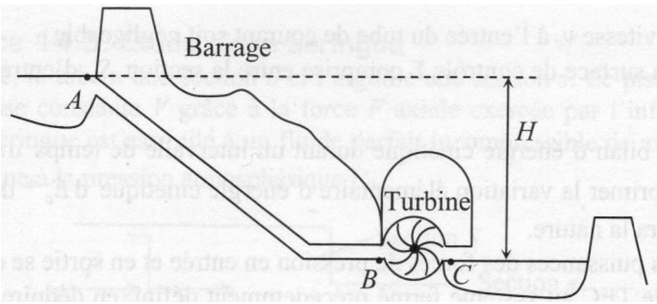
b) Rectifier le bilan de puissance de la pompe en tenant compte de toutes les pertes de charge.

4) Pertes au niveau de la pompe

On prend finalement en compte un rendement $\eta = 0{,}70$ pour la pompe. Déterminer la puissance d'alimentation requise.

Exercice 7 : Etude simplifiée d'un barrage

Lors de la phase de vidange du barrage de Grand' Maison, l'eau s'écoule dans une conduite forcée reliant le lac de retenue en amont de Grand' Maison à la retenue du Verney en aval. La conduite a une longueur de L = 1450 mètres. Elle se termine par un coude la ramenant à l'horizontal pour alimenter une turbine Pelton qui assure la conversion d'une partie de l'énergie potentielle de l'eau en énergie cinétique de rotation sur l'arbre de la turbine.



La conduite a un diamètre constant D = 3,0 m et se caractérise par une perte de charge Δh exprimée en hauteur d'eau. La vitesse dans la conduite est $v = 3{,}6\ \text{m.s}^{-1}$.

La viscosité dynamique de l'eau dans la conduite est prise égale à $\eta = 1{,}0.10^{-3}$ Pa.s, sa masse volumique est $\rho = 1{,}0.10^{3}\ \text{kg.m}^{-3}$. La hauteur de chute est prise égale à H = 922 mètres.

1) Estimation des pertes de charge régulières

On admet la formule de Darcy donnant la perte de charge régulière par unité de longueur : $\frac{\Delta h}{L} = \lambda\,\frac{v^2}{2\,g\,D}$,

où λ est le coefficient de perte de charge sans dimension dont la valeur dépend du Re et éventuellement de la rugosité relative ε_r de la conduite. Cette dernière est le rapport entre la rugosité absolue ε (dimension moyenne des aspérités sur la paroi) et le diamètre D de la conduite : $\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{D}$. Le coefficient λ est déterminé grâce au diagramme de Moody ci-dessous.

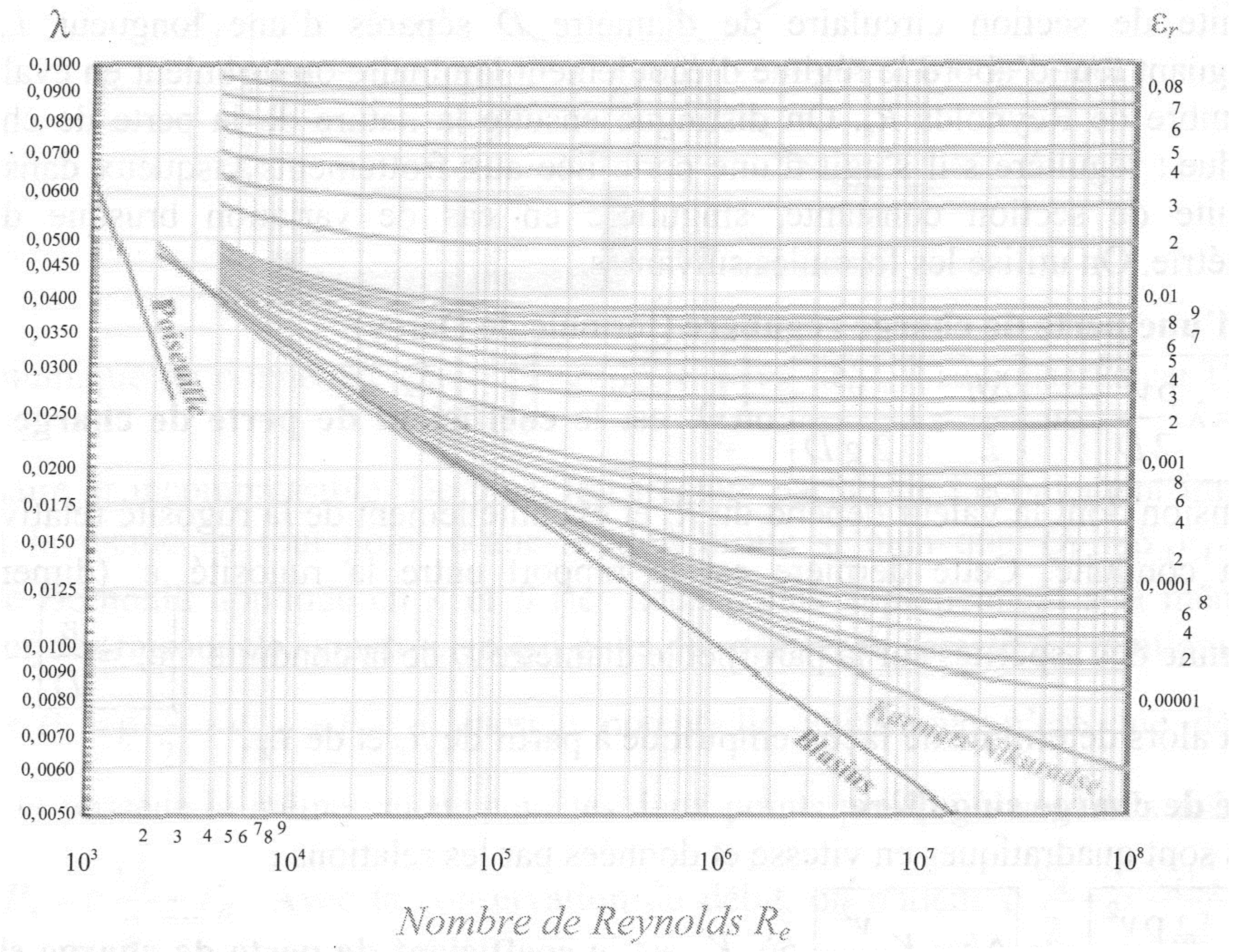
a) Calculer le nombre de Reynolds dans la conduite.

b) La rugosité absolue de la conduite est $\varepsilon \approx 1$ mm. En déduire la rugosité relative ε_r.

c) En déduire le coefficient de perte de charge λ.

d) En déduire les pertes de charge régulières par unité de longueur de conduite.

e) En déduire la perte de charge totale de la conduite Δh exprimée en hauteur d'eau. Commenter.



2) Estimation des pertes de charge singulières

On admet que la perte de charge singulière provoquée par le passage d'un coude vaut $\Delta h_{coude} = K \dfrac{v^2}{2\,g}$ avec K = 1,5. Calculer la perte de charge en hauteur d'eau Δh_{coude} provoquée par le passage du coude terminal avant l'entrée de la turbine Pelton. Commenter.

3) En un point A à la surface de la retenue amont, la vitesse est supposée nulle. Exprimer la pression en hauteur d'eau équivalente $\dfrac{P_B}{\rho\,g}$ au point B en entrée de la turbine. Application numérique.

4) On suppose, pour simplifier, qu'en sortie de la Pelton au point C, la pression est égale à la pression atmosphérique et la vitesse est négligeable. En considérant que la turbine Pelton a un rendement de 75 %, quelle est la puissance disponible sur l'arbre de la turbine ?