

## Énoncé du DS commun de physique n°3 Quelques problèmes de mécanique spatiale

*Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il est invité à le signaler sur sa copie et à poursuivre la composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il aura été amené à prendre.*

### Données valables dans tout le problème

- Intensité du champ de pesanteur à la surface de la Terre,  $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ;
- Constante de gravitation universelle,  $G = 6,67\cdot 10^{-11} \text{ m}^3\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{s}^2$ ;
- Masse de la Terre,  $M_T = 5,97\cdot 10^{24} \text{ kg}$ ;
- Rayon de la Terre,  $R_T = 6,37\cdot 10^3 \text{ km}$ ;
- Vitesse relative d'éjection des gaz, par rapport à la fusée,  $u = 3,00 \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}$ ;
- Masse de la sonde Voyager 2,  $m = 815 \text{ kg}$ ;
- Masse de la planète Jupiter,  $M_J = 1,90\cdot 10^{27} \text{ kg}$ ;
- Rayon de la planète Jupiter,  $R_J = 6,99\cdot 10^4 \text{ km}$ ;
- Demi-grand axe de l'orbite de Jupiter,  $a_J = 778\cdot 10^6 \text{ km}$ ; on assimilera la trajectoire de Jupiter à un cercle;
- Masse du soleil,  $M_S = 2,00\cdot 10^{30} \text{ kg}$ .

### Rappels mathématiques

$$1 - \cos x = 2 \sin^2 \left( \frac{x}{2} \right) \text{ et } 1 + \cos x = 2 \cos^2 \left( \frac{x}{2} \right)$$

En coordonnées polaires dans un plan  $Oxy$ , la base locale  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$  vérifie :

$$\frac{d\vec{e}_r}{d\theta} = \vec{e}_\theta \text{ et } \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta} = -\vec{e}_r$$

### Introduction

Les sondes instrumentées qui voyagent dans le système solaire continuent de fournir des renseignements précieux sur les planètes et autres objets qui les entourent; la sonde Voyager 1 évolue même maintenant dans le milieu interstellaire, au delà de l'héliosphère, où Voyager 2 parviendra dans quelques années.

Nous étudions dans ce problème quelques aspects du lancement des sondes (partie 1), leur interaction avec une planète (partie 2) et l'assistance gravitationnelle (partie 3) dont elles peuvent bénéficier pour effectuer des missions encore plus lointaines. Les trois parties sont largement indépendantes; les résultats de la partie 2, qui sont clairement énoncés, seront utilisés dans la partie 3, fondée sur l'étude d'un document.

## Préliminaires sur les forces centrales

On établit dans cette partie quelques propriétés des mouvements à forces centrales.

On considère un point matériel  $M$  de masse  $m$  soumis uniquement à une force centrale  $\vec{f}$  de centre  $O$ , dans un référentiel galiléen.

**P1.** Montrer que le mouvement est plan.

**P2.** On repère la position du mobile en coordonnées polaires et on note  $Oz$  l'axe perpendiculaire au plan du mouvement.

- a) Établir que  $r^2\dot{\theta} = C$  est une constante du mouvement.
- b) On note  $M_0$  et  $\vec{v}_0$  respectivement la position et la vitesse à un moment donné  $t_0$ ; exprimer  $C$  à partir des données.
- c) Expliquer pourquoi la loi précédente s'appelle "loi des aires".

**P3.** Dans le cas d'un champ newtonien de la forme  $\vec{f}(M) = -\frac{k}{r^2}\vec{e}_r$  (en coordonnées sphériques), montrer que l'énergie mécanique  $E$  est conservée et donner son expression en fonction de  $r$ ,  $\dot{r}$ ,  $k$ ,  $m$  et  $C$ .

P4. Dans le cas d'un champ newtonien et d'un état lié, le mobile décrit une ellipse dont  $O$  est l'un des foyers (figure 1). On appelle périégée la position où  $r$  est minimal (on note  $OP = r_P$ ) et apogée la position où  $r$  est maximal (on note  $OA = r_A$ ). On définit le demi-grand axe de l'ellipse  $a = \frac{r_A + r_P}{2}$ .

- Montrer que  $E = -\frac{k}{2a}$ .
- Établir la relation entre  $r_A, r_P, v_A$  et  $v_P$ , où  $v_A$  et  $v_P$  sont les normes des vitesses respectives  $\vec{v}_A$  et  $\vec{v}_P$  en  $A$  et en  $P$ .
- Reproduire sur la copie la forme de l'ellipse et représenter les vitesses  $\vec{v}_A$  et  $\vec{v}_P$  en tenant compte de la relation précédente.
- Dans le cas où l'orbite est circulaire de rayon  $a$ , établir la 3<sup>e</sup> loi de Kepler.

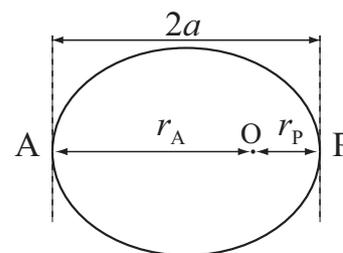


FIGURE 1 – Orbite elliptique

## 1 Étude du lanceur

On analyse le principe d'une fusée et on cherche à préciser quelques ordres de grandeur, notamment relatifs à la masse de carburant que nécessite un gain de vitesse donné.

La fusée a une masse  $m(t)$  à l'instant  $t$ , la propulsion étant assurée par l'éjection de gaz brûlés résultant de la combustion de propergol. À l'instant initial, la fusée de masse totale  $m_0 = m(0)$  décolle verticalement dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On suppose que le champ de pesanteur  $\vec{g}$  reste uniforme lors du lancement et on néglige les frottements dus à l'atmosphère. On note :

- $Oz$  l'axe vertical ascendant sur le lieu de lancement ;
- $\vec{v}(t) = v(t)\vec{e}_z$  la vitesse de la fusée dans le référentiel terrestre supposé galiléen,
- $\vec{u} = -u\vec{e}_z$  la vitesse d'éjection des gaz dans le référentiel de la fusée, avec  $u > 0$ ; cette vitesse est supposée constante tout au long de la phase de propulsion ;
- $D_m = -\frac{dm}{dt}$  le débit massique des gaz brûlés, supposé constant; on remarquera que  $D_m > 0$ .

1. On considère le système constitué de la fusée à l'instant  $t$ . Examiner ce que devient ce système à l'instant  $t + dt$  et faire un bilan de quantité de mouvement entre les instants  $t$  et  $t + dt$ .

2. En déduire qu'après décollage :

$$m \frac{dv}{dt} = F - mg$$

où l'on exprimera  $F$  en fonction de  $u$  et  $D_m$ ; quelle est la dimension et la signification de  $F$ ?

3. À quelle condition, à justifier, la fusée décolle-t-elle?

4. Déterminer l'expression de la vitesse  $v(t)$  de la fusée en fonction de  $t, m(t), m_0$  et  $u$ .

5. Application numérique : pour des raisons technologiques, il n'est pas possible de réaliser  $\frac{m_0}{m} > 10$ ; calculer le gain de vitesse  $\Delta v$  correspondant à cette limite avec  $u = 3,00 \text{ km.s}^{-1}$ , en supposant que la propulsion est suffisamment brève pour que le poids n'intervienne pas; on remarquera que, dans ces conditions, la masse initiale de propergol représente 90% de  $m_0$ .

6. Envisager le cas d'une fusée à deux étages de masses équivalentes et ayant la même répartition de masse que la fusée à un étage de la question précédente, c'est-à-dire 10% de structure et 90% de propergol. On négligera encore la pesanteur. Calculer l'accroissement de vitesse obtenu pour la fusée à deux étages, et conclure sur son intérêt.

7. Pour limiter la masse de carburant à embarquer, on met au point des procédés économiques de mise en orbite des satellites. On envisage ici (figure 2) le passage d'un satellite d'une orbite circulaire basse, notée (1), de rayon  $r_0$  à une orbite circulaire haute, notée (2), de rayon  $R$ . Ce passage se fait par l'intermédiaire d'une orbite elliptique ( $O_t$ ) appelée "orbite de transfert" : seules deux phases de propulsion, en  $A$  et  $B$ , sont nécessaires; on considère encore que la propulsion est suffisamment brève pour que la gravitation n'intervienne pas. On étudie le mouvement des satellites dans le référentiel géocentrique supposé galiléen.

a) Exprimer l'énergie mécanique du satellite de masse  $m$  sur une trajectoire elliptique de demi-grand axe  $a$ .

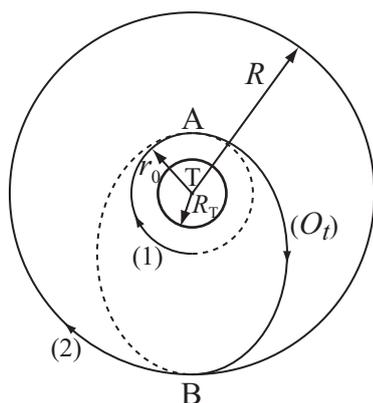


FIGURE 2 – Transfert d'une orbite circulaire basse à une orbite circulaire haute

Déterminer, littéralement et numériquement pour  $r_0 = 6750$  km et  $R = 42200$  km :

- La vitesse  $v_0$  du satellite sur l'orbite (1);
- les vitesses  $v_1$  et  $v'_1$  du satellite respectivement en A et B sur l'orbite ( $O_t$ );
- la vitesse  $v_2$  du satellite sur l'orbite (2).

8. En supposant que les accroissements de vitesse sont obtenus avec un propulseur à un étage, déterminer la proportion de la masse initiale qui doit être réservée au propergol. Application numérique :  $r_0 = 6750$  km et  $R = 42200$  km.

9. À quel type de satellite pourrait correspondre l'orbite (2) de l'application numérique précédente ?

## 2 Interaction d'une sonde et d'une planète

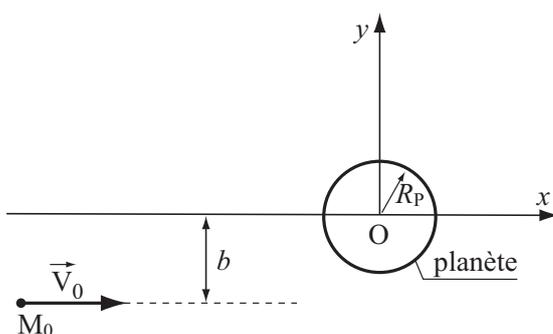


FIGURE 3 – Mouvement d'une sonde au voisinage d'une planète

de la sonde lorsqu'elle est infiniment éloignée de (P); la sonde est alors dans le demi-espace  $y < 0$  (voir la figure 2) et sa trajectoire, parallèle à l'axe Ox, est distante de l'axe Ox d'une longueur  $b$  appelée "paramètre d'impact". On note  $\vec{V}'_0$  et  $b'$  respectivement la vitesse et le paramètre d'impact de la sonde lorsqu'elle s'éloigne infiniment de la planète après avoir interagi avec elle, dans l'hypothèse où la sonde ne s'écrase pas sur la planète. On repère la position de la sonde en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  de centre O, la base locale étant alors  $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ ; on note  $\vec{V}$  la vitesse de la sonde à un instant quelconque.

Dans cette deuxième partie, on examine le mouvement d'une sonde spatiale dans le voisinage d'une planète (P) de rayon  $R_P$ . Le référentiel d'étude est le référentiel planétocentrique supposé galiléen; il est, pour la planète, l'analogue du référentiel géocentrique défini pour la Terre. La sonde, de masse  $m$ , de position M, se dirige vers la planète dont le centre est noté O; O est choisi pour origine d'un repère  $Oxyz$  (voir figure 3); on néglige les interactions de la sonde avec les objets célestes autres que la planète (P). Pour les applications numériques, on s'intéressera au cas de la sonde Voyager 2 en interaction avec Jupiter.

On note  $\vec{V}_0 = V_0 \vec{e}_x$  (avec  $V_0 > 0$ ) la vitesse

10. Rappeler la définition du référentiel géocentrique; adapter cette définition au référentiel planétocentrique.

11. Indiquer la nature de la trajectoire de la sonde; tracer son allure sur le document réponse en complétant la figure 6.

12. Écrire les lois de conservation du mouvement; en déduire  $V'_0 = \|\vec{V}'_0\|$  et  $b'$  en fonction de  $V_0$  et  $b$ .

13. En supposant que sonde ne tombe pas sur (P), montrer que la distance minimale entre la sonde et le centre O de (P) est :

$$r_{\min} = -\frac{GM_P}{V_0^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_P}{V_0^2}\right)^2 + b^2}$$

et commenter le résultat.

14. Pour une vitesse  $V_0$  donnée, montrer que la sonde poursuit son mouvement sans s'écraser sur (P) à condition que  $b > b_{\min}$  et établir l'expression de  $b_{\min}$ .

15. Application numérique : avec  $V_0 = 10,0 \text{ km.s}^{-1}$ , calculer la valeur de  $b$  pour laquelle Voyager 2 frôle Jupiter ; comparer ce résultat au rayon de Jupiter.

16. On cherche maintenant à connaître l'angle  $\varphi = \widehat{(\vec{V}_0, \vec{V}'_0)}$ .

a) Montrer, en utilisant la 2<sup>e</sup> loi de Newton et la loi des aires, que :

$$\frac{d\vec{V}}{d\theta} = \frac{GM_P}{bV_0} \frac{d\vec{e}_\theta}{d\theta}$$

b) Intégrer l'équation précédente entre la position initiale et la position finale, et projeter sur les axes  $Ox$  et  $Oy$  pour montrer que :

$$\tan\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \frac{GM_P}{bV_0^2}$$

c) Commenter le résultat précédent, pour des valeurs de  $b$  et  $V_0$  remarquables.

d) Application numérique : calculer  $\varphi$  en degrés pour  $b = 500.10^4 \text{ km}$  et  $V_0 = 10,0 \text{ km.s}^{-1}$ .

### 3 Assistance gravitationnelle

#### 3.1 Document

Ce document est extrait de l'article Wikipedia consulté en septembre 2017 à l'adresse [https://fr.wikipedia.org/wiki/Assistance\\_gravitationnelle](https://fr.wikipedia.org/wiki/Assistance_gravitationnelle).

L'assistance gravitationnelle ou appui gravitationnel, dans le domaine de la mécanique spatiale, est l'utilisation volontaire de l'attraction d'un corps céleste (planète, Lune) pour modifier en direction et en vitesse la trajectoire d'un engin spatial (sonde spatiale, satellite artificiel par exemple). L'objectif est d'utiliser ce phénomène pour économiser le carburant qui aurait dû être consommé par le moteur-fusée du véhicule pour obtenir le même résultat. Toutes les sondes spatiales à destination des corps célestes éloignés de la Terre ont recours à cette méthode.

#### Explication

Dans un premier temps, l'engin spatial s'approche de la planète et finit par rentrer dans sa zone d'influence (il entre dans sa sphère de Hill). Le champ gravitationnel attire de plus en plus l'engin spatial qui voit sa vitesse augmenter : il « tombe » vers la planète et donc accélère. La trajectoire de l'engin a été établie de manière à éviter une collision avec la planète choisie. Il dépasse donc la planète sain et sauf et sort progressivement du champ gravitationnel de celle-ci, en perdant petit à petit de la vitesse. À la fin du survol (lorsqu'il sort de la sphère de Hill), l'engin spatial a grossièrement perdu autant de vitesse pendant la phase de sortie qu'il en a gagné pendant la phase d'entrée. Cette vitesse a cependant changé, en grandeur et surtout en direction.

Du point de vue de la planète, l'engin suit une trajectoire hyperbolique, tracée de son point d'entrée dans la sphère de Hill de la planète jusqu'à sa sortie. À ces points, la vitesse relative de l'engin est la même, mais son orientation est différente. Du point de vue du Soleil, la direction et la valeur de la vitesse de l'engin ont changé. Ceci permet soit d'envoyer l'engin plus loin du Soleil (il emprunte alors de l'énergie et du moment angulaire à la planète), ou au contraire de diminuer son orbite (l'engin donne énergie et moment angulaire à la planète). C'est précisément par ce mécanisme que les planètes peuvent capturer des comètes ou éjecter des astéroïdes du système solaire.

#### Illustrations de l'utilisation de l'assistance gravitationnelle

Une sonde spatiale frôle une planète selon deux scénarios (voir figure 4). La courbe dans le graphique représente l'évolution de la vitesse de la sonde spatiale dans le temps. En passant à l'arrière de la planète par rapport à son déplacement sur son orbite, la sonde exerce une attraction sur la planète qui diminue légèrement sa vitesse et son énergie cinétique ; par conservation, le transfert d'énergie profite à la sonde qui gagne de la vitesse après son passage. À l'inverse, en passant à l'avant de la planète, la sonde cède une partie de son énergie cinétique, ce qui lui fait perdre de la vitesse.

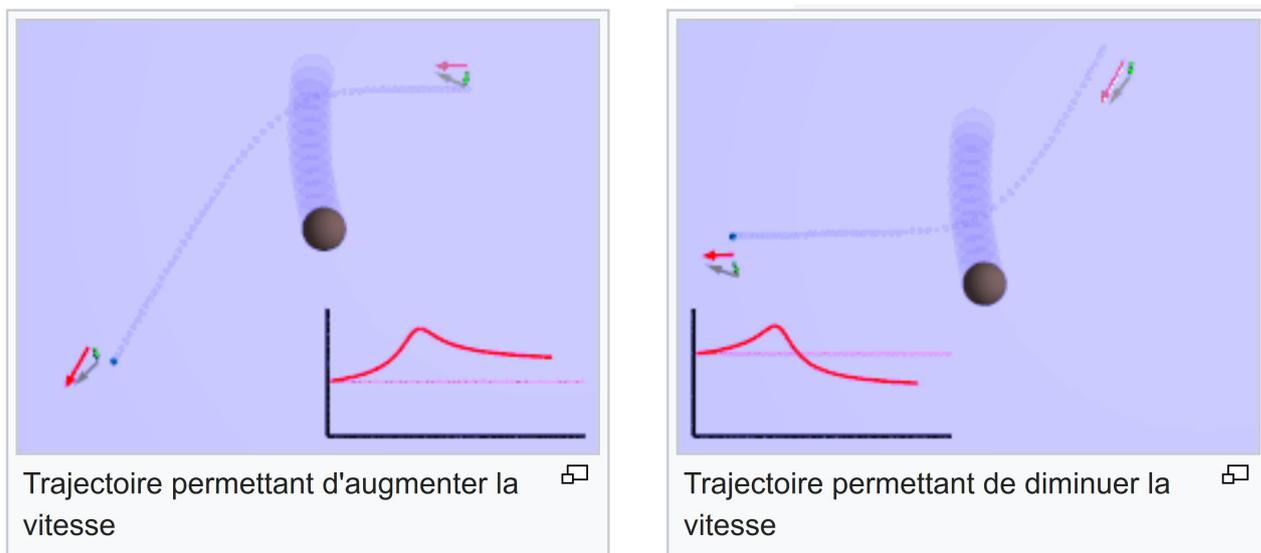


FIGURE 4 – Interaction planète-sonde : les deux scénarios possibles

**Exemple : Voyager 2**

Voyager 2, qui a fait le tour des planètes géantes, a été propulsé vers Jupiter sur une orbite particulière qui n'est pas une orbite standard de transfert de Hohmann. Si Jupiter n'avait pas été là au moment de l'arrivée du vaisseau spatial, celui-ci aurait continué sur son orbite et serait revenu vers l'orbite de la Terre.

L'arrivée de la sonde spatiale a été soigneusement calculée de sorte qu'elle passe derrière Jupiter dans son orbite autour du Soleil. Quand la sonde est arrivée, elle est « tombée » vers Jupiter, sous l'influence de son champ de gravité. L'orbite était néanmoins faite pour que la sonde passe près de Jupiter mais ne s'écrase pas dessus. Après s'être approchée très près de Jupiter, elle s'est alors éloignée de la planète. Pendant cette phase d'éloignement, elle a ralenti par rapport à Jupiter. En effet, elle « s'élevait » par rapport à Jupiter, et donc ralentissait comme elle avait accéléré quand elle était tombée vers lui. Dans le cas des trajectoires dans l'espace, il y a conservation de l'énergie : la sonde a donc quitté Jupiter (on entend par là quitter la zone d'influence gravitationnelle de Jupiter) avec la même énergie que quand elle y était arrivée.

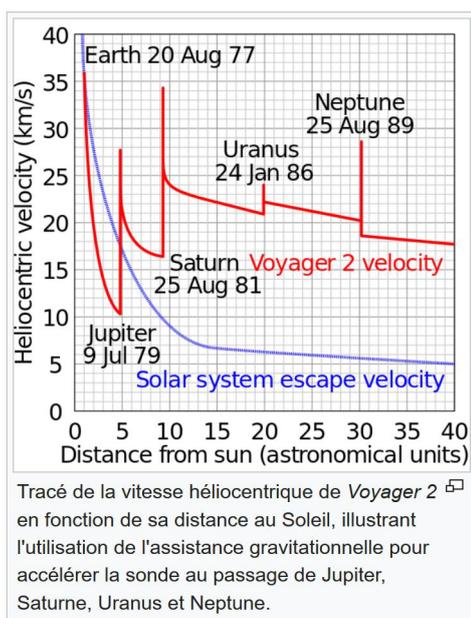


FIGURE 5 – Vitesse de Voyager 2

Cependant, dans le référentiel héliocentrique, l'énergie de la sonde a bien changé (voir figure 5). En effet, son vecteur vitesse a tourné dans le référentiel de Jupiter, grâce à la gravitation. Et le fait qu'il ait tourné, fait qu'à la sortie de la sphère d'influence de Jupiter, la somme entre le vecteur vitesse de la sonde dans le référentiel de Jupiter et le vecteur vitesse de Jupiter autour du soleil (somme qui est donc le vecteur vitesse de la sonde autour du soleil) est plus importante qu'avant car l'angle entre les deux vecteurs est plus faible. Donc la force de gravité est réciproque : si la sonde a bien été accélérée par Jupiter, alors Jupiter a aussi été ralenti par la sonde. Néanmoins, ce ralentissement de Jupiter est tout à fait infime puisque dépendant du rapport entre la masse de la sonde (moins d'une tonne, soit  $1 \times 10^3$  kg) et la masse de Jupiter (environ  $2 \times 10^{27}$  kg). Des milliers de sondes pourraient être envoyées de cette façon sans que Jupiter ne soit nullement perturbée dans sa course autour du Soleil.

Cette technique a été répétée ensuite à l'approche de Saturne et Uranus.

### Autres cas d'utilisation

L'assistance gravitationnelle est également utilisée :

- lorsque les conditions de lancement sont moins favorables que ce qui avait été prévu à la conception d'une sonde interplanétaire, le recours à l'assistance gravitationnelle permet de ne pas changer de lanceur ou de ne pas revoir la conception de la sonde. On modifie la trajectoire en ajoutant une ou plusieurs assistances gravitationnelles. La sonde Galileo a dû s'accommoder d'un lanceur moins puissant que prévu, ce qui a été compensé en modifiant sa trajectoire et en ajoutant plusieurs assistances gravitationnelles ;
- l'assistance gravitationnelle permet de réaliser une mission malgré des contraintes financières importantes : dès la conception, le choix d'utiliser l'assistance gravitationnelle de manière plus ou moins importante permet d'alléger la sonde et de réduire la puissance du lanceur. On échange un coût contre l'allongement du transit vers l'objectif ;
- lors de la mission Apollo XIII qui a failli se terminer en catastrophe, c'est l'assistance gravitationnelle de la Lune qui a permis à l'équipage de revenir sain et sauf sur Terre.

## 3.2 Questionnaire

17. Déterminer, littéralement et numériquement, la vitesse héliocentrique  $v_J$  de la planète Jupiter.

### À propos de l'assistance gravitationnelle

18. Examiner la courbe de la figure 5, donnant la vitesse héliocentrique de la sonde Voyager 2 ; expliquer son allure : présence de pics, décroissances. Rassembler dans un tableau les caractéristiques des épisodes d'assistance gravitationnelle : planète, vitesse initiale, vitesse finale, variation de vitesse, variations absolue et relative d'énergie cinétique de la sonde. Commenter ces résultats.

19. Dans le cas de l'épisode d'assistance gravitationnelle par Jupiter, comparer la variation d'énergie cinétique de la sonde à l'énergie cinétique de translation de la planète. L'affirmation du document "Des milliers de sondes pourraient être envoyées de cette façon sans que Jupiter ne soit nullement perturbée dans sa course autour du Soleil" est-elle justifiée ?

20. À partir des données, donner un intervalle des valeurs possibles pour la norme  $V_0$  de la vitesse initiale de la sonde voyageur 2 dans le référentiel jupitocentrique, lorsqu'elle entre en interaction avec Jupiter ; faire un schéma explicatif.

21. Le mouvement de la sonde dans le référentiel jupitocentrique a été traité dans la partie précédente, le document donne l'essentiel des résultats : entre le début et la fin de l'interaction, la norme  $V_0$  de la vitesse de la sonde ne change pas, et sa direction tourne d'un angle  $\varphi$ . On se propose d'expliquer la variation de la vitesse héliocentrique de la sonde à partir d'une construction géométrique. On prendra pour cette construction, à faire sur le document réponse (figure 7), un angle d'environ  $\varphi = 30^\circ$ . La figure 7 comporte deux schémas identiques notés (1) et (2), qui représentent la vitesse héliocentrique de Jupiter  $\vec{v}_J$  et la vitesse héliocentrique initiale de la sonde  $\vec{V}_{H0}$ .

a) Construire la vitesse initiale  $\vec{V}_0$  de la sonde dans le référentiel jupitocentrique, en expliquant le principe de la construction ;

b) Construire la vitesse finale  $\vec{V}'_0$  de la sonde dans le référentiel jupitocentrique, en envisageant le cas où la sonde passe à l'arrière (schéma (1)) ou à l'avant de la planète (schéma (2)) ;

c) Construire la vitesse héliocentrique finale  $\vec{V}'_H$  de la sonde, en expliquant le principe de la construction.

d) À partir de la construction précédente et du document, expliquer pourquoi la vitesse de la sonde augmente lorsqu'elle passe à l'arrière de la planète.

### Le référentiel jupitocentrique est-il (approximativement) galiléen ?

Les lois du mouvement de la sonde dans le référentiel jupitocentrique ont été établies dans la partie 2 en supposant que ce référentiel était galiléen. On cherche maintenant à préciser dans quelles conditions cette approximation est valable. On doit alors, pour étudier le mouvement de la sonde de masse  $m$ , tenir compte de l'interaction gravitationnelle exercée par les objets célestes autres que Jupiter (aussi bien sur Jupiter que sur la sonde) et de la force d'inertie d'entraînement.

22. Expliquer pourquoi le référentiel jupitocentrique n'est pas galiléen.

23. On note :

- $m\vec{G}_J(M)$  la force gravitationnelle exercée par Jupiter sur la masse  $m$  située en  $M$ ;  $\vec{G}_J(M)$ , qui est indépendant de  $m$ , est le champ gravitationnel créé par Jupiter en  $M$ ;
- $\vec{G}_A(M)$  le champ gravitationnel créé par les objets célestes autres que Jupiter;
- $\vec{a}_H(J)$  l'accélération du centre d'inertie  $O$  de Jupiter dans le référentiel de Copernic (référentiel héliocentrique).

Écrire, dans le référentiel jupitocentrique la 2<sup>e</sup> loi de Newton pour la sonde assimilée à un point matériel, en faisant apparaître  $\vec{G}_J(M)$ ,  $\vec{G}_A(M)$  et  $\vec{a}_H(J)$ . Expliquer pourquoi il n'y a pas de force de Coriolis.

24. On assimile la planète Jupiter à une sphère; dans ce cas, la force gravitationnelle exercée par les autres objets célestes est la même que si la masse de Jupiter était concentrée en  $O$ , son centre. En déduire que  $\vec{a}_H(J) = \vec{G}_A(O)$ .

25. Établir que l'équation mouvement de la sonde dans le référentiel jupitocentrique est :

$$\frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{G}_J(M) + (\vec{G}_A(M) - \vec{G}_A(O))$$

Analyser les deux termes de cette accélération. Le second terme, de gravitation différentielle, est aussi appelé "terme de marées"; justifier cette appellation.

26. On examine le cas où  $\vec{G}_A(M)$  est créé par un objet céleste  $C$  de masse  $M_C$  situé à une distance  $D$  de  $O$ , centre de Jupiter. Montrer que les deux configurations représentées en figure 8 du document réponse correspondent au terme de marées le plus intense pour une distance  $r = OM$  donnée. Représenter le terme de marées dans ces deux cas.

27. En supposant  $r \ll D$ , calculer le terme de marées dans les deux configurations précédentes, à partir d'un développement limité et montrer que les normes de ces termes de marées sont égales au 1<sup>er</sup> ordre.

28. On peut dire que le référentiel jupitocentrique est approximativement galiléen si le terme de marées est négligeable devant le champ de gravitation créé par Jupiter. En utilisant le résultat précédent, montrer l'approximation est valable si  $r \ll r_0$ , où  $r_0$  est une longueur que l'on exprimera en fonction de  $D$ ,  $M_J$  et  $M_C$ .

29. Application numérique : calculer  $r_0$  dans le cas où  $C$  est le Soleil.

**Document réponse, à rendre avec la copie**

NOM, prénom : .....

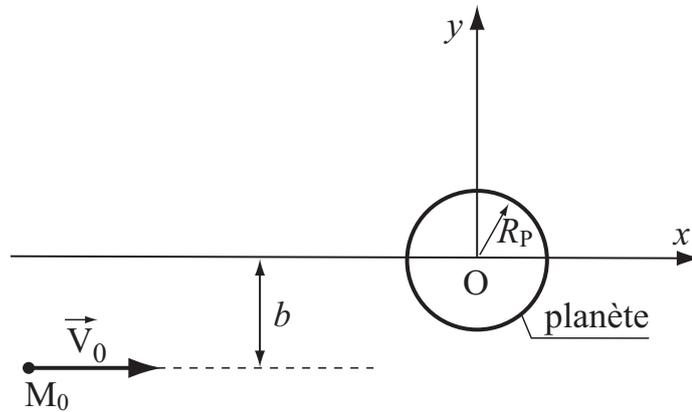


FIGURE 6 – Trajectoire de la sonde dans le référentiel jupitocentrique

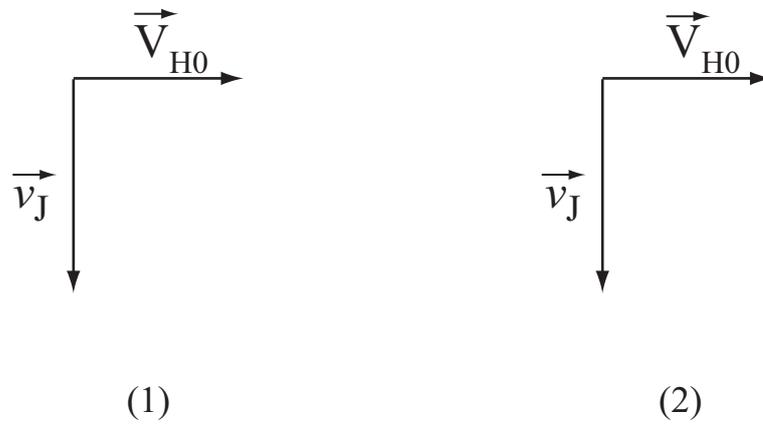


FIGURE 7 – Construction des vitesses

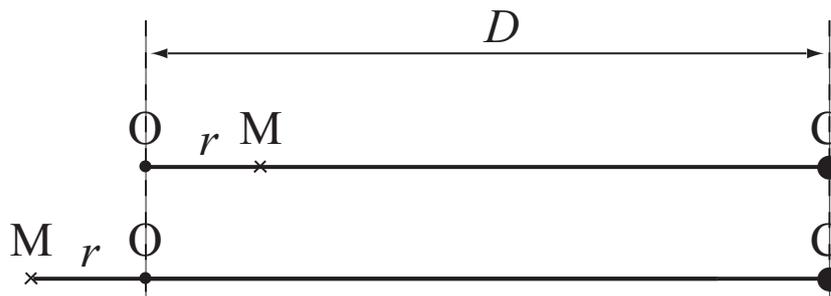


FIGURE 8 – Configurations Jupiter-sonde-objet céleste