Lycée Naval, Spé 2.

Devoir non surveillé n°02 (pour le 02 octobre 2019)

Oscillateurs à boucle de rétroaction

Une méthode pour obtenir des oscillations quasi-sinusoïdales consiste à utiliser un système bouclé à deux opérateurs : le premier, de fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = \underline{u}_s/\underline{u}_e$ constituant la chaîne directe ; le second, de fonction de transfert $\underline{F}(j\omega) = \underline{u}_e/\underline{u}_s$, la chaîne de retour.

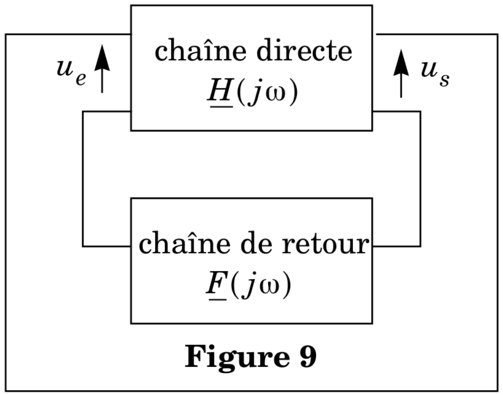


Figure 9

Partie A.

Donner la condition sur les fonctions $\underline{H}(j\omega)$ et $\underline{F}(j\omega)$ pour que le système soit le siège d'oscillations sinusoïdales spontanées de pulsation ω_0. Lorsqu'une telle condition est réalisée, quel phénomène est à l'origine de l'apparition des oscillations ?

Partie B.

On se place dans le cas particulier où $\underline{H}$ est une constante réelle H_0 indépendante de ω et où :

$$\underline{F}(j\omega) = \frac{\underline{u}_e}{\underline{u}_s} = F_0 \frac{j\dfrac{\omega}{Q\omega_0}}{1 + j\dfrac{\omega}{Q\omega_0} - \left(\dfrac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

1. Quelle est la nature de la chaîne de retour ? Tracer, en faisant apparaître précisément les asymptotes, le diagramme de Bode en amplitude de $\underline{F}(j\omega)/F_0$ pour les valeurs $Q = 0,1$ et $Q = 10$. On prendra $\omega_0 = 1,0 \times 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1}, ω varie de 10^2 à 10^6 rad $\cdot$ s^{-1}.
2. F_0, ω_0 et Q étant fixés, pour quelle valeur particulière H_m de H_0 a-t-on des oscillations sinusoïdales ? Que vaut la pulsation de ces oscillations ?

Partie C.

La condition sur H_0 étant une égalité, elle est, en pratique, impossible à réaliser strictement. $u_s(t)$ et $u_e(t)$ ne sont donc pas sinusoïdales.
On cherche à préciser l'expression des fonctions $u_s(t)$ et $u_e(t)$.

Établir l'équation différentielle satisfaite par $u_e(t)$ et $u_s(t)$ et discuter la nature des solutions en fonction de H_0 (on se limitera aux cas des solutions oscillatoires).
Un des opérateurs comportant un amplificateur opérationnel, montrer que, pour certaines valeurs de H_0, il sortira de son domaine de linéarité.
On constate dans ce cas que le système peut être le siège d'oscillations permanentes plus ou moins sinusoïdales.

Partie D.

La chaîne directe est un amplificateur non inverseur réalisé à l'aide d'un amplificateur opérationnel idéal de tension de saturation en sortie $\pm V_{sat}$ (figure 10).

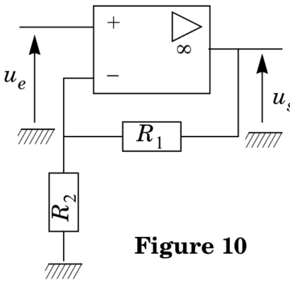


Figure 10

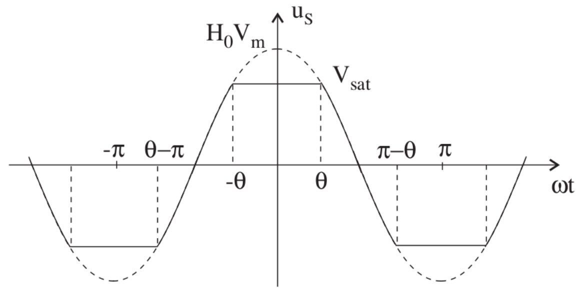
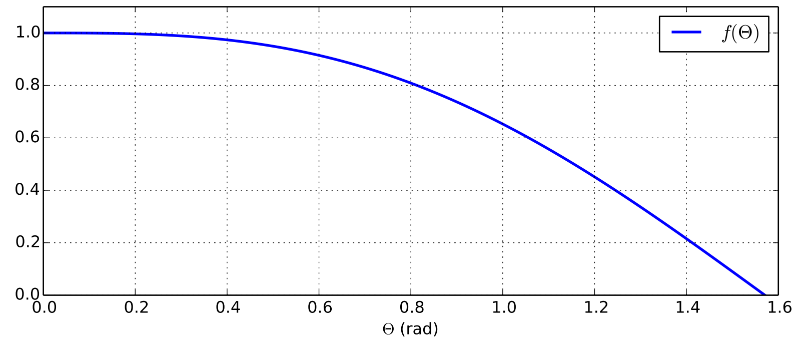


Figure 11

1. Établir la relation entre u_s et u_e.
   Tracer le graphe $u_s(u_e)$ pour $-V_{sat} < u_e < +V_{sat}$ et donner la valeur de H_0.
2. On présente à l'entrée de l'amplificateur non inverseur une tension sinusoïdale : $u_e(t) = V_m \cos(\omega t)$, d'amplitude $V_m > V_{sat}/H_0$.
   La tension de sortie $u_s(t)$ est alors le signal sinusoïdal d'amplitude H_0V_m écrêté symétriquement à $\pm V_{sat}$ représenté figure 11. θ est appelé angle d'écrêtage ($\theta \in [0, \pi/2]$). $u_s(t)$ admet un développement en série de Fourier qui, compte tenu de la parité de la fonction est de la forme :
   $$u_s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) \quad \text{avec} \quad a_n = \frac{2}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} u_s(t)\cos(n\omega t)dt$$
   Que représente $a_0/2$? Donner sa valeur.
   On appelle gain au premier harmonique le rapport a_1/V_m.
   Le calcul montre qu'il peut se mettre sous la forme :
   $$\frac{a_1}{V_m} = H_0 f(\theta) \quad \text{avec} \quad f(\theta) = \frac{\pi - 2\theta + \sin(2\theta)}{\pi}$$

Le graphe de $f(\theta)$ pour $\theta \in \left[0, \dfrac{\pi}{2}\right]$ est représenté figure 12 ci-dessous.



3. On considère maintenant le système bouclé siège d'oscillations périodiques stables. En ne considérant que la contribution du terme fondamental ($n = 1$) du développement en série de Fourier dans la boucle, déterminer la pulsation des oscillations. Montrer que le gain H_0 de la chaîne directe doit satisfaire une condition par rapport à F_0 et détermine ainsi l'angle d'écrêtage.

4. H_0 étant fixé, où prélever la tension dans le montage pour avoir un signal s'approchant au mieux d'une sinusoïde ? Quelle qualité principale doit posséder la chaîne de retour ? Comment la réaliser simplement par association d'une bobine, d'une résistance et d'un condensateur ? Aucun calcul n'est demandé. On fera le schéma du montage et on justifiera qualitativement le com- portement passe-bande recherché.

Partie E. Exemple de réalisation : l'oscillateur à pont de Wien

La chaîne de retour est constituée par le quadripôle de la figure 13, la chaîne directe étant toujours constituée par l'amplificateur de la figure 10.

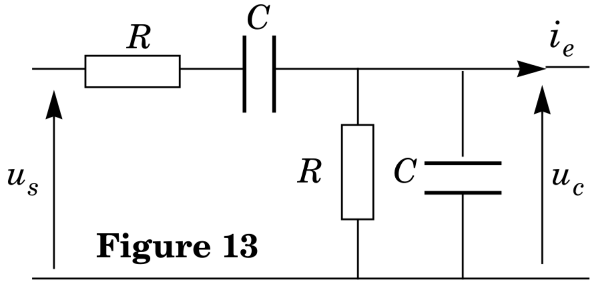


Figure 13

1. Pourquoi le courant i_e est-il nul ?
   Calculer $F(j\omega)$ et donner les valeurs de F_0, ω_0 et Q.
   La qualité du montage évoquée en partie D est-elle satisfaite ? Quelle(s) conséquence(s) est (sont) prévisible(s) sur la nature du signal obtenu ? Quel intérêt présente cette chaîne de retour ?

2. La chaîne directe est constituée par l'amplificateur non inverseur de la partie D. Évaluer l'angle d'écrêtage (en degrés) pour $R_1/R_2 = 3, 4,$ et 5. Conclure.

Partie F.

La limitation de l'amplitude du signal par saturation de la chaîne directe donne des signaux assez éloignés de la sinusoïde dès que H_0 s'écarte de H_m.
Une solution consiste à introduire un asservissement du gain de la chaîne directe à l'amplitude des oscillations. On se propose d'étudier un exemple de réalisation de cet asservissement.

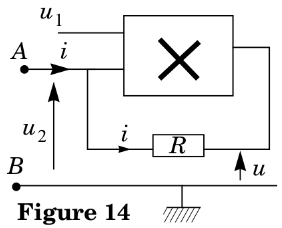


Figure 14

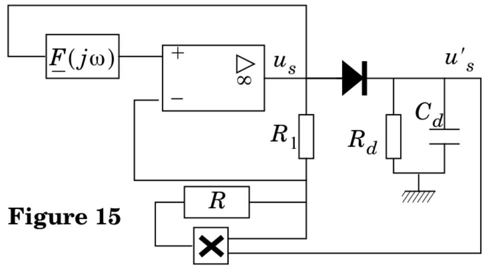
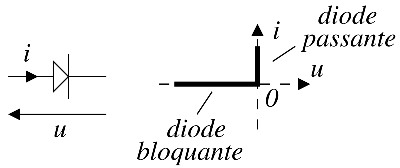


Figure 15

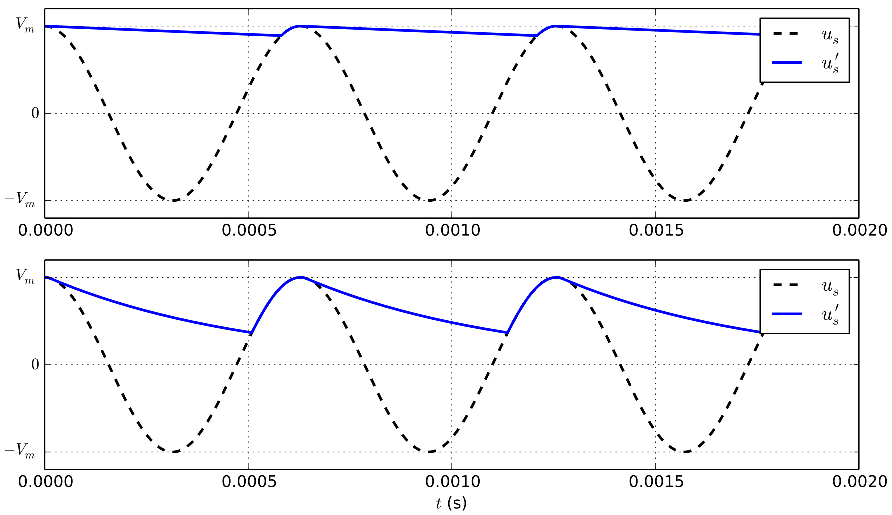
1. Le circuit de la figure 14 utilise un multiplieur dont la tension de sortie est proportionnelle au produit des tensions d'entrée : $u = k u_1 u_2$. Les courants d'entrée du multiplieur sont tous les deux nuls.
   Donner l'équation de la caractéristique du dipôle AB (c'est à dire $u_2 = u_2(i)$) en fonction de R, k, u_1.
   À quoi est-il équivalent ?

2. On remplace le système bouclé précédent par le montage de la figure 15. On s'intéresse tout d'abord au détecteur de crête constitué par la diode, R_d et C_d. On suppose la diode idéale. $u_s(t)$ étant une tension périodique de période T et d'amplitude V_m.

   On rappelle la caractéristique d'une diode idéale :



   On fournit également les courbes d'évolution de u_s et u'_s pour $R_d C_d = 50T$ (premier graphe) et $R_d C_d = 5T$ (second graphe). Si ces courbes ne sont pas indispensables à la résolution, elles pourront aider à la réflexion.



(a) Partant d'une situation initiale pour laquelle $u_s(0) = V_m$ et $u_s'(0) = V_m$, on suppose que la diode devient bloquante.
Donner l'équation d'évolution de u_s'.

(b) À quelle condition la diode redevient-elle passante, quelle est alors la relation entre u_s et u_s' ?

(c) Comment choisir R_d et C_d pour avoir $\forall t, \quad u_s'(t) \approx V_m$?

3. La figure 16 donne l'évolution temporelle de $u_s(t)$ et $u_s'(t)$.
On a pris $\omega_0 = 1,0 \times 10^4$ rad $\cdot$ s^{-1}, $R_d = 70$ kΩ , $C_d = 1,0$ μF. La condition de la question F.2 est-elle satisfaite ?
Décrire alors qualitativement le principe de fonctionnement de ce montage.
A-t-on réalisé l'asservissement décrit en partie F. ?

4. On constate que la tension de sortie u_s tend rapidement vers une fonction quasi-sinusoïdale permanente d'amplitude V_m . Quel est alors le gain de la chaîne directe ? On suppose la diode idéale. En reprenant l'équation différentielle établie en partie C dans le cas du régime périodique permanent, calculer V_m en fonction de F_0, k, R et R_1. Comment pourrait-on modifier le circuit pour avoir une amplitude V_m réglable ?

5. Dans le cas de la figure 16, on a choisi pour chaîne de retour celle de l'oscillateur à pont de Wien. Les composants ont les valeurs suivantes :
$R_1 = 2,0$ kΩ, $R = 900$ Ω, $k = 1,0 \times 10^{-1}$ V^{-1}.
Calculer l'amplitude théorique V_m.
Comment expliquer la différence avec la valeur expérimentale ?

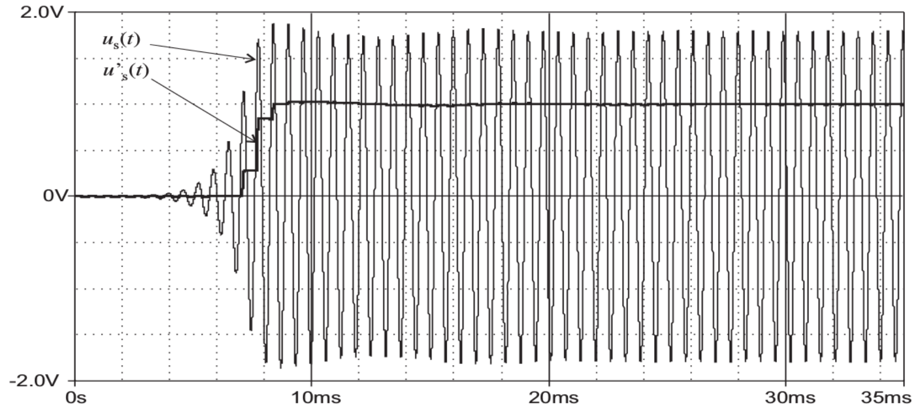


Figure 16