

I) LA PARTICULE LIBRE

Particule quantique sans interaction. Si non relativiste : $E = E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

On lui associe une onde de matière caractérisée par ω et k donnée par les relations :

$$E = \hbar\omega \quad ; \quad p = \hbar k$$

II) EQUATION DE SCHRÖDINGER

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2}$$

III) SOLUTION OPPH: ETAT STATIONNAIRE D'UNE PARTICULE LIBRE

$$\psi(x,t) = Ae^{i(\hbar kx - \omega t)} = Ae^{-i(\omega t - \hbar kx)} \quad \omega = \frac{\hbar k^2}{2m}$$

la relation de dispersion donne k en fonction de ω et caractérise le comportement de l'onde. Elle permet de fabriquer des paquets d'onde. La vitesse de phase est :

$$v_\phi = \frac{\omega}{k} = \frac{\hbar k}{2m}$$

Rem : la solution ne vérifie pas la condition de normalisation $\int |\Psi(x,t)|^2 dx = 1$

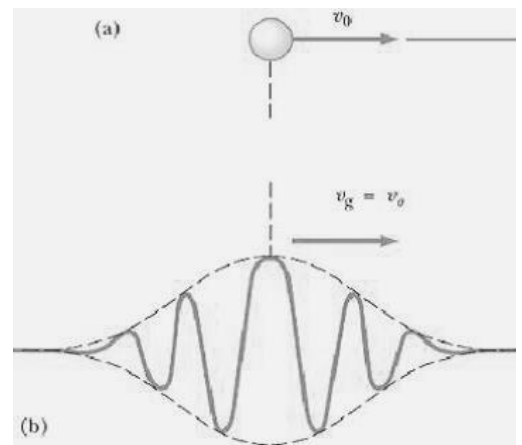
Une OPPH ne peut pas décrire une particule libre réelle dans tout l'espace. Il faudra introduire un paquet d'onde (superposition d'OPPH) pour décrire une fonction d'onde réelle. La vitesse de groupe V_g est la vitesse de la particule :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\hbar k}{m} = v_{particule} = v$$

IV) PAQUET D'ONDE EN PHYSIQUE QUANTIQUE

$$\Psi(x,t) = \int A(k) \exp(ikx - i\omega t) dk$$

On retrouve le lien entre x et k vu pour les Transformée de Fourier. En ordre de grandeur $\Delta x \cdot \Delta k \geq 1/2$ qui donne $\Delta x \cdot \Delta p_x \geq \hbar/2$ soit l'inégalité d'Heisenberg.



V) VECTEUR DENSITE DE PROBABILITE OU COURANT DE PROBABILITE

C'est un vecteur décrivant le transport de la densité de probabilité $\vec{j} = |\Psi|^2 \vec{v}_g = \frac{|\Psi|^2 \hbar k}{m} \vec{x}$:

Il découle que $dP = \vec{j} \cdot \vec{x} dt$ décrit la probabilité que la particule franchisse le plan d'abscisse x pendant dt .