Lycée Naval, Spé 2.

PHYSIQUE DES ONDES.

- 01.3 Bilan de Poynting de l'énergie électromagnétique
- 01.4 Ondes électromagnétiques dans le vide.
- 03.2 Interface entre deux milieux. Cas des ondes électromagnétiques.

Ondes électromagnétiques dans le vide

# 1 Bilan d'énergie électromagnétique

## 1.1 Aspects énergétiques associés au champ électromagnétique

## Énergie cédée à la matière par le champ

Exerçant des forces de Lorentz sur les particules chargées, le champ électromagnétique est susceptible de fournir un travail à la matière.

Dans le chapitre « Transport de charge, conduction électrique », nous avons montré que la **puissance volumique cédée par le champ électromagnétique aux charges** a pour expression :

 $p_v = \vec{j}.\vec{E}$ 

## Énergie transportée par le champ

Le champ électromagnétique transporte avec lui de l'énergie électromagnétique. Pensons par exemple au rayonnement solaire qui se propage sous la forme d'une onde électromagnétique et chauffe la Terre.

## Énergie contenue dans le champ

De l'énergie est emmagasinée dans les régions où règne un champ électromagnétique. Citons les expressions des densité volumique d'énergies électrique et magnétique dans le vide :

$$\omega_E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$
 et  $\omega_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$ 

# 1.2 Équation de Poynting

## Expression

Pour deux champs de vecteurs quelconques, div  $(\vec{A} \wedge \vec{B}) = \vec{B}.\overrightarrow{\text{rot}}\vec{A} - \vec{A}.\overrightarrow{\text{rot}}\vec{B}$ ; appliquons cette relation avec les champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ :

$$\operatorname{div}\left(\vec{E}\wedge\vec{B}\right) = \vec{B}.\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{E} - \vec{E}.\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{B} = \vec{B}.\left(-\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}\right) - \vec{E}.\left(\mu_0\left[\vec{j} + \varepsilon_0\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}\right]\right)$$

En divisant l'ensemble de la relation par  $\mu_0$ , on obtient :

$$\operatorname{div}\left(\frac{\vec{E}\wedge\vec{B}}{\mu_0}\right) + \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}\right) = -\vec{j}.\vec{E}$$

L'équation locale de Poynting traduit un bilan d'énergie électromagnétique, elle s'écrit :

$$\operatorname{div} \vec{\Pi} + \frac{\partial \omega_{em}}{\partial t} = -\vec{j}.\vec{E}$$
  
avec :  $\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ , le vecteur de Poynting et  $\omega_{em} = \frac{B^2}{2\mu_0} + \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ , la densité  
d'énergie électromagnétique.

## Interprétation physique

 $\star$ Cette équation est à rapprocher de l'équation locale de conservation de la charge, de conservation de la masse ou du bilan d'énergie des ondes acoustiques, la différence essentielle venant de la présence d'un second membre non nul.

\*  $\omega_{em}$ , analogue de la masse ou de la charge volumique, représente la densité volumique d'énergie électromagnétique, elle se décompose en deux termes : une partie électrique  $\omega_E = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$  et une partie magnétique  $\omega_B = \frac{B^2}{2\mu_0}$ .

 $\star$  Le vecteur de Poynting est l'analogue du vecteur  $\vec{j}$ , il représente une densité volumique de courant d'énergie électromagnétique. Il représente la puissance électromagnétique qui traverse une section unité.

 $\star$ La présence d'un second membre s'explique par le fait que l'énergie électromagnétique d'un système isolé ne se conserve pas, une partie de cette énergie pouvant être cédée aux particules chargées.

Dans un volume donné, l'énergie électromagnétique peut varier pour deux raisons : flux sortant d'énergie électromagnétique associé au vecteur de Poynting, énergie cédée à la matière par les champs. C'est ce que traduit l'équation de Poynting intégrale :

$$\frac{dW}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \iiint_V \omega_{em} dv \right) = - \oiint_{\Sigma} \vec{\Pi}.d\vec{S} - \iiint_V \vec{j}.\vec{E}dv$$

Le volume V fixe étant délimité par une surface fermée  $\Sigma$  orientée vers l'extérieur.

# 2 Propagation du champ EM dans le vide

## 2.1 Équations de Maxwell dans le vide

Dans le vide, c'est à dire en dehors des sources (charges et courants électriques), les équations de Maxwell se simplifient selon :

$$\operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad (MG) \qquad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} \quad (MF) \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad (MT) \qquad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (MA)$$

Les équations (MA) et (MF) font apparaître un couplage entre les évolutions temporelle et spatiale des champs magnétique et électrique.

## 2.2 Équations de propagation

Pour éliminer le champ magnétique, on considère le rotationnel de (MF) :

$$\overrightarrow{\operatorname{rot}}\left(\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{E}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{B}\right) = -\varepsilon_{0}\mu_{0}\frac{\partial^{2}\vec{E}}{\partial t^{2}}$$
avec  $\overrightarrow{\operatorname{rot}}\left(\overrightarrow{\operatorname{rot}}\vec{E}\right) = \overrightarrow{\operatorname{grad}}\left(\operatorname{div}\vec{E}\right) - \vec{\Delta}\vec{E} = -\vec{\Delta}\vec{E}$ 

d'où 
$$\vec{\Delta}\vec{E} - \mu_0\varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

On obtient une équation tout à fait similaire pour le champ magnétique en considérant le rotationnel de (MA).

Dans le vide, la propagation du champ électromagnétique est décrite par l'équation de d'Alembert (à trois dimensions) :

 $\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0}$  et  $\vec{\Delta}\vec{B} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = \vec{0}$ 

avec  $c = 1/\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}$ , la vitesse de cette propagation dans le vide.

#### Remarques :

 $\overline{\star c} = 299792458 \text{ m.s}^{-1};$ 

 $\star$  contrairement aux ondes matérielles, cette propagation peut se faire dans le vide en l'absence de support matériel;

 $\star$  chaque composante des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  vérifie une équation de d'Alembert scalaire, par exemple :

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} = 0$$

## 2.3 Domaines de fréquence des ondes électromagnétiques

Les sources des ondes électromagnétiques sont des charges qui oscillent.

Type d'ondes	Production	Quelques utilisations
	Alternateurs	réseau 50 Hz, $\lambda = 6000~{\rm km}$
Électrocinétique	oscillateurs électroniques	électronique BF ( $<100 \text{ kHz}$ )
		radio AM : 1 MHz ( $\lambda \simeq 300$ m)
Ondes hertziennes	antennes conductrices	radio FM : 100 MHz ( $\lambda = 3$ m)
		téléphonie mobile : $\simeq 1~{\rm GHz}$
Micro-ondes	antennes conductrices	four micro-ondes :
(hyper-fréquences)		2,45 GHz ( $\lambda = 12, 2 \text{ cm}$ )
		satellites : $\simeq 10 \text{ GHz}$
		$\lambda$ de 0,78 $\mu{\rm m}$ à 1 mm
Infrarouge	vibration de la matière	caméra thermique
		analyse spectrométrique
	transitions électroniques	$\lambda \ { m de} \ 0,4 \ \mu { m m} \ { m a} \ 0,8 \ \mu { m m}$
Visible	des atomes	vision humaine
	transitions électroniques	$\lambda$ de 0,28 $\mu{\rm m}$ à 0,4 $\mu{\rm m}$
Ultraviolet	des atomes	réactions chimiques
		bronzage
	transitions électroniques	$\lambda$ de 10 pm à 10 nm
Rayons X	(couches profondes)	radiographie
		diffraction cristaux
		$\lambda$ de 1 pm à 10 pm
<b>Rayons</b> $\gamma$	réactions nucléaires	dangereux
		$E_{photon} > MeV$

# 3 Onde plane progressive harmonique

#### 3.1 Forme générale

Pour une propagation selon une direction que lconque de vecteur directeur  $\vec{u},$  le champ électrique de l'on de plane progressive harmonique s'écrit, en notation complexe :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})} \quad \text{avec} \quad \vec{k} = k\vec{u} \quad \text{le vecteur d'onde}$$

Rappelons que, par définition, le champ électrique est alors le même, à un instant t, en tout point d'un **plan d'onde**, plan perpendiculaire à la direction de propagation,



## 3.2 Action des opérateurs

On s'intéresse à l'action des opérateurs sur la représentation complexe d'une onde plane progressive harmonique de la forme :  $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}$ .

Sachant que 
$$\vec{k}.\vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$
:  
 $\star \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = j\omega \vec{E}$   
 $\star \operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial \underline{E}_{0x} e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}}{\partial x} + \frac{\partial \underline{E}_{0y} e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}}{\partial y} + \frac{\partial \underline{E}_{0z} e^{j(\omega t - \vec{k}.\vec{r})}}{\partial z}$   
 $\operatorname{div} \vec{E} = -jk_x \underline{E}_x - jk_y \underline{E}_y - jk_z \underline{E}_z = -j\vec{k}.\vec{E}$ 

À l'aide de calculs similaires, on obtient :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial \vec{\underline{E}}}{\partial t} = j\omega \vec{\underline{E}} & ; \quad \operatorname{div} \vec{\underline{E}} = -j\vec{k}.\vec{\underline{E}} & ; \quad \overrightarrow{\operatorname{rot}} \vec{\underline{E}} = -j\vec{k}\wedge\vec{\underline{E}} & ; \quad \vec{\Delta}\vec{\underline{E}} = -k^2\vec{\underline{E}} \end{bmatrix}$$

Remarques : Ces relations ne sont valables :

★ que pour une onde plane progressive harmonique (OPPH) et non pour une onde progressive quelconque de forme  $\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}(y, z)e^{j(\omega t - kx)}$ ;

 $\star$ qu'à condition de choisir la convention en  $+j\omega t$  et non  $-j\omega t.$ 

### 3.3 Relation de dispersion

Reportons l'expression du champ électrique d'une OPPH dans l'équation de d'Alembert :

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \vec{0} \quad \text{donc} \quad -k^2 \underline{\vec{E}} + \frac{\omega^2}{c^2} \underline{\vec{E}} = \vec{0}$$

On obtient la relation de dispersion dans le vide, c'est à dire la relation entre le vecteur d'onde et la pulsation, pour une onde plane progressive harmonique :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$
 donc  $k = \frac{\omega}{c}$ 

La longueur d'onde (dans le vide) d'une OPPH est donc liée à sa fréquence selon :

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi c}{\omega} = \frac{2\pi c}{2\pi\nu} \quad \text{donc} \quad \boxed{\lambda = \frac{c}{\nu}}$$

## 3.4 Structure de l'OPPH

Des équations de Maxwell dans le vide, on déduit la structure de l'onde plane progressive harmonique :

$$\star (MG): \quad \operatorname{div} \vec{E} = 0 \quad \Rightarrow \quad -j\vec{k}.\vec{\underline{E}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{u}.\vec{E} = 0}$$

Le champ électrique est perpendiculaire à la direction de propagation.

$$\star (MT): \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \Rightarrow \quad -j\vec{k}.\vec{\underline{B}} = 0 \quad \Rightarrow \quad \vec{u}.\vec{B} = 0$$

Le champ magnétique est perpendiculaire à la direction de propagation.

Dans le vide, les ondes planes progressives sont des ondes transversales.

$$\star \ (MF) : \overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \Rightarrow \quad -j\vec{k} \wedge \underline{\vec{E}} = -j\omega\underline{\vec{B}} \quad \Rightarrow \quad \left| \vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c} \right|$$

Pour une onde plane progressive harmonique (OPPH) se propageant dans le vide, les champs électrique et magnétique sont perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation de telle façon que  $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$  forme un trièdre direct :  $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$ 

Notons que cette relation implique la relation suivante entre les amplitudes des champs :

$$\|\vec{B}\| = \frac{\|\vec{E}\|}{c}$$

Pour un champ électrique dirigé selon Ox et une onde se propageant selon l'axe Oz, on peut représenter le champ électromagnétique dans l'espace à un instant donné :



## 3.5 États de polarisation

La polarisation de l'onde plane est la description de la direction des champs électrique et magnétique dans le plan d'onde. Comme  $\vec{B} = \frac{\vec{u} \wedge \vec{E}}{c}$ , il suffit d'étudier le champ électrique pour en déduire les caractéristiques du champ magnétique.

#### Cas général

Dans toute la suite, on considère une onde plane progressive harmonique se propageant selon les z croissants. De façon générale, le champ électrique transverse s'écrit :

 $\vec{E} = E_{0x}\cos\left(\omega t - kz + \varphi_x\right)\vec{u}_x + E_{0y}\cos\left(\omega t - kz + \varphi_y\right)\vec{u}_y$ 

Pour  $\varphi_x$  et  $\varphi_y$  que conques, dans un plan z fixé, le champ électrique décrit au cours du temps une ellipse :



#### Polarisation rectiligne

Dans le cas d'une polarisation rectiligne, le champ électrique conserve au cours du temps une direction constante. Ceci correspond à  $\varphi_x = \varphi_y[\pi]$ , et le champ électrique s'écrit, dans le plan z = 0:

$$\vec{E} = E_{0x} \cos{(\omega t + \varphi_x)} \vec{u}_x + E_{0y} \cos{(\omega t + \varphi_x)} \vec{u}_y$$

Les composantes vibrent en phase. Le champ électrique fait un angle  $\alpha$  avec l'axe (Ox) tel que tan  $\alpha = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$ . Un observateur qui reçoit l'onde dans le plan z = 0 voit l'extrémité du champ électrique osciller le long de cette direction.



Ainsi pour une OPPH se dirigeant selon les z croissants et polarisée rectilignement selon Ox, les champs électrique et magnétique ont pour expression :

$$\vec{E} = E(z,t)\vec{u}_x = E_0\cos\left(\omega t - kz\right)\vec{u}_x \quad \text{et} \quad \vec{B} = B(z,t)\vec{u}_y = \frac{E_0}{c}\cos\left(\omega t - kz\right)\vec{u}_y$$

# 4 Aspects énergétiques d'une OPPH

On s'intéresse ici à l'énergie et au vecteur de Poynting qui sont des grandeurs quadratiques en les champs. Il est donc nécessaire d'utiliser les représentations réelles des champs.

On considère le cas d'une OPPH se propageant selon les z croissants et polarisée selon  ${\cal O}x.$ 

# 4.1 Densité volumique d'énergie électromagnétique

La densité volumique d'énergie  $\omega_{em}$  associée au champ électromagnétique s'écrit :

$$\omega_{em} = \omega_E + \omega_B = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} + \frac{B^2}{2\mu_0}$$

avec B = E/c:

$$\omega_B = \frac{B^2}{2\mu_0} = \frac{E^2}{2\mu_0 c^2} = \frac{\varepsilon_0 E^2}{2} = \omega_E \quad \Rightarrow \quad \left[ \omega_{em} = \varepsilon_0 E^2 = \frac{B^2}{\mu_0} \right]$$

Il y a équipartition de l'énergie entre les formes électrique et magnétique.

## 4.2 Vecteur de Poynting

On exprime le vecteur de Poynting pour l'OPPH considérée :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{E\vec{u}_x \wedge B\vec{u}_y}{\mu_0} = \frac{E^2}{\mu_0 c}\vec{u}_z = \varepsilon_0 E^2 \times c\vec{u}_z \quad \Rightarrow \quad \boxed{\vec{\Pi} = \omega_{em} c \ \vec{u}_z}$$

\* On constate que le vecteur de Poynting est dirigé par  $\vec{u}_z$ ; l'énergie électromagnétique se propage dans la même direction et le même sens que l'onde. \* L'expression  $\vec{\Pi} = \omega_{em} \times c\vec{u}_z$  est à rapprocher de l'expression du vecteur densité de courant de masse  $\vec{j} = \mu \times \vec{v}$  qui implique que l'énergie électromagnétique se propage à la célérité c de l'onde.

#### 4.3 Grandeurs moyennées

Le champ électromagnétique oscille très rapidement (de l'ordre de  $10^{15}$  fois par seconde pour le spectre visible), les détecteurs sont sensibles non pas aux grandeurs instantanées mais aux valeurs moyennées sur un grand nombre de périodes.

Avec  $E = E_0 \cos (\omega t - kz)$ , on en déduit pour la moyenne de la densité volumique d'énergie électromagnétique et du vecteur de Poynting :

$$\langle \omega_{em} \rangle = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2}$$
 et  $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle = c \left\langle \omega_{em} \right\rangle \vec{u}_z = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2} \vec{u}_z$ 

#### 4.4 Application

Un laser à gaz émet un faisceau de diamètre d = 0,75 mm, de longueur d'onde  $\lambda = 632,8$  nm avec une puissance P = 2,0 mW.

Déterminer l'amplitude du champ électrique et le nombre de photons émis chaque seconde.

## 5 Réflexion sur un conducteur parfait

#### 5.1 Notion de conducteur parfait

Un métal parfait est un métal dont la conductivité  $\gamma$  tend vers l'infini.

 $\to$ D'après la loi d'Ohm locale, le vecteur courant  $\vec{j}=\gamma\vec{E}$  ne reste borné que si  $\vec{E}$  tend vers zéro.

 $\rightarrow$  L'équation de Maxwell-Faraday  $\overrightarrow{\text{rot}}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$  montre que le champ magnétique est indépendant du temps, ce qui ne peut représenter une onde. On retient donc  $\vec{B} = \vec{0}$ .

L'équation de Maxwell-Ampère,  $\overrightarrow{\text{rot}B} = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ , implique que le vecteur courant est nul dans le conducteur.

Dans un conducteur parfait, défini par  $\gamma \to +\infty$ ,  $\vec{j}$ ,  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  et  $\rho$  sont nuls.

Les charges électriques et les courants électriques s'ils existent sont nécessairement localisés à la surface du métal.

#### 5.2 Conditions de passage

Relation de passage pour le champ électrique



En présence d'une surface  $\Sigma$  portant une densité surfacique de charge  $\sigma$ , la discontinuité du champ électrique est donnée par :

$$\vec{E}_2 - \vec{E}_1 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}_{12}$$

 $\vec{E}_2$  représente le champ électrique dans la zone 2 au voisinage immédiat de la surface  $\Sigma$  et  $\vec{E}_1$  le champ électrique dans la zone 1 au voisinage immédiat de la surface  $\Sigma$ .

Relation de passage pour le champ magnétique



En présence d'une surface  $\Sigma$  par courue par une densité de courant surfacique  $\vec{j}_s$ , la discontinuité du champ magnétique est donnée par :

$$\vec{B}_2 - \vec{B}_1 = \mu_0 \vec{j}_s \wedge \vec{n}_{12}$$

 $\vec{B}_2$  représente le champ magnétique dans la zone 2 au voisinage immédiat de la surface  $\Sigma$  et  $\vec{B}_1$  le champ magnétique dans la zone 1 au voisinage immédiat de la surface  $\Sigma$ .

#### Notion de densité de courant surfacique

Le vecteur densité de courant surfacique est associé à une modélisation pour laquelle le déplacement de charges s'effectue dans un domaine d'épaisseur très faible vis à vis des autres longueurs caractéristiques du problème.



On peut alors exprimer l'intensité du courant de deux manières :

$$I = j \times ab = j_s \times b \quad \Rightarrow \quad j_s = j \times a$$

#### 5.3 Cadre de l'étude

On s'intéresse à la réflexion d'une onde plane progressive et harmonique arrivant sous incidence normale sur un conducteur parfait.

Qualitativement, le champ électrique de l'onde incidente va mettre en mouvement les électrons à la surface du conducteur qui vont en retour générer une onde réfléchie à la même fréquence afin de vérifier les conditions aux limites.



## 5.4 Structure de l'onde réfléchie

Pour le champ électrique de l'onde incidente, on adopte la représentation suivante associée à une propagation dans le vide :

$$\underline{\vec{E}}_{i} = E_{o,i} \exp\left[i\left(\omega t - kz\right)\right] \vec{u}_{x}$$

On cherche, pour l'onde réfléchie, un champ électrique de la forme :

$$\underline{\vec{E}}_{r} = E_{o,r} \exp\left[i\left(\omega t + kz\right)\right] \vec{u}_{x}$$

La relation de passage du champ électrique impose la continuité de la composante tangentielle du champ électrique en z = 0:

$$E_{o,i} + E_{o,r} = 0$$
 donc  $r = \frac{E_{o,r}}{E_{o,i}} = -1$ 

La réflexion sur un conducteur parfait s'effectue avec changement de signe, c'est à dire avec un déphasage de  $\pi$ .

Notons que l'on peut aisément déterminer le champ magnétique de chacune des ondes se propageant dans le vide :

$$\underline{\vec{B}}_{i} = \frac{\vec{u}_{z} \wedge \underline{\vec{E}}_{i}}{c} \quad \text{donc} \quad \underline{\vec{B}}_{i} = \frac{E_{o,i}}{c} \exp\left[i\left(\omega t - kz\right)\right] \vec{u}_{y}$$
$$\underline{\vec{B}}_{r} = \frac{-\vec{u}_{z} \wedge \underline{\vec{E}}_{r}}{c} \quad \text{donc} \quad \underline{\vec{B}}_{r} = \frac{E_{o,i}}{c} \exp\left[i\left(\omega t + kz\right)\right] \vec{u}_{y}$$

### 5.5 Interférences et onde stationnaire

En amont du conducteur parfait, les ondes incidente et réfléchie interfèrent pour générer le champ électrique résultant :

$$\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E}}_i + \underline{\vec{E}}_r = -2iE_{o,i}\exp\left(i\omega t\right)\sin\left(kz\right)\vec{u}_x$$

C'est à dire en notation réelle :

$$\vec{E} = 2E_{o,i}\sin\left(\omega t\right)\sin\left(kz\right)\vec{u}_x$$

On en déduit de même pour le champ magnétique :

$$\vec{B} = \frac{2E_{o,i}}{c}\cos\left(\omega t\right)\cos\left(kz\right)\vec{u}_y$$

La structure du champ résultant est celle d'une **onde stationnaire**, l'onde oscille sur place sans se propager.

 $\star$  En un point donné, le champ magnétique et le champ électrique sont en quadrature,

 $\star$  les nœuds du champ électrique ( $z=-\frac{p\lambda}{2}$  avec  $p\in N)$  correspondent aux ventres du champ magnétique et réciproquement.

#### 5.6 Aspect énergétique

Exprimons le vecteur de Poynting du champ résultant :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} = \frac{4E_{o,i}^2}{\mu_0 c} \cos\left(\omega t\right) \sin\left(\omega t\right) \cos\left(kz\right) \sin\left(kz\right) \vec{u}_z$$

En tout point,  $\left\langle \vec{\Pi} \right\rangle = \vec{0}$ , en accord avec le caractère stationnaire de l'onde résultante.

Ce résultat peut être confirmé en déterminant le vecteur de Poynting de chacune des ondes qui sont des OPPH :

$$\left\langle \vec{\Pi}_{i}\right\rangle = \frac{\varepsilon_{0}cE_{o,i}^{2}}{2}\vec{u}_{z} \quad \text{et} \quad \left\langle \vec{\Pi}_{r}\right\rangle = -\frac{\varepsilon_{0}cE_{o,r}^{2}}{2}\vec{u}_{z} = -\frac{\varepsilon_{0}cE_{o,i}^{2}}{2}\vec{u}_{z}$$

Ce qui donne pour le coefficient de réflexion en puissance :

$$R = \frac{\left\langle \|\vec{\Pi}_r\| \right\rangle}{\left\langle \|\vec{\Pi}_i\| \right\rangle} = 1$$

Notons que cela traduit le fait que l'énergie de l'onde incidente est totalement réfléchie (ni absorption, ni transmission).

## 5.7 Courant surfacique

On peut enfin exprimer le vecteur de courant surfacique à l'aide de la relation de passage pour le champ magnétique :

$$\vec{B}(z=0^{-}) - \vec{B}(z=0^{+}) = \vec{B}(z=0^{-}) = \mu_0 \vec{j}_s \wedge (-\vec{u}_z)$$
$$\vec{j}_s = \frac{2E_{o,i}}{\mu_0 c} \cos{(\omega t)} \vec{u}_x$$

Ce sont ces charges en mouvement à la surface du conducteur qui génèrent l'onde réfléchie.

## Capacités exigibles :

 $\rightarrow$  Bilan de Poynting :

Identifier les différents termes de l'équation locale de Poynting.

Interpréter le vecteur de Poynting comme le vecteur densité de flux de puissance électromagnétique.

 $\rightarrow$  Ondes électromagnétiques dans le vide :

Citer les domaines du spectre des ondes électromagnétiques et leur associer des applications.

Établir les équations de propagation.

OPPH : utiliser la notation complexe. Représenter le trièdre  $(\vec{u}, \vec{E}, \vec{B})$ . Établir la relation entre les amplitudes des champs.

Associer la direction du vecteur de Poynting et la direction de propagation de l'onde. Associer le flux du vecteur de Poynting à un flux de photons en utilisant la relation d'Einstein-Planck.

Citer quelques ordres de grandeur de flux énergétiques surfaciques moyens (laser hélium- néon, flux solaire, téléphonie,...) et les relier aux ordres de grandeur des champs électriques associés.

Utiliser le principe de superposition d'ondes planes progressives harmoniques. Identifier l'expression d'une onde électromagnétique plane progressive polarisée rectilignement.

#### $\rightarrow$ Interface entre deux milieux. Ondes électromagnétiques :

Interpréter le vecteur densité de courant surfacique comme un modèle pour décrire un déplacement de charges à travers un domaine d'épaisseur faible devant l'échelle de description. Utiliser les relations de passage fournies.

Réflexion d'une onde électromagnétique polarisée rectilignement sur un conducteur parfait, en incidence normale.

Exploiter la continuité de la composante tangentielle du champ électrique pour justifier l'existence d'une onde réfléchie et calculer celle-ci.

Calculer le champ magnétique dans le vide, en déduire le courant surfacique sur le conducteur.

Calculer le coefficient de réflexion en puissance.