

# Interféromètre de Michelson

## Notes de cours

mardi 19 décembre 2017

### I- L'interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium néon



#### Principe du michelson *vidéo*

le principe du michelson. On peut réaliser facilement un michelson pour les ondes centimétriques. Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).



#### Vue de l'interféromètre de Michelson *schéma*

La figure 1 représente une vue de l'interféromètre de Michelson.

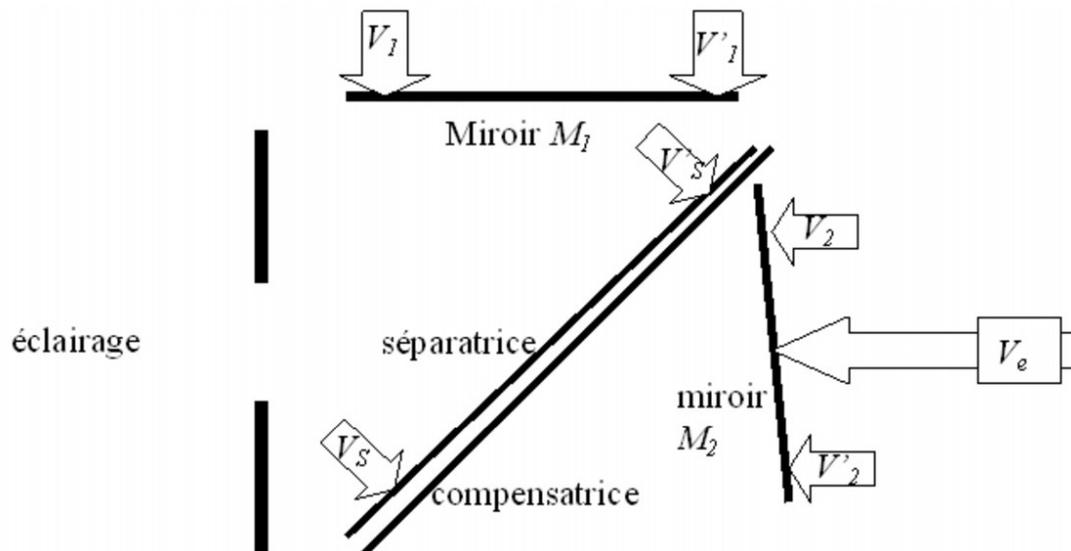


FIGURE 1 – Vue de l'interféromètre de Michelson



#### Caractéristiques de l'interféromètre de Michelson *à retenir*

Une lame séparatrice permet d'avoir des intensités identiques sur les deux bras de l'interféromètre, et ainsi un contraste maximum (égal à 1).

Une lame compensatrice permet de compenser la différence de marche introduite par la lame séparatrice et ainsi de symétriser les deux bras de l'interféromètre.



#### Principe de l'interféromètre de Michelson *animation*

La figure 2 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson : du "vrai" michelson au michelson "simplifié" ..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

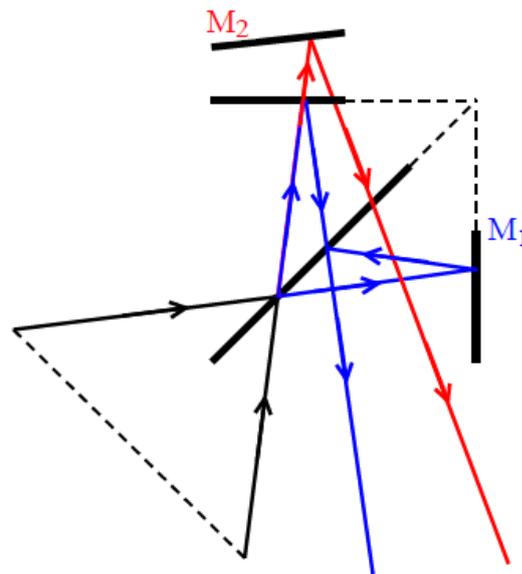


FIGURE 2 – Principe de l'interféromètre de Michelson

### 1 Interféromètre de Michelson éclairé par un laser *théorème*

On peut éclairer l'interféromètre de Michelson par un laser hélium néon. Il s'agit d'une source ponctuelle. Afin de ramener cette source ponctuelle à distance finie, on utilise un objectif de microscope. Tous les dispositifs interférométriques à division du front d'onde déjà présentés (trous d'Young, miroirs de Fresnel, etc) imposent une visualisation sur un écran parallèle aux sources  $S_1$  et  $S_2$ . Ainsi, on ne peut observer que des franges rectilignes. Avec l'interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium néon, il en va tout autrement.

Si les deux miroirs équivalents du michelson sont assez éloignés, l'écran d'observation est presque orthogonal à  $S_1S_2$  et les franges sont quasi-circulaires.

Dans le cas du coin d'air, où les deux miroirs équivalents du michelson sont presque superposés mais font un petit angle, l'écran d'observation est alors parallèle à  $S_1S_2$ , et les franges sont rectilignes.  $\Rightarrow$  Eclairé par un laser, l'interféromètre de Michelson est un interféromètre à division du front d'onde : les interférences sont non localisées.

Les franges sont circulaires ou rectilignes ou tout état intermédiaire entre les deux.

### Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle *schéma*

La figure 3 représente la position des sources  $S_1$  et  $S_2$  pour un michelson éclairé par une source ponctuelle, suivant l'écart entre les miroirs. En rapprochant ou en éloignant les deux miroirs, on joue sur la position respective de  $S_1$  (symétrique de  $S$  par rapport à  $M_1$ , le premier miroir) et  $S_2$  (symétrique de  $S$  par rapport à  $M_2$ , le second miroir). Ainsi, même si l'écran est toujours au même endroit, c'est l'axe des sources  $S_1$  et  $S_2$  que l'on peut faire tourner !

### Effet du chariotage dans l'interféromètre de Michelson *animation*

La visualisation des interférences créées par un laser avec un objectif de microscope offre donc un bon critère visuel de proximité des miroirs : en rendant les franges le plus rectilignes possible, on se rapproche du contact optique.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

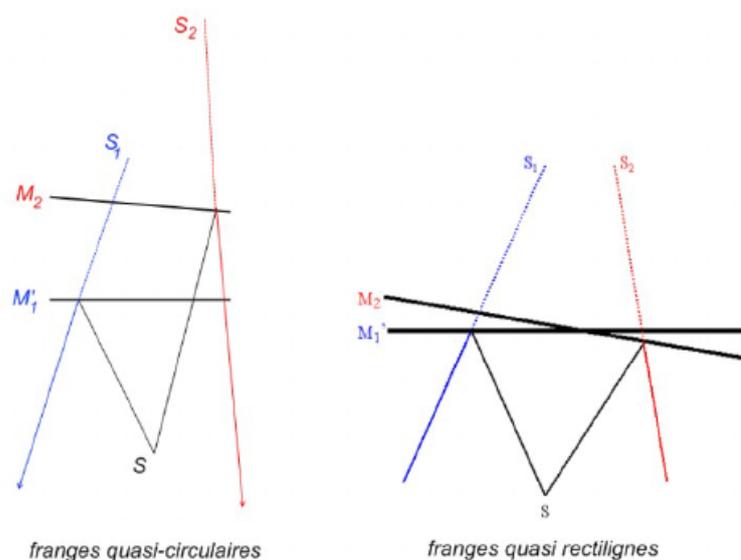


FIGURE 3 – Effet du chariotage sur la position des sources secondaires dans un interféromètre de Michelson éclairé par une source ponctuelle

### Interféromètre de Michelson éclairé par un laser hélium-néon *vidéo*

le michelson éclairé par un laser hélium-néon. Ce laser permet d'éclairer le michelson avec une source ponctuelle monochromatique.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

## II- L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large

### 1. L'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

#### Tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air *animation*

La figure 4 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

#### Localisation des interférences pour l'interféromètre de Michelson éclairé par une source large réglé en coin d'air *à retenir*

L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d'amplitude. Les interférences sont donc localisées.

Dans le cas où le michelson est utilisé en coin d'air, les rayons semblent provenir de la proximité du coin d'air : on dit que les interférences sont localisées sur le coin d'air. Pour mieux les voir, on forme l'image de ce coin d'air (c'est à dire en gros des miroirs) sur un écran grâce à une lentille convergente.

#### Différence de marche en coin d'air *à retenir*

On repère la position sur le coin d'air avec l'abscisse  $x$  comptée à partir de l'arête du coin d'air. Si ce coin d'air fait un angle  $\alpha$  (faible), l'écart entre les deux miroirs en  $x$  est  $e(x) = \alpha \cdot |x|$ . On visualise le coin d'air avec une lentille convergente, le montage ayant un grandissement  $\gamma$ . La différence de marche

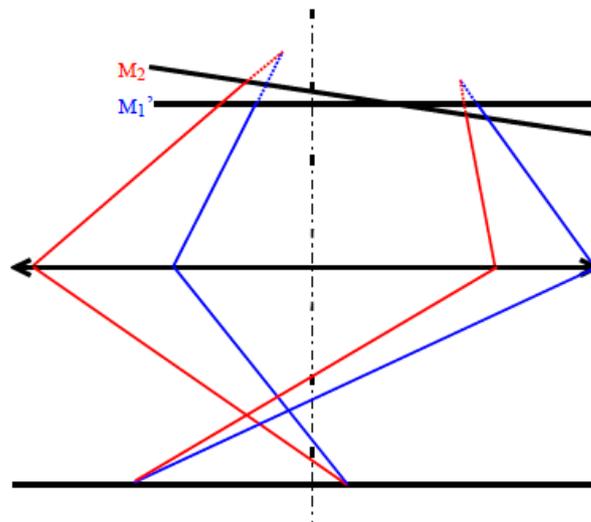


FIGURE 4 – Tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en coin d'air

vaut  $\Delta = 2.e(x) = 2.\alpha.x$ . L'interfrange observé sur l'écran est donc  $i = \gamma \frac{\lambda}{2.\alpha}$ .

### ♥ Forme des franges en coin d'air *à retenir*

Les franges créées par le michelson en coin d'air sont rectilignes, parallèles à l'arête du coin d'air. Elles sont d'autant plus rapprochées que l'angle du coin d'air est plus grand.

### 👁 Interféromètre de Michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure *vidéo*

le michelson en coin d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

### 🌀 Passage du coin d'air à la lame d'air *s'y retrouver*

Si on veut passer en lame d'air, il s'agit de rendre nul l'angle du coin d'air, c'est à dire d'éloigner le plus possible les franges rectilignes visualisées en coin d'air.

## 2. L'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air

### 👁 Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air *animation*

La figure 5 représente le tracé des rayons lumineux provenant de l'interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air..

Vous pouvez retrouver le schéma animé sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

### ♥ Localisation des interférences pour un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air éclairé par une source large *à retenir*

L'interféromètre de Michelson éclairé par une source large est un interféromètre à division d'amplitude. Les interférences sont donc localisées. Dans le cas où le michelson est utilisé en lame d'air à faces parallèles, les rayons semblent provenir de l'infini : on dit que les interférences sont localisées à l'infini. Pour mieux les voir, on forme l'image de l'infini sur un écran grâce à une lentille convergente (c'est à

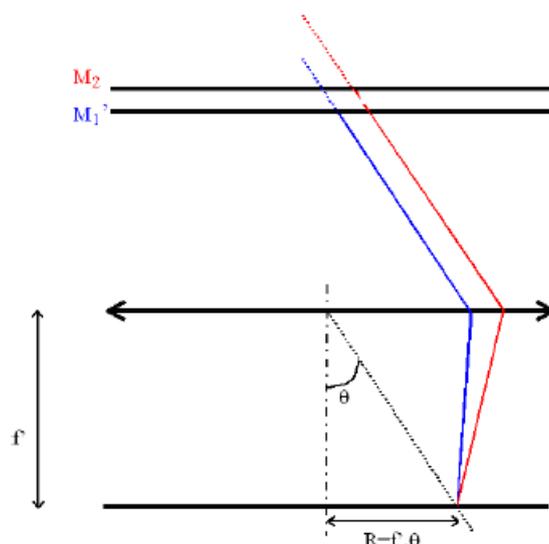


FIGURE 5 – Interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air

dire qu'on observe les franges dans son plan focal).

## 2 Différence de marche en lame d'air *théorème*

On s'intéresse aux deux miroirs parallèles distants de  $e$ . On repère la position sur l'écran à partir du foyer  $F'$  avec le rayon  $r$ . Si la focale de la lentille est  $f'$ ,  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique. La différence de marche en  $r$  vaut  $\Delta = 2.e \cdot \cos \theta \Rightarrow$

La différence de marche vaut  $\Delta = 2.e \cdot \cos \theta = 2.e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$  où  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique.

## **Forme des franges en lame d'air à retenir**

Les franges créées par le michelson en lame d'air à faces parallèles sont circulaires, de centre le foyer image de la lentille.

## **Inteféromètre de michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure. vidéo**

le michelson en lame d'air éclairé par une source à vapeur de mercure.

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

## **Evolution des franges lors du chariotage : animation**

A mesure que l'on s'éloigne de la teinte plate, les anneaux apparaissent au centre et s'éloignent. Leur nombre augmente, comme le montre l'intensité  $I(r, e)$  quand  $e$ , l'écart entre les miroirs augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

### 3 Nombre d'anneaux en fonction de la distance à la teinte plate *exercice*

Montrer que, à mesure que l'on s'éloigne de la teinte plate, les anneaux apparaissent au centre et s'éloignent. Montrer aussi qu'il y en a de plus en plus sur l'écran.



#### Contact optique *définition*

Le contact optique de l'interféromètre de Michelson correspond au cas où les deux miroirs sont superposés. On visualise alors une "teinte plate".



#### Se rapprocher ou non du contact optique *s'y retrouver*

Moins il y a de franges circulaires, plus on est proche de la teinte plate ( $e = 0$ ).

## III- Applications de l'interféromètre de Michelson



#### Cas d'un doublet *s'y retrouver*

Dans le cas d'un doublet, il s'agit de sommer les intensités lumineuses déterminées pour chaque longueur d'onde (données par la formule de Fresnel).



#### Interféromètre de Michelson éclairé par la lampe à vapeur de sodium *vidéo*

On peut utiliser le michelson en tant que spectroscope. Par exemple, s'il est éclairé par une lampe à vapeur de sodium, on observe des battements : les positions des miroirs correspondant à un contraste nul des interférences donne une mesure de l'écart entre les deux raies du doublet du sodium !

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).



### 4 Calcul du contraste dans le cas de l'interféromètre de Michelson éclairé par le doublet du sodium *exercice*

On réalise des interférences (la différence de marche est  $\delta$ ) avec comme éclairage une lampe à vapeur de sodium, qui a deux raies très proches et de même intensité ( $\lambda_1 = 589,6nm$  et  $\lambda_2 = 589,0nm$ ).

- ▷ Calculer numériquement  $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ ,  $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$ ,  $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$  et  $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$ .
- ▷ Exprimer l'intensité résultant de l'interférence en fonction de  $\sigma$  et  $\Delta\sigma$ .
- ▷ Donner les valeurs de  $\delta$  pour lesquelles il y a brouillage des interférences.
- ▷ En déduire la période  $\Delta\delta$  des battements. Application numérique.

$$\triangleright \sigma_1 = 1,696 \cdot 10^6 m^{-1}, \sigma_2 = 1,698 \cdot 10^6 m^{-1}, \sigma = 1,697 \cdot 10^6 m^{-1} \text{ et } \Delta\sigma = 1728 m^{-1}.$$

$$\triangleright I = 2 \cdot I_0 (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot \sigma_1 \cdot \delta)) + 2 \cdot I_0 (1 + \cos(2 \cdot \pi \cdot \sigma_2 \cdot \delta)), \text{ soit}$$

$$I = 4 \cdot I_0 (1 + \cos(\pi \cdot \Delta\sigma \cdot \delta) \cos(2 \cdot \pi \cdot \sigma \cdot \delta))$$

▷ On cherche les valeurs de  $\delta$  pour lesquelles  $\cos(\pi \cdot \Delta\sigma \cdot \delta) = 0$ . C'est le cas pour :

$$\delta_k = \frac{1 + 2k}{2 \cdot \Delta\sigma} \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$

$$\triangleright \Delta\delta = \delta_{k+1} - \delta_k$$

$$\Delta\delta = \frac{1}{\Delta\sigma} = 0,579 mm$$

### **Spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche** *animation*

Le spectre d'une frange créée par le michelson éclairé en lumière blanche présente un certain nombre de cannelures pour lesquelles la longueur d'onde est absente. Le nombre de cannelures augmente à mesure que la différence de marche augmente.

Vous pouvez retrouver une animation explicative sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

### **Interféromètre de Michelson éclairé en lumière blanche** *vidéo*

On observe les franges rectilignes créées par le michelson éclairé en lumière blanche en coin d'air. En observant le spectre d'une de ces franges, on voit un certain nombre de cannelures pour lesquelles la longueur d'onde est absente. Le nombre de cannelures augmente à mesure que la différence de marche augmente, par chariotage. Si le nombre de cannelures est faible, la frange est colorée. Si au contraire le nombre de franges est important, la frange apparaît blanche (on parle de "blanc d'ordre supérieur" : les interférences sont brouillées car la différence de marche est -en valeur absolue- supérieure à la longueur de cohérence).

Vous pouvez retrouver la vidéo de cette expérience sur le site [alain.lerille.free.fr](http://alain.lerille.free.fr).

#### **Spectre cannelé** *définition*

L'ordre d'interférence  $p(M) = \frac{\delta(M)}{\lambda}$  dépend de la longueur d'onde  $\lambda$ . Aussi, en un endroit  $M$  donné du plan d'observation, l'interférence peut elle être constructive pour certaines longueurs d'ondes et destructives pour d'autres.

Le spectre de la lumière en  $M$  possède des cannelures, endroits sombres du spectre pour lesquels il y a interférence destructive.

La présence de certaines couleurs et l'absence d'autres couleurs dans le spectre en  $M$  donne un aspect coloré à la frange en  $M$ .

#### **Blanc d'ordre supérieur** *définition*

Dans le cas où le spectre cannelé de la lumière en  $M$  présente de très nombreuses cannelures, aucune couleur n'est discernée par l'œil.

Il s'agit d'un blanc dont le spectre n'est pas celui de la lumière blanche : on parle de "blanc d'ordre supérieur".

Comme aucune frange n'est visible, les interférences sont brouillées.

### **Interprétation des couleurs interférentielles** *schéma*

La figure 6 représente les franges observées en lumière blanche et le spectre cannelé de deux de ces franges.

Si la différence de marche  $\delta$  est faible, les franges sont colorées, le spectre comporte peu de cannelures.

Si au contraire  $|\delta| > \ell_c$ , il y a brouillage, on observe du blanc d'ordre supérieur, dont le spectre comporte de nombreuses cannelures.

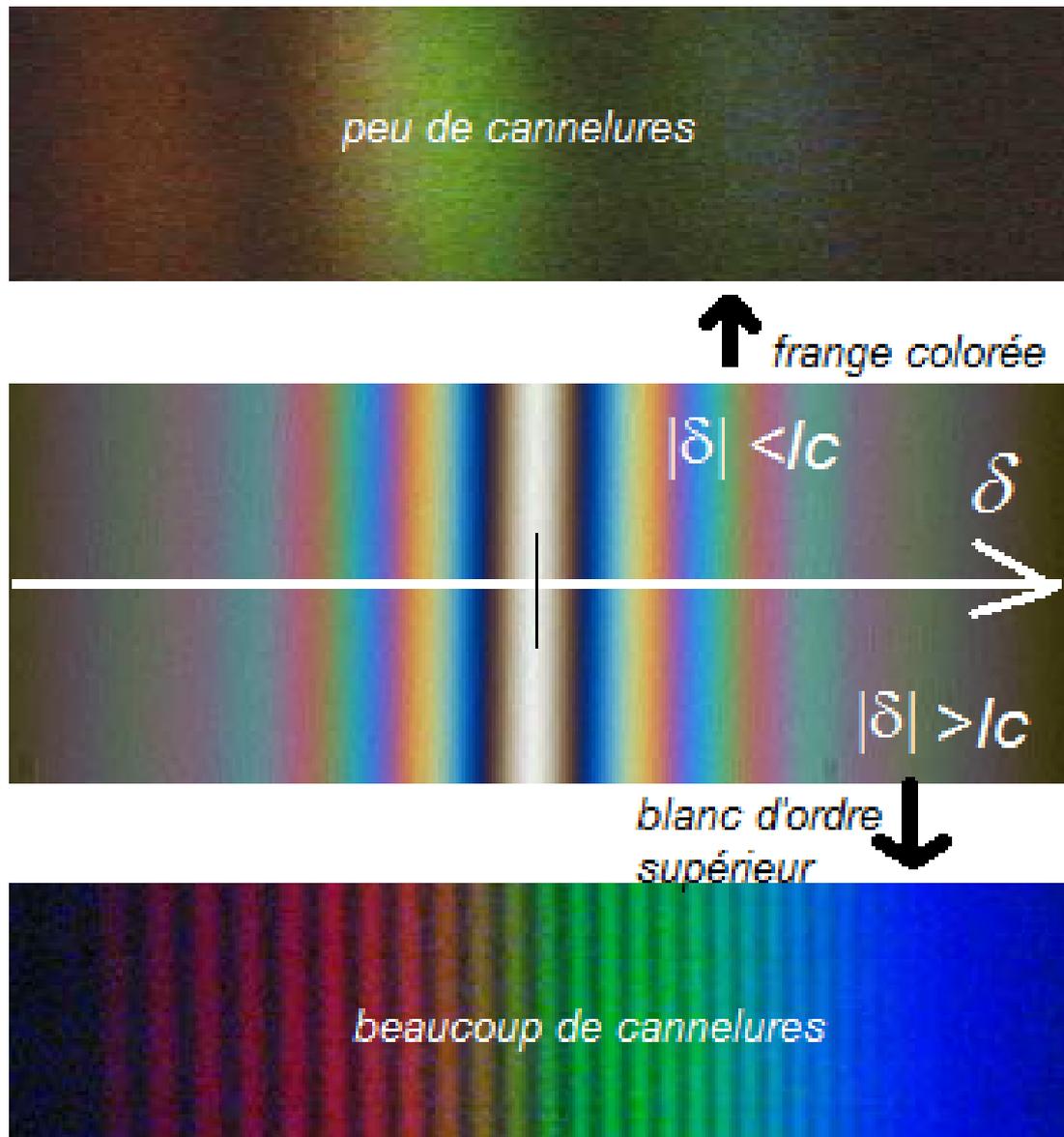


FIGURE 6 – Interprétation des couleurs interférentielles

## 1) Modélisation d'un spectroscopie FTIR *exercice*

Le spectroscopie FTIR contient un interféromètre de Michelson. On néglige l'effet de la compensatrice et on suppose que la séparatrice laisse passer 50% du rayonnement, en réfléchit 50%, et n'induit pas de déphasage supplémentaire de  $\pi$ .

La position du miroir mobile  $z = 0$  correspond au cas où le symétrique du miroir mobile par rapport à la séparatrice est superposé avec le miroir fixe. Un moteur permet de déplacer le miroir mobile de telle façon que sa position évolue avec le temps suivant :  $z(t) = v_0 t$  avec  $v_0$ , une vitesse constante.

On positionne à la sortie de l'interféromètre une lentille convergente et on enregistre l'intensité lumineuse  $I(t)$  au foyer image de la lentille convergente, grâce à un détecteur lumineux.

L'enregistrement par le détecteur de l'intensité lumineuse  $I(t)$  en fonction de la date  $t$  est appelé interférogramme. Des calculs effectués par un ordinateur permettent de transformer cet interférogramme en spectre de la lumière avec laquelle a été éclairé l'interféromètre de Michelson.

1) On va supposer connu le spectre de la lumière avec laquelle est éclairé l'interféromètre de Michelson. Cet éclairage s'effectue dans un premier temps par une source monochromatique dont le rayonnement est caractérisé par le nombre d'onde  $\sigma$ .

1.a) Citer un exemple d'une telle source.

1.b) Déterminer l'expression de l'intensité lumineuse  $I(t)$  enregistrée à l'instant  $t$  dans le détecteur lumineux en sortie de l'interféromètre, lorsque la position du miroir mobile est repérée par  $z(t)$ .

1.c) Tracer l'allure de l'interférogramme obtenu, en identifiant quelques points caractéristiques.

2) Dans un second temps, l'éclairage de l'interféromètre de Michelson est réalisé avec une source dont le spectre présente un doublet : deux raies monochromatiques de même intensité et de nombres d'onde  $\sigma_0 \pm \frac{\Delta\sigma}{2}$ . On supposera  $\Delta\sigma \ll \sigma$ .

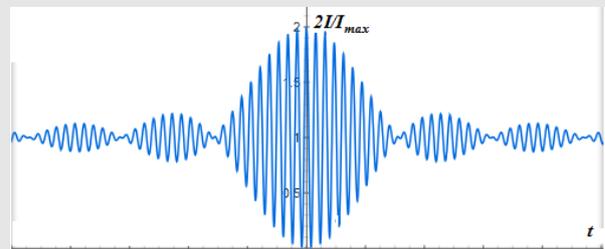
2.a) Citer un exemple d'une source proche d'une telle modélisation.

2.b) Montrer que l'expression de l'intensité lumineuse  $I(t)$  enregistrée à la date  $t$  pour une telle source, lorsque la position du miroir mobile est repérée par  $z(t)$ , peut s'écrire :

$$I(t) = \frac{I_{max}}{2} [1 + \cos(2\pi \Delta\sigma v_0 t) \cos(4\pi \sigma_0 v_0 t)]$$

2.c) Tracer dans le cas d'une telle source l'allure de l'interférogramme, en identifiant quelques points caractéristiques.

3) L'éclairage de l'interféromètre de Michelson a lieu enfin avec une source dont le spectre présente une même intensité pour tous les nombres d'onde compris entre  $\sigma_{min} = \sigma'_0 - \frac{\Delta\sigma'}{2}$  et  $\sigma_{max} = \sigma'_0 + \frac{\Delta\sigma'}{2}$ . L'allure de l'interférogramme obtenu est donné ci-contre.



3.a) Citer un exemple d'une source proche d'une telle modélisation.

3.b) Montrer que l'expression de l'intensité lumineuse  $I(t)$  enregistrée à l'instant  $t$ , lorsque la position du miroir mobile est  $z(t)$  peut s'écrire

$$I(t) = \frac{I_{max}}{2} [1 + \text{sinc}(2\pi \Delta\sigma' v_0 t) \cos(4\pi \sigma'_0 v_0 t)]$$

3.c) Les trois exemples précédents illustrent le fait que l'interférogramme est caractéristique de la source lumineuse. Discerner ce qui, dans la courbe de l'intensité  $I(t)$  tracée en fonction de la date  $t$ , permet d'accéder aux caractéristiques du spectre de la source lumineuse.

### Correction :

1)

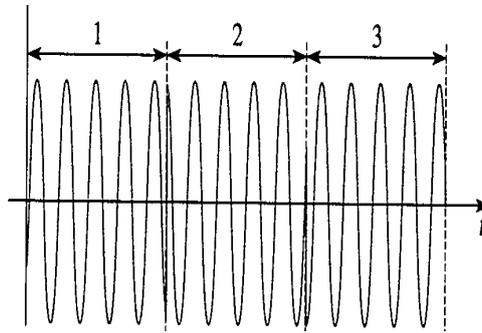
1.a) Exemple de source monochromatique : Un exemple d'une telle source une lampe à vapeur de mercure avec un filtre. Ou mieux : un laser.

1.b) Calcul de l'intensité : D'après la formule de Fresnel  $I = 2.I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi \cdot z(t)}{\lambda}\right)\right)$ . D'autre part,  $e(t) = e_0 + v \cdot t$ . Donc :

$$s(t) = 2 \cdot \alpha \cdot I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{4\pi \cdot e_0}{\lambda} + \frac{4\pi \cdot v}{\lambda} \cdot t\right)\right)$$

1.c) Tracé de l'interférogramme : La période  $T$  de  $s(t)$  est

$$T = \frac{\lambda}{2.v}$$



2)

2.a) Exemple de source doublet : Un exemple d'une source qui s'approche d'une telle modélisation ; la lampe à vapeur de sodium ou celle de mercure si on met un filtre jaune.

2.b) Calcul de l'intensité : Deux longueurs d'ondes différentes n'interfèrent pas. Aussi,  $E(e) = E_{01} [1 + \cos(4.\pi.\sigma_1.e)] - E_{02} [1 + \cos(4.\pi.\sigma_2.e)]$ . Deux ondes monochromatiques de même intensité :  $E_{01} = E_{02} = \frac{E_0}{2}$ , donc  $E(e) = E_0 \left(1 + \frac{\cos(4.\pi.\sigma_1.e) + \cos(4.\pi.\sigma_2.e)}{2}\right)$ .

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right), \text{ donc : } E(e) = E_0 (1 + \cos(2.\pi.\Delta\sigma.e) \cos(4.\pi.\sigma_0.e)).$$

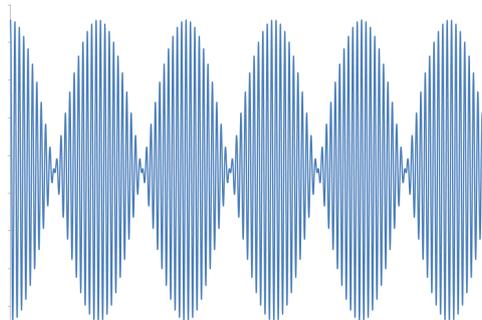
On a donc bien :  $E(e) = E_0 [1 + \gamma(e) \cdot \cos(4.\pi.\sigma_0.e)]$ , avec :

$$\gamma(e) = \cos(2.\pi.\Delta\sigma.e)$$

2.c) Tracé de l'interférogramme : Il y a brouillage si et seulement si  $\gamma(e = e_n) = 0 \Leftrightarrow 2.\pi.\Delta\sigma.e_n = \frac{\pi}{2} + n.\pi \Leftrightarrow$

$$e_n = \frac{1 + 2.n}{4.\Delta\sigma}$$

si  $n \in \mathbb{Z}$ .



3)

3.a) Exemple de source large :

Un exemple d'une source qui s'approche d'une telle modélisation ; une lampe à vapeur de mercure si on met un filtre vert ou bleu.

3.b) Calcul de l'intensité :

Deux longueurs d'ondes différentes n'interfèrent pas. Aussi,  $I(e) = I_\sigma \cdot \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} [1 + \cos(4.\pi.\sigma.e)] \cdot d\sigma$ .

$$\text{Donc } I(e) = I_\sigma \cdot (\sigma_2 - \sigma_1) + I_\sigma \cdot \left[\frac{\sin(4.\pi.\sigma.e)}{4.\pi.e}\right]_{\sigma_1}^{\sigma_2}$$

Posons :  $I_0 = I_\sigma \cdot (\sigma_2 - \sigma_1)$ , on trouve :  $I(e) = I_0 \left(1 + \frac{\sin(4.\pi.\sigma_2.e) - \sin(4.\pi.\sigma_1.e)}{4.\pi.e \cdot (\sigma_2 - \sigma_1)}\right)$ .

$$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cdot \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) \text{ donc } I(e) = I_0 \left(1 + \frac{\cos(4.\pi.\sigma_0.e) \cdot \sin(2.\pi.\Delta\sigma.e)}{2.\pi.e \cdot (\sigma_2 - \sigma_1)}\right)$$

Donc l'éclairement mesuré par le photorécepteur peut se mettre sous la forme  $I(e) = I_0 [1 + \gamma(e) \cdot \cos(4.\pi.\sigma_0.e)]$ , avec

$$\gamma(e) = \text{sinc}(2.\pi.\Delta\sigma.e) = \frac{\sin(2.\pi.\Delta\sigma.e)}{2.\pi.e.\Delta\sigma}$$

et

$$\begin{cases} \sigma_0 = \frac{\sigma_2 + \sigma_1}{2} \\ \Delta\sigma = \sigma_2 - \sigma_1 \end{cases}$$

**3.c)** Le spectre joue sur l'enveloppe de l'interférogramme : Dans la courbe de l'intensité  $I(t)$  tracée en fonction de la date  $t$ , ce qui permettait d'accéder aux caractéristiques du spectre de la source lumineuse, c'était l'enveloppe (le contraste ou visibilité des franges). **Éléments de correction :**

*Le spectre joue sur l'enveloppe de l'interférogramme.*

# Les techniques mathématiques à connaître

## Calculs d'intensités (moyennes d'un carré d'une somme de fonctions sinusoïdales)

### Position du problème physique

On s'intéresse à l'interférence de plusieurs ondes d'amplitudes :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ ,
- etc...

Pour calculer l'intensité lumineuse  $I = \langle (a_1(t) + a_2(t) + \dots)^2 \rangle$ , plusieurs possibilités existent.

### Utilisation des formules de trigonométrie

Pour calculer l'intensité  $I = \langle (a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2) + \dots)^2 \rangle$ , on peut utiliser des formules trigonométriques

- de sommes et différences de cosinus et sinus :

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

- de produits de cosinus et sinus :

$$\cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

$$\sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

$$\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$$

- de carrés de sinus et cosinus :

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos(2\alpha) = \cos^2(\alpha) - \sin^2(\alpha) = 1 - 2 \sin^2(\alpha) = 2 \cos^2(\alpha) - 1$$

$$\sin(2\alpha) = 2 \sin(\alpha) \cdot \cos(\alpha)$$

### Utilisation des complexes :

On a vu que si  $s_1(t) = \Re(\tilde{s}_1)$  et  $s_2(t) = \Re(\tilde{s}_2)$ , alors  $\langle s_1 s_2 \rangle_\tau = \frac{1}{2} \Re(\tilde{s}_1 \tilde{s}_2^*)$ , où  $\tilde{s}_2^*$  est le complexe conjugué de  $\tilde{s}_2$ . Aussi, on peut utiliser les complexes associés aux ondes :

- $a_1(t) = \Re(\tilde{a}_1)$ , avec  $\tilde{a}_1 = a_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t}$ ,
- $a_2(t) = \Re(\tilde{a}_2)$ , avec  $\tilde{a}_2 = a_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t}$ ,
- etc...

pour calculer l'intensité :  $I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots|^2$ .

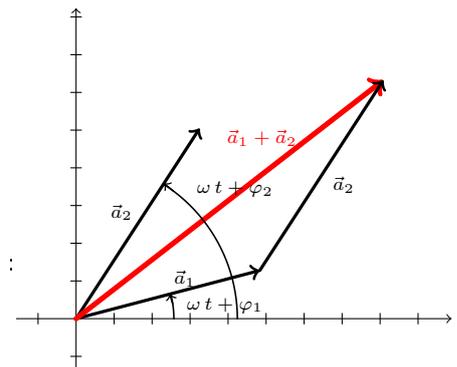
### Utilisation des vecteurs de Fresnel

On peut utiliser des vecteurs tournants (de Fresnel) :

- $\vec{a}_1$  associé à  $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  de norme  $a_1$  et d'argument  $\omega t + \varphi_1$ ,
- $\vec{a}_2$  associé à  $a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  de norme  $a_2$  et d'argument  $\omega t + \varphi_2$ ,
- ...

Le vecteur  $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots$  permet de calculer l'intensité :

$$I = \|\vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots\|^2.$$



# Technique à maîtriser

jeudi 21 décembre 2017

## I- Les capacités exigibles

### 1. Michelson en lame d'air



**ce qu'il faut savoir faire** *capacités*

Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation en lame d'air.  
Établir et utiliser l'expression de l'ordre d'interférence en fonction de l'épaisseur de la lame, l'angle d'incidence et la longueur d'onde.

### 2. Michelson en coin d'air



**ce qu'il faut savoir faire** *capacités*

Décrire et mettre en œuvre les conditions d'éclairage et d'observation en coin d'air.  
Admettre et utiliser l'expression de la différence de marche en fonction de l'épaisseur pour exprimer l'ordre d'interférences.  
Analyser un objet (miroir déformé, lame de phase introduite sur un des trajets, etc...).

### 3. Interférences en lumière polychromatique



**ce qu'il faut savoir faire** *capacités*

Mesurer l'écart  $\Delta\lambda$  d'un doublet et la longueur de cohérence d'une radiation.  
Interpréter les observations en lumière blanche pour un interféromètre de Michelson utilisé en lame d'air et en coin d'air.  
En lumière blanche, utiliser l'additivité des intensités et déterminer les longueurs d'ondes des cannelures.

## II- Méthodes

### 1. Michelson en lame d'air



**A) Michelson réglé en lame d'air** *méthode*

Si le michelson est en lame à faces parallèles, les interférences sont localisées à l'infini (dans le plan focal image d'une lentille convergente), les franges sont circulaires et la différence de marche vaut  $\Delta = 2e \cos \theta$ , où  $\theta$  est l'angle du rayon par rapport à l'axe optique.  
L'éclairage doit être convergent pour avoir le plus possible d'angles d'incidence.

### 2. Michelson en coin d'air

### B) Michelson réglé en coin d'air *méthode*

Si le michelson est en coin d'air, les interférences sont localisées sur le coin d'air, les franges sont rectilignes et la différence de marche vaut deux fois l'écart entre les miroirs.  
L'éclairage doit être peu convergent pour éclairer la totalité des miroirs.

## 3. Interférences en lumière polychromatique

### C) Interféromètre éclairé en lumière polychromatique *méthode*

Il s'agit d'appliquer la formule de Fresnel pour chacune des longueurs d'ondes

$$I(\lambda) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 \cdot I_2} \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta + \varphi_{sup}\right)$$

puis de sommer l'intensité relative à chaque longueur d'onde :

soit de façon discrète si le spectre est discret :  $I = \sum_{k=1}^N I(\lambda_k)$ ,

soit de façon continue si le spectre est continu :  $I = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} I(\lambda) d\lambda$ .

Le brouillage du fait de l'élargissement spectral intervient si la différence d'ordre d'interférence est  $|\Delta p| > 1/2$ . On parle alors de "blanc d'ordre supérieur".

Il y a une cannelure dans le spectre à la longueur d'onde  $\lambda$  s'il y a interférence destructive pour  $\lambda$ .

## III- Exercices

### 1. Michelson en lame d'air

#### 1.1) Passage du coin d'air aux miroirs parallèles

1) On s'intéresse à un michelson (dont les miroirs ont un diamètre  $d = 4,0\text{cm}$ ) réglé en coin d'air. On observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne :  $\lambda = 600\text{nm}$ .

1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange  $i$  sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air  $\alpha$  et de  $\lambda$ .

Au cours du réglage du Michelson en lame d'air à faces parallèles, on passe par une étape où on agrandit les franges du coin d'air jusqu'à n'en obtenir plus qu'une seule.

1.b) Donner alors un ordre de grandeur de l'angle  $\alpha$  du coin d'air (en secondes d'arc).

1) Coin d'air :

1.a)  $i = \frac{\lambda}{2 \cdot \alpha}$  sur le coin d'air.

1.b) Quand on n'observe plus qu'une seule frange du coin d'air, on peut dire que l'interfrange  $i = d$ ,

soit :

$$\alpha = \frac{\lambda}{2 \cdot d} = 7,5 \cdot 10^{-6} \text{rad} = 1,5''$$

#### 1.2) Michelson en miroirs parallèles

On utilise un interféromètre de Michelson en lame d'air à faces parallèles. On dispose de deux lentilles convergentes de focale  $20\text{cm}$  et  $100\text{cm}$ .

1) On désire observer les anneaux sur un écran :

1.a) Où faut-il placer l'écran par rapport à la lentille convergente ?

1.b) Laquelle choisir pour une observation la meilleure possible ?

- 1) Pour un interféromètre de Michelson en lame d'air à faces parallèles, les franges sont localisées à l'infini.
- 1.a) Il faut donc placer l'écran dans le plan focal image de la lentille convergente.
- 1.b) Le rayon d'un anneau correspondant à un angle d'incidence  $i$  est  $r \approx f'.i$ . On agrandira les rayons des anneaux avec la focale la plus grande, il est alors préférable de choisir la focale de  $1m$ .

### 1.3) Nombre d'anneaux visibles avec le michelson en miroirs parallèles

On s'intéresse à un michelson réglé en miroirs parallèles, la distance entre les deux miroirs étant  $e$ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique (de longueur d'onde  $\lambda$ ) dans le plan focal image d'une lentille (de focale  $f'$ ).

1) Questions préliminaires :

1.a) Exprimer la différence de marche  $\Delta$  en fonction de  $\theta$ .

1.b) Les conditions de Gauss étant vérifiées, donner une expression approchée de  $\Delta$  grâce à un développement limité au premier ordre non nul en  $\theta$ .

1.c) Relier la distance  $r$  au foyer image  $F'$  de cette lentille à l'inclinaison  $\theta$  des rayons avec l'axe optique avant la lentille.

1.d) En déduire l'intensité lumineuse  $I$  en un point  $M$  situé à une distance  $r$  du foyer image  $F'$ .

2) Etude des anneaux :

2.a) Montrer que le rayon de l'anneau correspondant à l'ordre d'interférence  $p$  est de la forme

$$r_p = f' \cdot \sqrt{a - b.p}$$

On exprimera en particulier  $a$  et  $b$ .

2.b) En notant  $E(x)$ , la fonction partie entière de  $x$ , exprimer  $n(e)$ , le nombre d'anneaux visibles en fonction de  $e$ ,  $\lambda$  et  $\theta_{max}$ , l'angle d'incidence maximum.

2.c) Que se passe-t-il à la teinte plate? Comment évolue  $n(e)$  quand on s'éloigne de la teinte plate?

1) Questions préliminaires :

1.a)  $\Delta = 2.e \cdot \cos \theta$ .

1.b)  $\Delta \approx 2.e \cdot \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$ .

1.c)  $r = f' \cdot \theta$ .

1.d)  $I = I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda}\right)\right) = I_0 \cdot \left(1 + \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot e}{\lambda} \left(1 - \frac{r^2}{2 \cdot f'^2}\right)\right)\right)$ .

2) Etude des anneaux :

2.a)  $r_p = f' \cdot \sqrt{a - b.p}$  avec  $a = 2$  et  $b = \frac{\lambda}{e}$ .

2.b)  $n(e) = E\left(\frac{\theta_{max}^2}{\lambda} |e|\right)$ .

2.c) A la teinte plate,  $n(e) \rightarrow 0$ .  $n(e) \nearrow$  quand on s'éloigne de la teinte plate.

### 1.4) Couche anti-reflet

En vue de constituer une couche antireflets dans le visible (on prendra  $\lambda_0 = 550nm$ ), on dépose sur un verre d'indice  $n_0 = 1,7$  une lame d'épaisseur  $e$  et d'indice  $n_1 = 1,3$ . On admet qu'ainsi, les ondes réfléchies respectivement sur les dioptries air-couche antireflet et couche antireflet-verre ont même intensité  $I_0$ .

1) Que doit vérifier  $e$  en fonction de  $\lambda_0$  et  $n$  pour que, sous incidence normale  $\theta = 0$ , la lumière réfléchie soit totalement supprimée?

2) Quelle est alors la fraction de lumière réfléchie  $\frac{I}{2 \cdot I_0}$  pour les longueurs d'ondes

2.a)  $\lambda_1 = 400nm$ ?

2.b) et  $\lambda_2 = 750nm$ ?

On a un michelson avec deux miroirs parallèles (entre lesquels existe non pas l'air mais un milieu d'indice  $n_1$ ) : la différence de marche est  $\Delta = 2.n_1.e$ . L'intensité réfléchie à la longueur d'onde  $\lambda$  sous l'incidence normale est donc :

$$I = 2.I_0 \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot \Delta}{\lambda}\right)\right]$$

1)  $I = 0 \Rightarrow e = \frac{\lambda_0}{4 \cdot n_1} = 0,11\mu m$ .

2)  $\theta = 0$ .

2.a)  $\lambda_1 = 400nm \Rightarrow \frac{I}{2 \cdot I_0} = 61\%$ .

2.b) et  $\lambda_2 = 750nm \Rightarrow \frac{I}{2 \cdot I_0} = 33\%$ .

### 1.5) Cohérence spatiale en lame d'air

1) Montrer que dans un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, la source est intrinsèquement cohérente spatialement.

Pour le michelson réglé en lame d'air, la différence de marche est :  $\Delta = 2e \cos \theta$ , où  $\theta$  est l'angle du rayon d'observation avec l'axe optique. La différence de marche ne dépend donc pas du point source : il peut être n'importe où !

### 1.6) Cohérence spatiale en lame d'air

On s'intéresse aux deux miroirs parallèles distants de  $e$ , le premier miroir traversé par la lumière réfléchissent une partie de celle-ci, et laissant passer l'autre partie. On repère la position sur l'écran à partir du foyer  $F'$  avec le rayon  $r$ . Si la focale de la lentille est  $f'$ ,  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique. Montrer que la différence de marche en  $r$  vaut  $\Delta = 2.e. \cos \theta$ .

La différence de marche vaut  $\Delta = 2.e. \cos \theta = 2.e \left(1 - \frac{\theta^2}{2}\right)$  où  $\theta = \frac{r}{f'}$  est l'angle que font les rayons qui vont interférer avec l'axe optique.

## 2. Michelson en coin d'air

### 2.7) Bulle de savon

On s'intéresse à une bulle de savon qui flotte dans l'air, qu'on assimilera à une pellicule d'eau savonneuse d'épaisseur  $e$ , et d'indice  $n = 1,33$ . Elle est éclairée perpendiculairement par un faisceau de lumière blanche, dont on observe la réflexion.

1) Calculs généraux :

1.a) Exprimer la différence de phase entre les deux rayons réfléchis.

1.b) En déduire une condition pour qu'il y ait interférence constructive sur  $\lambda$ ,  $n$  et  $e$ .

1.c) Faire de même pour qu'il y ait interférence destructive.

2) Applications :

On observe des interférences constructives pour  $\lambda_1 = 600nm$  et des interférences destructives pour  $\lambda_2 = 450nm$ . On n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs.

2.a) En déduire son épaisseur  $e$  supposée uniforme.

Sous l'effet de la gravité, l'eau savonneuse s'écoule et le film s'amincit, au sommet de la bulle en premier.

2.b) Quelle est la couleur au sommet de la bulle juste avant qu'elle n'éclate ?

1) Calculs généraux :

1.a)  $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2.n.e + \pi$

1.b) Interférence constructive si  $\Delta\varphi = p.2.\pi$  avec  $p \in Z$ , soit  $4.n.e = (2.p - 1) . \lambda$ .

1.c) Interférence destructive si  $\Delta\varphi = p.2.\pi + \pi$  avec  $p \in Z$ , soit  $4.n.e = 2.p.\lambda$ .

2) Applications :

2.a)  $4.n.e = (2.p - 1) . \lambda_1$  et  $4.n.e = 2.p.\lambda_2$  (avec le même ordre  $p$ , car on n'observe pas de minimum d'intensité entre ces deux valeurs). On en déduit  $4.n.e = \left(\frac{4.n.e}{\lambda_2} - 1\right) . \lambda_1$ , soit :  $4.n.e. \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} - 1\right) = \lambda_1$ , donc

$$e = \frac{\lambda_1 . \lambda_2}{4.n. (\lambda_1 - \lambda_2)} = 338nm$$

2.b) Juste avant que la bulle n'éclate,  $e = 0$ , on a une interférence destructive ( $p = 0$ ), et ceci pour toute longueur d'onde donc la couleur est noire.

### 2.8) Michelson en coin d'air

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air, l'angle entre les deux miroirs étant  $\theta$ . On observe les interférences créées par une lampe monochromatique large (de longueur d'onde  $\lambda$ ) grâce à une lentille convergente de focale  $f'$  placée à une distance  $l_1$  des miroirs.

- 1) Comment éclairer les miroirs ?
- 2) Localisation des interférences :
  - 2.a) Les interférences sont-elles localisées ?
  - 2.b) Où ?
  - 2.c) Où les observe-t-on grâce à la lentille (on donnera la distance  $l_2$  entre la lentille et le plan d'observation) ?
  - 2.d) Quel est alors le grandissement du montage  $\gamma$  en fonction de  $f'$  et  $l_1$  ?
- 3) Franges d'interférences :
  - 3.a) Quelle est la forme des franges ?
  - 3.b) Que vaut l'interfrange sur l'écran d'observation  $i$  en fonction de  $\lambda$ ,  $\theta$ ,  $f'$  et  $l_1$  ?
  - 3.c) Que se passe-t-il si les miroirs sont parallèles ?

- 1) On éclaire la totalité des miroirs, avec le moins d'incidences possible.
- 2) Localisation des interférences :
  - 2.a) Les interférences sont localisées car la source est large.
  - 2.b) Les interférences sont localisées sur le coin d'air.
  - 2.c) On les observe dans le plan conjugué du coin d'air (des miroirs) par la lentille ( $l_2 = \frac{l_1 \cdot f'}{l_1 - f'}$ ).
  - 2.d)  $\gamma = -\frac{l_2}{l_1} = -\frac{f'}{l_1 - f'}$ .
- 3) Franges d'interférences :
  - 3.a) Les franges sont rectilignes, parallèles au coin d'air.
  - 3.b)  $i = \frac{\lambda}{2 \cdot \theta} \cdot |\gamma| = \frac{f'}{l_1 - f'} \cdot \frac{\lambda}{2 \cdot \theta}$ .
  - 3.c) Si les miroirs sont parallèles,  $\theta = 0 \Rightarrow i \rightarrow \infty$ .

### 2.9) Angle maximal d'un coin d'air

- 1) On s'intéresse à un michelson réglé en coin d'air dont on observe les franges d'égale épaisseur sur un écran conjugué du coin d'air par une lentille convergente. On prendra pour longueur d'onde moyenne :  $\lambda = 600nm$ .
  - 1.a) Rappeler la valeur de l'interfrange  $i$  sur le coin d'air en fonction de l'angle du coin d'air  $\alpha$  et de  $\lambda$ .
  - 1.b) En déduire la valeur de l'interfrange  $i'$  sur l'écran en fonction de  $\alpha$ , de  $\lambda$  et du grandissement  $\gamma$  du montage.
- 2) Les miroirs au Michelson ont un diamètre de  $2cm$  et sur l'écran, on observe les franges dans une tache lumineuse circulaire de  $14cm$  de diamètre. Calculer le grandissement  $\gamma$  du montage.
- 3) Connaissant le pouvoir séparateur linéique de l'œil ( $0,1mm$ ), calculer l'angle maximal  $\alpha_{min}$  (en minutes d'arc) que doit faire le coin d'air pour qu'on puisse effectivement discerner les franges sur l'écran.

- 1) Coin d'air :
  - 1.a)  $i = \frac{\lambda}{2 \cdot \alpha}$  sur le coin d'air.
  - 1.b)  $i' = \gamma \cdot i = \frac{\gamma \cdot \lambda}{2 \cdot \alpha}$  du montage.
- 2)  $\gamma = (-)7$ .
- 3)  $i' > i'_{min} = 0,1mm \Leftrightarrow$

$$\alpha < \alpha_{min} = \frac{\gamma \cdot \lambda}{2 \cdot i'_{min}} = 2,1 \cdot 10^{-2} rad = 72'$$

## 3. Interférences en lumière polychromatique

### 3.10) Doublet du sodium

On réalise des interférences (la différence de marche est  $\delta$ ) avec comme éclairage une lampe à vapeur de sodium, qui a deux raies très proches et de même intensité ( $\lambda_1 = 589,6nm$  et  $\lambda_2 = 589,0nm$ ).

- 1) Calculer numériquement  $\sigma_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ ,  $\sigma_2 = \frac{1}{\lambda_2}$ ,  $\sigma = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$  et  $\Delta\sigma = |\sigma_1 - \sigma_2|$ .
- 2) Exprimer l'intensité résultant de l'interférence en fonction de  $\sigma$  et  $\Delta\sigma$ .
- 3) Donner les valeurs de  $\delta$  pour lesquelles il y a brouillage des interférences.
- 4) En déduire la période  $\Delta\delta$  des battements. Application numérique.

- 1)  $\sigma_1 = 1,696.10^6 m^{-1}$ ,  $\sigma_2 = 1,698.10^6 m^{-1}$ ,  $\sigma = 1,697.10^6 m^{-1}$  et  $\Delta\sigma = 1728 m^{-1}$ .  
 2)  $I = 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_1.\delta)) + 2.I_0 (1 + \cos(2.\pi.\sigma_2.\delta))$ , soit

$$I = 4.I_0 (1 + \cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) \cos(2.\pi.\sigma.\delta))$$

- 3) On cherche les valeurs de  $\delta$  pour lesquelles  $\cos(\pi.\Delta\sigma.\delta) = 0$ . C'est le cas pour :

$$\delta_k = \frac{1 + 2.k}{2.\Delta\sigma} \quad \forall k \in Z$$

- 4)  $\Delta\delta = \delta_{k+1} - \delta_k$

$$\Delta\delta = \frac{1}{\Delta\sigma} = 0,579 mm$$

### 3.11) Brouillage des interférences avec une lampe au sodium

Un dispositif interférentiel à division du front d'onde est équivalent à des fentes d'Young éloignées de  $a = 4,0 mm$ . On observe les interférences sur un écran à une distance  $D = 1,0 m$  de ces fentes. La lumière est obtenue à l'aide d'une lampe à vapeur de sodium de longueurs d'onde  $\lambda_1 = 589,0 nm$  et  $\lambda_2 = 589,6 nm$ .

- 1) Exprimer l'interfrange  $i_k$  pour la longueur d'onde  $k$ , en déduire numériquement  
 1.a) l'interfrange moyen  $i$   
 1.b) et l'écart entre les interfranges  $i_2 - i_1$ .  
 2) En déduire la distance  $l$  de la frange centrale pour laquelle il y a brouillage des interférences.

- 1) L'interfrange est  $i = \frac{\lambda.D}{a}$  soit

1.a)  $i = 0,15 mm$

1.b)  $i_2 - i_1 = 0,15 \mu m$ .

- 2) Si  $p$  est entier, on cherche pour quelle distance  $l$  on a  $l = p.i_2 = (p + \frac{1}{2}) i_1$ , soit  $p = \frac{i_1}{2(i_2 - i_1)}$ , d'où :

$$l = \frac{i_1.i_2}{2(i_2 - i_1)} = \frac{\lambda^2.D}{2.a.(i_2 - i_1)} = 72 mm$$

## 4. Techniques mathématiques - Calculs d'intensités

### 4.12) Démonstration des formules de trigonométrie sur les produits de cosinus et sinus

1) Utiliser les formules de trigonométrie concernant les sommes et différences de cosinus et sinus pour démontrer les formules sur les produits de cosinus et sinus :

1.a)  $\cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$ ,

1.b)  $\sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$ ,

1.c)  $\sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$ .

- 1) On pose  $\frac{\alpha + \beta}{2} = \theta$  et  $\frac{\alpha - \beta}{2} = \varphi$ , soit  $\alpha = \theta + \varphi$  et  $\beta = \theta - \varphi$ , d'où :

- 1.a) Comme

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos(\theta + \varphi) + \cos(\theta - \varphi) = 2 \cos(\theta) \cos(\varphi) \Rightarrow \cos \theta \cos \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) + \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

- 1.b) Comme

$$\cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \left( \frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left( \frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos(\theta + \varphi) - \cos(\theta - \varphi) = -2 \sin(\theta) \sin(\varphi) \Rightarrow \sin \theta \sin \varphi = \frac{\cos(\theta - \varphi) - \cos(\theta + \varphi)}{2}$$

1.c) Comme

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left( \frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left( \frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\sin(\theta + \varphi) + \sin(\theta - \varphi) = 2 \sin(\theta) \cos(\varphi) \Rightarrow \sin \theta \cos \varphi = \frac{\sin(\theta - \varphi) + \sin(\theta + \varphi)}{2}$$

#### 4.13) Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux formules de trigonométrie

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ ,

en utilisant des formules trigonométriques.

1)

$$I = \langle (a_1 \cos(\omega t + \varphi_1) + a_2 \cos(\omega t + \varphi_2))^2 \rangle$$

Donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + 2 a_1 a_2 \langle (\cos(\omega t + \varphi_1) + \cos(\omega t + \varphi_2)) \rangle$$

d'après les moyennes de cosinus au carré. Grâce aux formules trigonométriques, on obtient :

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + 2 a_1 a_2 \left\langle \frac{\cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos(2\omega t + \varphi_1 + \varphi_2)}{2} \right\rangle$$

donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).

#### 4.14) Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux complexes

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ ,

en utilisant les complexes associés.

1) On pose :

- $a_1(t) = \Re(\tilde{a}_1)$ , avec  $\tilde{a}_1 = a_1 e^{j\varphi_1} e^{j\omega t}$ ,
- $a_2(t) = \Re(\tilde{a}_2)$ , avec  $\tilde{a}_2 = a_2 e^{j\varphi_2} e^{j\omega t}$ ,

L'intensité est :

$$I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2|^2 = \frac{1}{2} \left( |\tilde{a}_1|^2 + |\tilde{a}_2|^2 + \tilde{a}_1 \tilde{a}_2^* + \tilde{a}_1^* \tilde{a}_2 \right)$$

Donc

$$I = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \frac{(e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} + e^{-j(\varphi_1 - \varphi_2)})}{2} = \frac{a_1^2}{2} + \frac{a_2^2}{2} + a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).

#### 4.15) Démonstration de la formule de Fresnel grâce aux vecteurs de Fresnel

1) Calculer l'intensité dans le cas de deux ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ ,
- $a_2(t) = a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$ ,

en utilisant les vecteurs de Fresnel associés.

1) Soient les vecteurs tournants (pour simplifier, on se place à  $t = \frac{-\varphi_1}{\omega}$ ) :

- $\vec{a}_1$  associé à  $a_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$  de norme  $a_1$  et d'argument  $\omega t + \varphi_1 = 0$ ,
- $\vec{a}_2$  associé à  $a_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$  de norme  $a_2$  et d'argument  $\omega t + \varphi_2 = \varphi_2 - \varphi_1$ .

Aussi :

- $\vec{a}_1 = a_1 \vec{u}_x$
- $\vec{a}_2 = a_2 (\cos(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_x + \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_y)$ .

donc  $\vec{a}_1 + \vec{a}_2 = (a_1 + a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)) \vec{u}_x + a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \vec{u}_y$ . Donc

$$I = \|\vec{a}_1 + \vec{a}_2\|^2 = (a_1 + a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1))^2 + (a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_1))^2$$

soit

$$I = a_1^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^2 \cos^2(\varphi_2 - \varphi_1) + a_2^2 \sin^2(\varphi_2 - \varphi_1)$$

Or d'après la formule trigonométrique  $\sin^2 + \cos^2 = 1$  :

$$I = a_1^2 + a_2^2 + 2 a_1 a_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$$

(on retrouve bien la formule de Fresnel).

#### 4.16) Calcul grâce aux complexes de l'intensité dans le cas de $N$ ondes de même amplitude ayant un même déphasage

1) Calculer l'intensité dans le cas de  $N$  ondes d'amplitudes respectives :

- $a_1(t) = a_0 \cos(\omega t + \varphi)$ ,
- $a_2(t) = a_0 \cos(\omega t + 2\varphi)$ ,
- ...
- $a_N(t) = a_0 \cos(\omega t + N\varphi)$ .

en utilisant les complexes associés.

1) On pose :

- $a_1(t) = \Re(\tilde{a}_1)$ , avec  $\tilde{a}_1 = a_0 e^{j\varphi} e^{j\omega t}$ ,
- $a_2(t) = \Re(\tilde{a}_2)$ , avec  $\tilde{a}_2 = a_0 e^{j2\varphi} e^{j\omega t}$ ,
- ...

La somme des amplitudes complexes est :

$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} [e^{j\varphi} + e^{j2\varphi} + \dots + e^{jN\varphi}]$$

On reconnaît une série géométrique de raison  $q = e^{j\varphi}$  :

$$\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N = a_0 e^{j\omega t} \frac{q - q^{N+1}}{1 - q} = a_0 e^{j\omega t} e^{j\varphi} \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}}$$

L'intensité est :

$$I = \frac{1}{2} |\tilde{a}_1 + \tilde{a}_2 + \dots + \tilde{a}_N|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{1 - e^{jN\varphi}}{1 - e^{j\varphi}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{j\frac{N}{2}\varphi} e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{e^{j\frac{\varphi}{2}} e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2$$

Donc

$$I = \frac{1}{2} a_0^2 \left| \frac{e^{-j\frac{N}{2}\varphi} - e^{j\frac{N}{2}\varphi}}{2j} \frac{2j}{e^{-j\frac{\varphi}{2}} - e^{j\frac{\varphi}{2}}} \right|^2 = \frac{1}{2} a_0^2 \frac{\sin^2\left(\frac{N\varphi}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)}$$

# Travaux dirigés

vendredi 22 décembre 2017

Cet exercice sera fait en demi-groupe lors de la séance de travaux dirigés.

## Réseau holographique

D'après

*diverses sources : un cours de l'ESPCI, un article de science de l'ingénieur et «<http://www.lyc-vinci-levallois.ac-versailles.fr> »*

### Fabriquer un réseau en photographiant des interférences.

Aujourd'hui les « réseaux holographiques » qu'on obtient directement en photographiant des franges sur des polymères photosensibles ont tendance à remplacer les réseaux gravés.

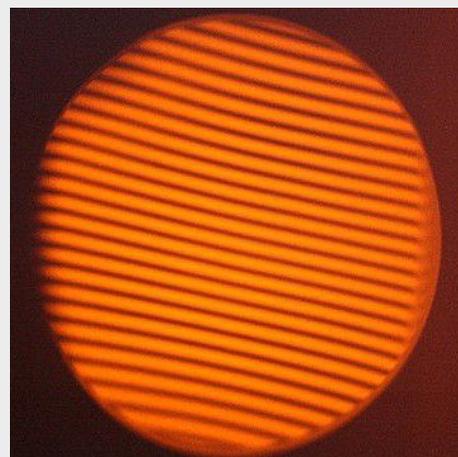
Il s'agit de produire un interférogramme à partir de la figure d'interférence de 2 faisceaux après séparation d'amplitude.

L'angle qui sépare les 2 faisceaux incidents sur la plaque holographique déterminera le pas du réseau et donc son nombre de traits au mm.

Les "traits" du réseau sont matérialisés par les franges sombres et brillantes de l'interférogramme.

Pratiquement le procédé se décompose en 3 étapes :

- la première concerne l'enregistrement des interférences sur un support photosensible ;
- la seconde implique un procédé chimique de développement du support, et dure typiquement un bon quart d'heure avec des plaques argentiques,
- la dernière est le processus dans lequel un laser diffracte sur le réseau sinusoïdal codé dans le support photosensible.



## Énoncé

On photographie les franges créées par un interféromètre de Michelson réglé en coin d'air sur la pellicule photosensible d'un appareil photographique de focale  $f' = 50$  mm placé à 70 cm des miroirs de l'interféromètre éclairé par une lampe au sodium.

Déterminer l'angle  $\alpha$  du coin d'air pour que le réseau généré soit de 300 traits par mm.

## Correction

S'approprier :

- L'interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air d'angle  $\alpha$ .
- L'objectif a pour focale  $f' = 50$  mm et il est placé à  $d = 70$  cm du miroir.
- L'éclairage se fait par une lampe au sodium.
- Sur la pellicule, le réseau généré est de  $n = 300$  traits par mm.

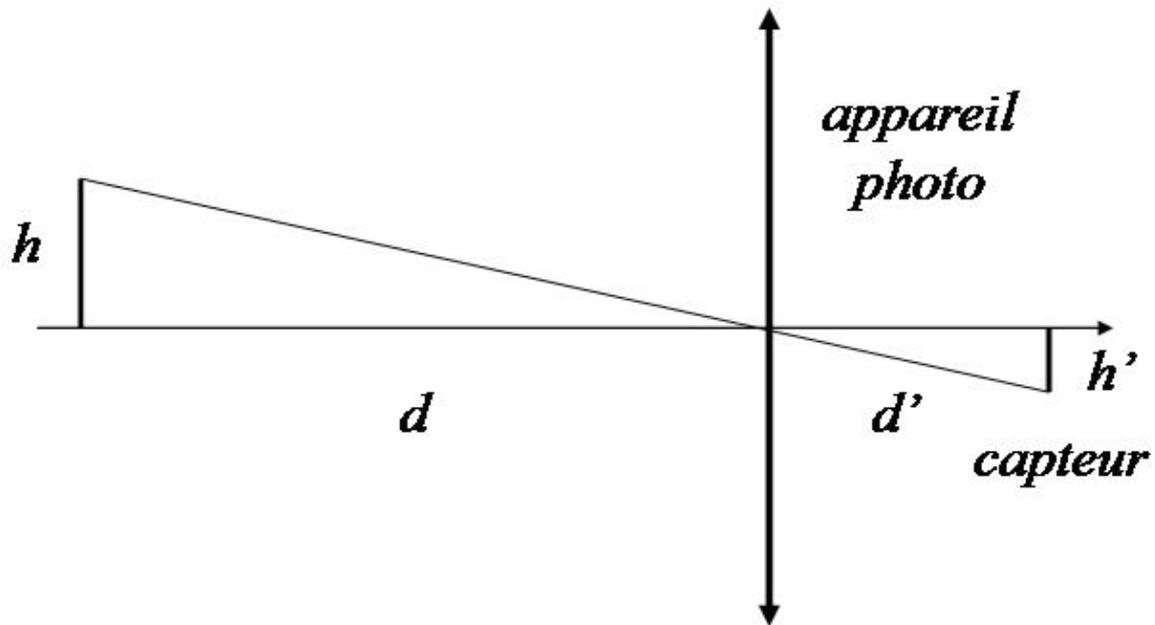
Analyser :

- L'interféromètre de Michelson est réglé en coin d'air d'angle  $\alpha$ , donc les franges sont rectilignes et localisées sur le coin d'air donc sur le miroir. La lampe au sodium est monochromatique, de longueur d'onde  $\lambda = 589$  nm. L'intensité lumineuse, sur le coin d'air est

$$I = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2e \right) \right) = I_0 \left( 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda} 2\alpha x \right) \right)$$

en notant  $x$  la position sur le coin d'air à partir de  $x = 0$  à l'arête.

- L'objectif de focale  $f' = 50$  mm conjugue les franges placées à  $d = 70$  cm et la pellicule photosensible placée à une distance  $d'$  de l'objectif :



- Sur la pellicule, l'intensité enregistrée est

$$I = I_0 (1 + \cos(2\pi n \alpha x'))$$

où  $x' = \gamma x$  avec  $\gamma$  le facteur de grandissement.

Réaliser

$$2\pi n \alpha x' = 2\pi n \alpha \gamma x = \frac{2\pi}{\lambda} 2\alpha x$$

d'où  $\alpha = \frac{|\gamma| n \lambda}{2}$ . Il s'agit de déterminer le facteur de grandissement :

$$\gamma = -\frac{d'}{d}$$

La formule de conjugaison avec origine au centre permet de déterminer  $d'$  :

$$\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{d'} + \frac{1}{d} \Rightarrow \frac{1}{d'} = \frac{1}{f'} - \frac{1}{d} = \frac{d - f'}{d f'}$$

$\Rightarrow$

$$d' = \frac{d f'}{d - f'} \Rightarrow |\gamma| = \frac{f'}{d - f'}$$

Aussi,  $\alpha = \frac{n\lambda}{2} \frac{f'}{d-f'} = \frac{300 \times 10^3 \times 589 \times 10^{-9}}{2} \times \frac{50 \times 10^{-3}}{0,70 - 0,05} = 6,8 \text{ mrad}$ .

Valider

On trouve  $\alpha = 0,39^\circ$  qui est un petit angle, comme attendu.

# Devoir non surveillé

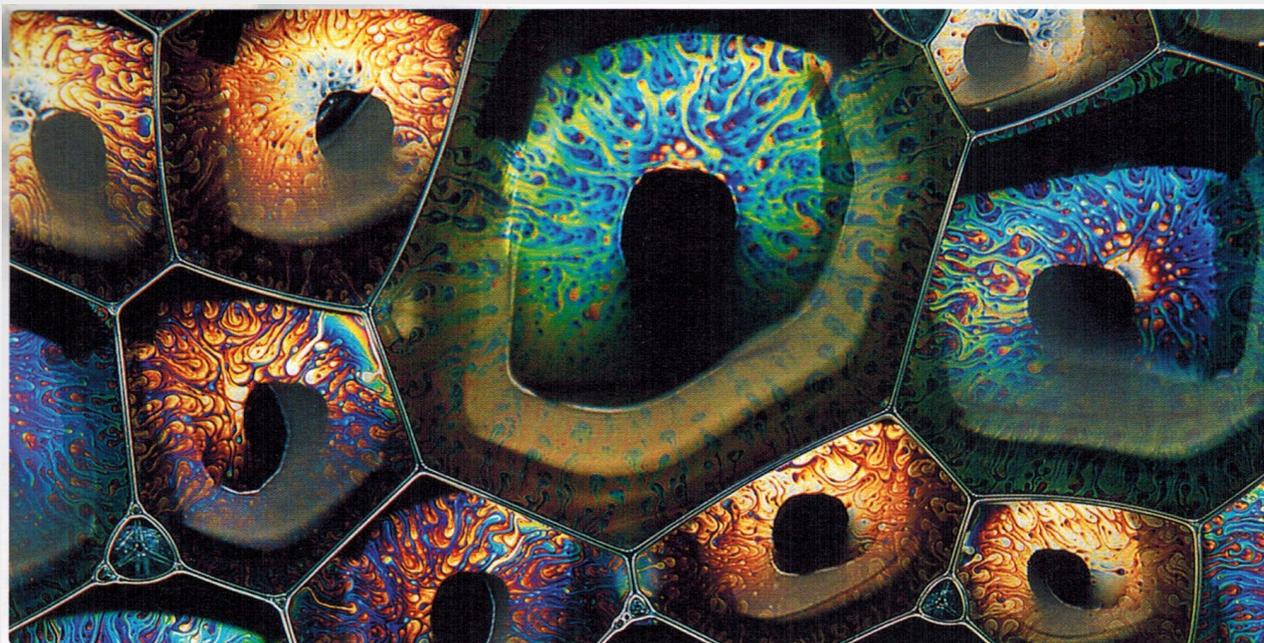
vendredi 22 décembre 2017

Le document est à lire, l'exercice est à rendre.

## Les irisations des bulles de savon

"La couleur dans tous ses éclats " - de Bernard Valeur  
*Belin*

### Des films en couleur



**1** Les couleurs de cette mousse de savon ont pour origine les interférences entre les ondes lumineuses réfléchies sur les faces avant et interne du film de savon.

Observez les belles couleurs d'une mousse de savon éclairée en lumière blanche (Figure 1). Pour comprendre d'où elles proviennent, il faut d'abord préciser que la paroi d'une bulle de cette mousse est constituée d'un film d'eau emprisonné entre deux couches de molécules de savon. Les ondes lumineuses résultant de la réflexion de la lumière sur la face externe et sur la face interne du film interfèrent les unes avec les autres. Ce mécanisme produit des couleurs qualifiées de couleurs interférentielles ou d'iridescence. Un film d'huile sur l'eau donne lieu au même phénomène (Figure 2).

Regardons de plus près une couche mince d'eau dont l'épaisseur est de l'ordre de grandeur des longueurs d'onde de la lumière (Figure 3 a). En arrivant à sa surface, un faisceau de lumière blanche se divise en deux parties : l'une est réfléchiée, l'autre pénètre à l'intérieur du film. Or, ce second pinceau lumineux subit lui aussi une réflexion sur la face arrière du film, de sorte qu'après avoir retraversé l'eau en sens inverse, il rejoint avec un léger retard la première partie qui avait été réfléchiée. Les deux ondes lumineuses provenant d'une même onde initiale et ayant des intensités similaires, elles interfèrent alors, c'est-à-dire que semblables à des vagues qui se superposent, elles sont susceptibles de se renforcer ou de s'annihiler : elles se renforcent si leurs maxima se confondent (on parle d'interférences constructives), ou au contraire s'annihilent si un maximum de l'une correspond au minimum de l'autre (interférences destructives).

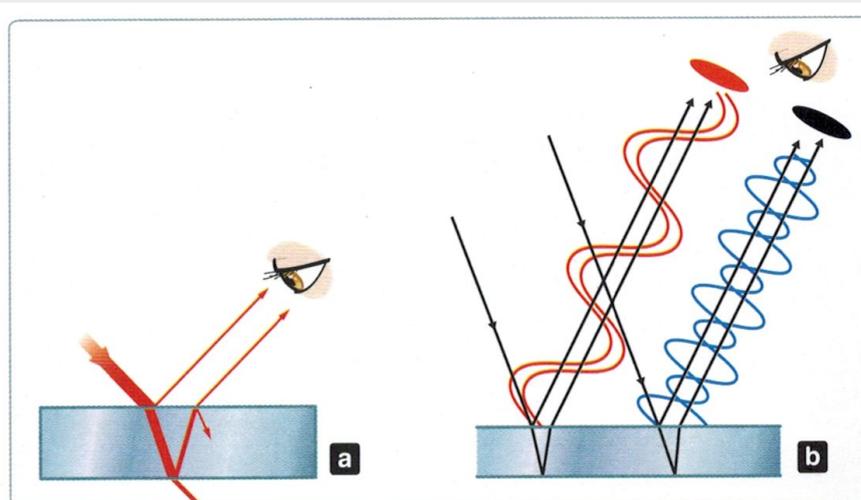
Le même phénomène de renforcement ou d'extinction touche toutes les ondes incidentes, quelle que soit leur provenance. Comme le montre la figure 3b, le renforcement ou l'annihilation dans une direction donnée dépend de la longueur d'onde. Cette propriété explique pourquoi le film d'eau se pare de teintes bigarrées.



**2 Couleurs interférentielles** produites par un film d'huile sur l'eau.

Isaac Newton avait observé un fait étrange : juste avant d'éclater, une bulle devient subitement noire l'espace d'un instant. Voyons pourquoi. Une bulle éclate parce que ses parois se sont amincies par drainage de l'eau sous l'effet de la pesanteur. Lorsque l'épaisseur du film est très petite par rapport aux longueurs d'onde de la lumière visible, l'onde lumineuse réfléchie par la face avant et celle réfléchie par la face arrière s'annihilent par interférences destructives. En effet, la première se réfléchit sur une interface air-eau et la seconde sur une interface eau-air. Or, la théorie des ondes électromagnétiques (auxquelles appartient la lumière) prévoit que ces ondes sont en opposition de phase : le maximum d'amplitude de l'une correspond au minimum d'amplitude de l'autre. Elles s'annulent donc mutuellement. Ce mécanisme est indépendant de la longueur d'onde. D'où la partie centrale noire des bulles observées sur la figure 1.

Il est important de retenir que les couleurs observées dépendent de l'angle d'observation et de l'orientation du film par rapport à la source de lumière. C'est une caractéristique essentielle des couleurs interférentielles. Notons aussi que dans le cas d'une seule couche comme ici, la fraction de lumière réfléchie donnant lieu à des interférences est faible (inférieure à 10%). En revanche, le facteur de réflexion est considérablement augmenté lorsque plusieurs couches sont empilées.



**3 Une lame mince éclairée en lumière blanche** donne lieu au phénomène d'interférences. (a) L'épaisseur des traits rouges est proportionnelle à l'intensité. (b) Dans une direction donnée et pour une épaisseur donnée, les interférences sont constructives pour une certaine longueur d'onde (correspondant ici au rouge), et destructives pour une autre longueur d'onde (correspondant ici au bleu). En modifiant l'angle d'incidence ou en changeant l'épaisseur de la lame, on observera des interférences constructives et destructives à d'autres longueurs d'onde.

## Enoncé

On s'intéresse à une bulle assimilée à une lame d'eau d'indice  $n$ , d'épaisseur  $e$ , éclairée avec un angle d'incidence  $i$ , comme sur la figure 3a.

1) Déterminer l'expression du déphasage entre l'onde de longueur d'onde  $\lambda$  réfléchi sur le dioptre air-eau et celle réfléchi sur le dioptre eau-air, après réfraction.

2) Retrouve-t-on le cas de la lame d'air pour l'interféromètre de Michelson ?

3) Justifier que "juste avant d'éclater, une bulle devient subitement noire".

4) Expliquer pourquoi cette lame, éclairée en lumière blanche, apparaît colorée ("iridescence"). On s'appuiera sur l'allure du spectre de la lumière réfléchi.

5) Justifier que "les couleurs observées dépendent de l'angle d'observation et de l'orientation du film par rapport à la source de lumière".

6) Si la lame d'eau est "trop épaisse", elle apparaît blanche. Comment nomme-t-on ce blanc ?

7) Estimer grossièrement l'épaisseur maximale de la lame pour qu'un phénomène d'iridescence apparaisse ? Pour répondre à cette question, on prendra, pour simplifier les calculs,  $i = 0$  et  $n = 1, 3$ , et on s'appuiera :

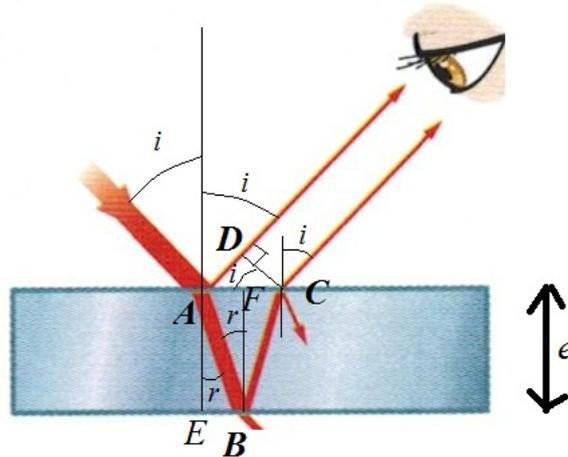
7.a) dans un premier temps sur le critère semi-quantitatif de brouillage des franges,

7.b) et dans un second temps sur l'allure du spectre de la lumière réfléchi.

8) En déduire une estimation de la longueur de cohérence temporelle de la lumière blanche.

## Correction

1) Le schéma ci-dessous résume la situation :



D'après le théorème de Malus, la différence de marche est

$$\delta = (ABC) - (AD) = 2n AB - AD$$

Les lois de la réfraction donnent

$$\sin i = n \sin r$$

Dans un premier triangle ( $ABE$ ) rectangle en  $E$ , on a  $\cos r = \frac{e}{AB}$ , soit

$$AB = \frac{e}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} = \frac{e}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}}$$

Dans un second triangle ( $ADC$ ) rectangle en  $D$ , on a  $\sin i = \frac{AD}{AC}$ , soit

$$AD = 2 AF \sin i$$

Dans le triangle ( $AFB$ ) rectangle en  $F$ , on a  $\tan r = \frac{AF}{e}$ , soit

$$AD = 2e \sin i \tan r = 2e \sin i \frac{\sin r}{\sqrt{1 - \sin^2 r}} = 2e \sin i \frac{\sin i}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}}$$

Conclusion :

$$\delta = 2n \frac{e}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} - 2e \frac{\sin^2 i}{n \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} = 2 \frac{e}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} \left( n - \frac{\sin^2 i}{n} \right)$$

Le déphasage entre l'onde de longueur d'onde  $\lambda$  réfléchi sur le dioptre air-eau et celle réfléchi sur le dioptre eau-air, après réfraction est

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \delta + \varphi_{sup} = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \frac{n - \frac{\sin^2 i}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} + \pi$$

2) Dans le cas de la lame d'air pour l'interféromètre de Michelson,  $n = 1$  cela donne

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \frac{1 - \frac{\sin^2 i}{1}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{1}}} + \pi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \sqrt{1 - \sin^2 i} + \pi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \cos i + \pi$$

ce qui est correct (le déphasage supplémentaire de  $\pi$  dépend du michelson).

3) Juste avant d'éclater,  $e \rightarrow 0$ , donc

$$\Delta\varphi \rightarrow \pi$$

et l'interférence devient destructive. Ainsi, "une bulle devient subitement noire".

4) Cette lame, éclairée en lumière blanche, apparaît colorée ("iridescence"), car, suivant la longueur d'onde, l'interférence peut être constructive ou destructive : on a un spectre "cannelé" (les cannelures correspondant aux longueurs d'ondes pour lesquelles l'interférence est destructive).

5) Comme le déphasage dépend de  $i$ , "les couleurs observées dépendent de l'angle d'observation et de l'orientation du film par rapport à la source de lumière".

6) Si la lame d'eau est "trop épaisse", elle apparaît blanche : on parle de "blanc d'ordre supérieur".

7) Cas limite pour qu'un phénomène d'iridescence apparaisse :

7.a) Le critère semi-quantitatif de brouillage des franges  $|\Delta p| > 1/2$  (où  $|\Delta p|$  est évalué sur la moitié de l'étendue spectrale de la source. Or comme dans le visible,  $\lambda$  varie du simple ( $\lambda_{min} = 400$  nm) au double (presque :  $\lambda_{max} = 750$  nm), la moitié de l'étendue spectrale de la source est  $\Delta\lambda = 200$  nm.

L'ordre d'interférence  $p$  se déduit de la différence de phase par :

$$p = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} = \frac{2e}{\lambda} \frac{n - \frac{\sin^2 i}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} + \frac{1}{2}$$

En prenant  $i = 0$ ,

$$p = \frac{2ne}{\lambda} + \frac{1}{2} \Rightarrow |\Delta p| = 2ne \left| \frac{1}{\lambda_2} - \frac{1}{\lambda_1} \right| = 2ne \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \right|$$

On cherche donc :

$$\frac{1}{2} > 2ne \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \right| \Rightarrow e < \frac{1}{4n \left| \frac{\Delta\lambda}{\lambda_{moy}^2} \right|} = \frac{600^2}{4 \times 1,3 \times 200} = 350 \text{ nm}$$

7.b) Il faut que le spectre cannelé n'ait pas trop de cannelures (une ou deux) pour qu'une impression colorée apparaisse. Or il y a une cannelure si

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} 2e \frac{n - \frac{\sin^2 i}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}} + \pi = (2k + 1)\pi$$

où  $k$  est entier, soit :

$$\lambda_k = 2ke \frac{n - \frac{\sin^2 i}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}}}$$

En prenant  $i = 0$ , on a

$$\lambda_k = 2kne$$

Comme dans le visible,  $\lambda$  varie du simple ( $\lambda_{min} = 400$  nm) au double (presque :  $\lambda_{max} = 750$  nm), le nombre de cannelures est

$$N \approx \frac{(\lambda_{max} - \lambda_{min})}{2ne} < 2 \Leftrightarrow e < \frac{(\lambda_{max} - \lambda_{min})}{4n} \approx \frac{400}{4 \times 1,3} \approx 100 \text{ nm}$$

8) Pour qu'il y ait interférence, il faut que la différence de marche ( $2ne$ ) soit inférieure à la longueur de cohérence temporelle de la lumière blanche. Cette dernière est donc de l'ordre du micromètre.