PT 2017-2018 **20-10-2017**

DEVOIR SURVEILLE n° 2

Si au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, d'une part il le signale au chef de salle, d'autre part il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

AVERTISSEMENT

La **présentation**, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la **rédaction, la clarté et la précision** des raisonnements entreront pour une **part importante** dans **l'appréciation des copies**. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

L'usage de calculatrice est autorisé pour les 1er et 2ème problèmes, et interdit pour les 3ème et 4ème problèmes.

Il est interdit d'arrêter de composer avant 17h00.

Vous devez traiter les 4 problèmes sur 4 copies différentes.

Si vous choisissez de ne pas traiter l'un des problèmes, vous devez tout de même me rendre une copie « blanche ».

	Barème	Ramassé à
Premier problème	46 %	15h00
Deuxième problème	17 %	16h00
Troisième problème	17 %	16h30
Quatrième problème	20 %	17h00

Vous avez tout intérêt à faire dans l'ordre : le 1er problème, puis le 2ème problème, puis le 3ème problème, et enfin le 4ème problème !

Vous êtes libres de commencer le problème suivant avant que je ramasse les copies (vous pouvez par exemple commencer le 2ème problème avant 15h00).

PREMIER PROBLEME : Etude de l'équilibre liquide-vapeur du mercure

L'usage de calculatrice est autorisé pour ce problème.

On se propose, ici, d'étudier quelques aspects thermodynamiques du changement d'état du corps pur mercure (Hg).

<u>*Données générales*</u> :
$R = 8{,}314\ J.mol^{-1}.K^{-1}$: constante du gaz parfait.
$M = 200.10^{-3}\ kg.mol^{-1}$: masse molaire du mercure.

<u>*Données relatives à la vapeur sèche du mercure*</u> :
Ce fluide sera considéré comme un gaz parfait.
$\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$ = 1,67 : rapport constant des capacités thermiques molaires, respectivement à pression constante et à volume constant.

<u>*Données relatives à l'équilibre diphasé liquide-vapeur du mercure*</u> :
Pression de vapeur saturante P_S à différentes températures :

T (K)	373	473	573	673
P_S (bar)	$8{,}00.10^{-4}$	$2{,}80.10^{-2}$	0,330	2,10

Enthalpie massique de vaporisation l_{vap} et volume massique de la vapeur saturante sèche v_v à différentes températures :

T (K)	573	673
l_{vap} ($kJ.kg^{-1}$)	297,0	293,7
v_v ($m^3.kg^{-1}$)	0,700	0,128

$v_l = 7{,}7.10^{-5}\ m^3.kg^{-1}$: volume massique du mercure liquide que l'on considérera comme incompressible.
$c_l = 0{,}135\ kJ.kg^{-1}.K^{-1}$: capacité thermique (constante) du mercure liquide (y compris le long de la courbe de saturation).

<u>I) Transformation d'une vapeur sèche de mercure</u> :

Un récipient, de volume invariable V_0, contient à la température T_1 et à la pression P_1, de la vapeur sèche de mercure.
Le gaz, noté S, est porté rapidement à la température T_2 et à la pression P_2 grâce à un thermostat (source) de température constante T_3.
On suppose que l'équilibre diphasé liquide-vapeur du mercure n'intervient pas dans cette transformation.

<u>*Données*</u> : $T_1 = 573$ K ; $T_2 = 673$ K ; $T_3 = 800$ K ;
$P_1 = 0{,}3$ bar ; $V_0 = 1\ m^3$

1) Généralités :

1.1) La transformation est-elle quasi-statique (expliquer en trois lignes maximum) ?
1.2) Calculer les valeurs de C_{pm} et C_{vm}.
1.3) Pourquoi affirme-t-on généralement que γ est la caractéristique énergétique du gaz parfait ?

2) Bilan énergétique de la transformation :

2.1) Quel est le travail W_S mis en jeu (ou reçu) par le gaz S ?
2.2) Calculer la chaleur Q_S, ainsi que la variation d'énergie interne ΔU_S mises en jeu au cours de cette transformation.
2.3) Calculer ΔH_S.
2.4) Y-a-t-il création d'entropie dans l'univers ? Si oui, calculer sa valeur σ.

II) Etude de la vapeur saturante de mercure :

Soit l'équilibre liquide-vapeur de changement d'état du mercure : $Hg_{(l)} = Hg_{(v)}$.
La mesure de la pression de vapeur saturante, notée P_S, à différentes températures, a permis d'établir la loi expérimentale de Dupré (avec P_S en bar, T en Kelvin et A une constante) :

$$\log P_S = A - \frac{2010}{T} + 3{,}88 \log T$$

1) A partir des données, déterminer la valeur moyenne de la constante A.

2) Etude de la courbe $P_S(T)$:

2.1) Donner l'allure de la courbe donnant l'évolution de P_S avec la température.

2.2) Exprimer, en fonction de T, le coefficient directeur de la tangente à la courbe de l'équilibre liquide-vapeur du mercure. Calculer ce coefficient à T = 573 K.

2.3) On peut également déterminer ce coefficient grâce à la formule de Clapeyron :

$$\frac{dP_S}{dT} = \frac{l_{vap}}{T\,(v_v - v_l)}$$

Calculer ce coefficient à T = 573 K grâce à la formule de Clapeyron. Comparer les deux valeurs obtenues.

III) Augmentation de la pression de vapeur :

Un récipient, de volume V_0 constant, contient initialement une masse m_0 de mercure.
Les parois sont parfaitement calorifugées sauf en un endroit où un résistor, parcouru par un courant électrique permet un apport de chaleur. La capacité thermique du résistor ainsi que celle du récipient sont négligées.
Le résistor chauffant sera considéré comme un thermostat à la température T_3. Cette source est capable d'apporter une puissance thermique constante P_0 pendant la durée Δt de chauffage nécessaire au passage du corps pur de la température T_1 à la température T_2.
On appelle x la fraction massique de vapeur dans le récipient.

Données : $T_1 = 573$ K ; $T_2 = 673$ K ; $T_3 = 800$ K ;
$V_0 = 1{,}0\ m^3$; $m_0 = 8{,}0$ kg ; $P_0 = 10$ kW.

1) Calculer la masse initiale de vapeur m_{v1} ainsi que la fraction initiale x_1, par deux méthodes différentes (pour une des deux méthodes, on supposera que la vapeur se comporte comme un gaz parfait). Laquelle des deux méthodes est la plus rigoureuse ?

2) Calculer la masse finale de vapeur m_{v2} ainsi que la fraction finale x_2, par la méthode la plus rigoureuse.

3) Représenter la transformation du corps pur, de l'état initial à l'état final, dans le diagramme de Clapeyron (P, v) et dans le diagramme (P, T).

4) Calculer la quantité de chaleur Q_S reçue par le corps pur au cours de la transformation.

5) Calculer la durée Δt de fonctionnement du thermostat.

6) Calculer la variation d'entropie du corps pur (mercure liquide - mercure vapeur).

7) Y-a-t-il création d'entropie dans l'univers ? Si oui, calculer sa valeur σ'.

DEUXIEME PROBLEME : Machine à vapeur – Cycle de Rankine

L'usage de calculatrice est autorisé pour ce problème.

Dans une machine à vapeur, l'eau décrit un cycle de Rankine :

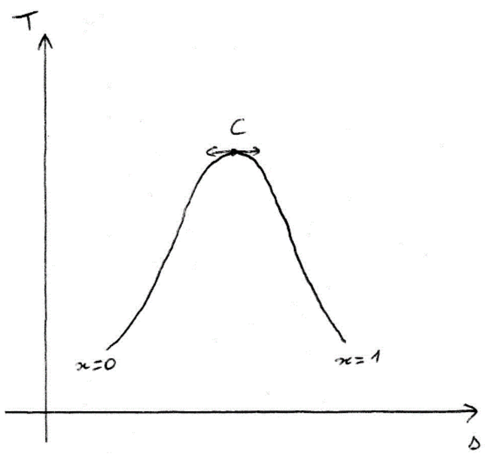
- A-B : l'eau liquide (P_1, T_1) à saturation (en A, on a du liquide saturant) est comprimée de façon isentropique dans une pompe jusqu'à la pression P_2 de la chaudière. Cette transformation se fait pratiquement sans variation de volume. On raisonne sur l'unité de masse ;
- B-D et D-E : l'eau liquide est injectée dans la chaudière, s'y réchauffe jusqu'à T_2 (B-D) et s'y vaporise (D-E) jusqu'à obtenir de la vapeur saturante sèche en E. Cette transformation est isobare à la pression P_2 ;
- E-F : la vapeur est admise dans le cylindre à (P_2, T_2) et on effectue une détente isentropique (d'où un travail mécanique) jusqu'à la température initiale T_1 : on obtient un mélange liquide – vapeur de titre massique x en vapeur ;
- F-A : le piston par son retour chasse le mélange dans le condenseur où il se liquéfie totalement de manière isobare.

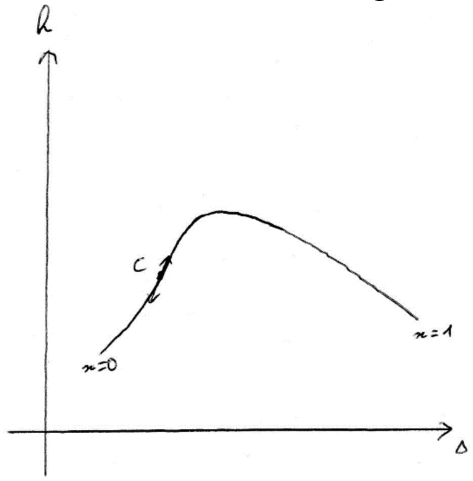
1) Donner l'allure du cycle en coordonnées (P, v) en faisant figurer les deux isothermes T_1 et T_2. On justifiera que la température de B est très voisine de celle de A.

2) Exprimer le rendement de ce moteur thermique uniquement en termes enthalpiques :

$$\rho = \rho\,(h_A, h_B, h_D, h_E, h_F)$$

3) Donner l'allure du cycle en coordonnées entropiques (T, s) puis en coordonnées enthalpiques (h, s) (diagramme de Mollier). On donne l'allure de la courbe de saturation dans ces diagrammes :





On justifiera l'allure de chaque transformation.

4) En thermodynamique industrielle, le diagramme de Mollier, bâti à partir de données expérimentales, permet la lecture directe des enthalpies massiques et entropies massiques.

On donne :

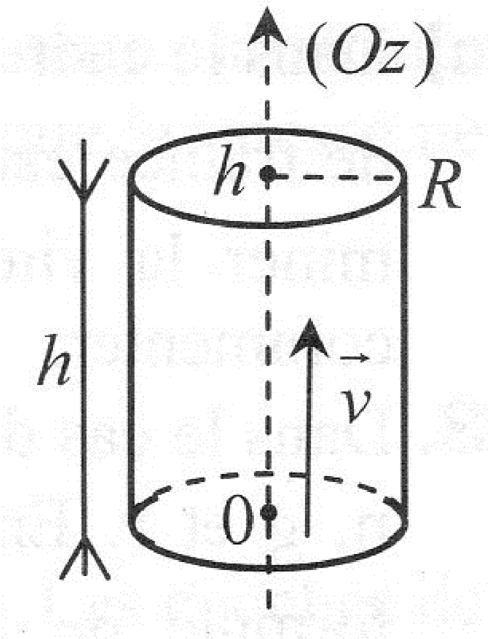
		liquide		vapeur	
P (bar)	t (°C)	s_l ($kJ.kg^{-1}.K^{-1}$)	h_l ($kJ.kg^{-1}$)	s_v ($kJ.kg^{-1}.K^{-1}$)	h_v ($kJ.kg^{-1}$)
$P_1 = 0{,}2$	$t_1 = 60$	0,83	251	7,90	2608
$P_2 = 12$	$t_2 = 188$	2,2	798	6,52	2783

Calculer le rendement du cycle (on confondra h_A et h_B).

TROISIEME PROBLEME : Ecoulement du sang dans une artère

L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.

Le sang qui est ici assimilé à un fluide incompressible de masse volumique ρ, de viscosité dynamique η, s'écoule dans une artère modélisée par un cylindre vertical de rayon R et de hauteur h. On se place en régime laminaire permanent. La vitesse du fluide est de la forme $\vec{v} = v(r)\,\vec{e}_z$. En z = h, la pression est prise égale à P_1, et en z = 0, elle vaut $P_1 + \rho g h + \Delta P$, où ΔP est la surpression imposée par le cœur à la base du cylindre permettant l'écoulement du fluide malgré la viscosité.



1) Appliquer le théorème de la résultante cinétique au fluide contenu dans un cylindre de rayon r inférieur à R et de hauteur h sachant que l'on est en régime permanent. Pour fixer le signe de la force de cisaillement subie par le fluide, on remarquera que $\frac{dv}{dr} < 0$, la vitesse étant nulle sur la paroi de l'artère en r = R. En déduire $\frac{dv}{dr}$ puis v(r).

2) En déduire le débit massique D_m en fonction de ΔP et des autres données (loi dite de Poiseuille).

3) a) Calculer ΔP dans une artère de longueur h = 0,5 m, de rayon R = 4 mm où le débit massique du sang est $D_m = 5.10^{-2}$ kg.s^{-1}. La masse volumique du sang sera prise égale à $\rho = 1.10^3$ kg.m^{-3} et la viscosité dynamique à $\eta = 4.10^{-3}$ Pa.s.

b) Le rayon de l'artère est divisé par 2, ΔP restant identique. Par quel facteur est divisé le débit massique du sang ?

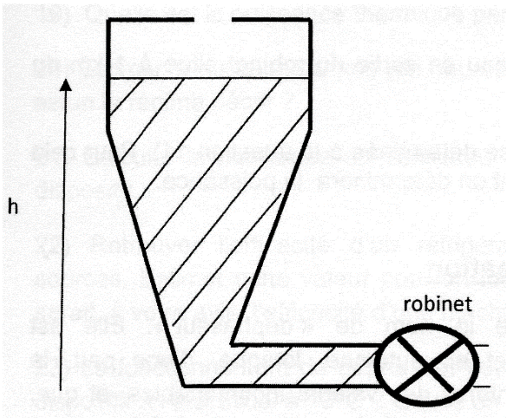
c) Exprimer le nombre de Reynolds Re de l'écoulement en fonction de ρ, R, ΔP, η et h. Le calculer numériquement. L'écoulement est-il plutôt laminaire ou turbulent ?

QUATRIEME PROBLEME : Etude de l'alimentation en eau d'une maison (d'après banque PT 2015)

L'usage de calculatrice est interdit pour ce problème.
Les calculs numériques seront faits avec un ou deux chiffres significatifs à l'appréciation des candidats.

On donne l'intensité de la pesanteur g = 9,8 m.s^{-2} et $\sqrt{3{,}6} = 1{,}9$.

On considère une alimentation domestique en eau via un château d'eau. Le réservoir a une section S_0 = 25 m^2 et est ouvert en haut sur l'atmosphère.
Celui-ci débouche sur une canalisation horizontale de section s = 10^{-3} m^2. La hauteur de la surface libre de l'eau par rapport au sol est h = 20 m (cf figure ci-dessous).



On considère que cette canalisation alimente une installation domestique qui comporte un robinet ouvrant sur l'air atmosphérique via une ouverture de même section s.

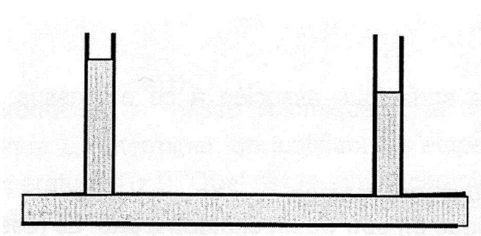
1) Justifier que la vitesse d'écoulement de l'eau au niveau de la surface libre est négligeable devant la vitesse dans la canalisation.

2) Calculer numériquement la vitesse de l'eau en sortie du robinet en négligeant les pertes de charge.

3) Calculer numériquement le débit volumique.

4) Au niveau de la canalisation horizontale, il y a une perte de charge. Expliquer ce que cela signifie et en donner les causes. Exprimer alors le théorème de Bernoulli en introduisant une caractéristique des pertes de charge.

5) Sur la canalisation horizontale, on place deux tubes verticaux remplis d'eau séparés de 10 m. On mesure une différence de hauteur de 2 cm (cf figure ci-dessous).



En déduire la perte de charge due au tuyau d'alimentation.

6) Quelle est désormais la vitesse de l'eau en sortie du robinet situé à 1 km du château d'eau.

7) On souhaite trouver en sortie la vitesse déterminée à la question 2). Pour cela, on installe avant le robinet une pompe dont on déterminera la puissance.