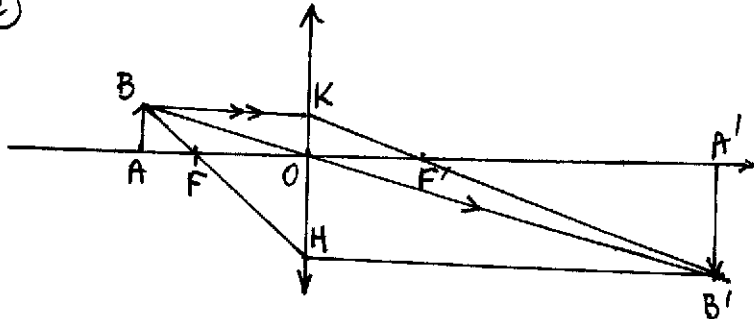


① C'est la réfraction aux interfaces air/verre et verre/air qui permet de dévier les rayons lumineux à travers des lentilles pour former des images.
 * L'image est nette et non déformée si les rayons lumineux sont peu inclinés par rapport à l'axe optique, et peu éloignés de l'axe. C'est l'approximation de Gauss.

②



* le rayon passant par l'axe optique n'est pas dévié,
 * le rayon parallèle à l'axe passe par F',
 * le rayon passant par émerge parallèlement à l'axe.

③ $\frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OK}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}}$ et $\overline{FO} = \overline{OF'} = f'$, donc $\frac{f'}{f' + \overline{OA}} = \frac{f' - \overline{OA'}}{f'}$
 triangles semblables FAB et FOH triangles semblables F'OK et F'A'B'
 ie $f'^2 = (f' + \overline{OA})(f' - \overline{OA}')$
 $= f'^2 + \overline{OA}f' - \overline{OA}'f' - \overline{OA}\overline{OA}'$
 $\Rightarrow \overline{OA}\overline{OA}' = \overline{OA}f' - \overline{OA}'f'$
 ie $\boxed{-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA}'} = \frac{1}{f'}}$ en divisant par $f'\overline{OA}\overline{OA}'$

④ * $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{OK}} = \frac{\overline{OH}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{FO}}{\overline{FA}} = \frac{f'}{f' - \overline{AO}} = \gamma$
 $= \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'O}} = \frac{f' - \overline{OA}'}{f'} = \gamma$

* la 1^{ère} expression donne $f' - \overline{AO} = \frac{f'}{\gamma} \Rightarrow \overline{AO} = f'(1 - \frac{1}{\gamma})$

et la 2^e: $f' - \overline{OA}' = \gamma f' \Rightarrow \overline{OA}' = f'(1 - \gamma)$

Donc $\overline{AA}' = \overline{AO} + \overline{OA}' = f'(2 - \gamma - \frac{1}{\gamma}) = -\frac{f'}{\gamma}(1 - 2\gamma + \gamma^2)$

$\boxed{\overline{AA}' = -\frac{f'}{\gamma}(1 - \gamma)^2}$

Rq: $\overline{AA}' > 0$, donc $\gamma < 0$

* on étudie $g(\gamma) = \frac{(1-\gamma)^2}{\gamma}$; $g'(\gamma) = -\frac{(1-\gamma)^2}{\gamma^2} - \frac{2(1-\gamma)}{\gamma} = -\frac{1-\gamma}{\gamma^2}(1+\gamma)$

γ	$-\infty$	-1	0
g'		$-$	$+$
g		\searrow	\nearrow
		-4	

donc \overline{AA}' est minimal pour $\boxed{\gamma = -1}$

alors $\boxed{\overline{AA}' = 4f'}$ et $\boxed{\overline{AO} = \overline{OA}' = 2f'}$

c'est la configuration à $4f'$, où A et A' sont symétriques par rapport à O.

⑤ * $|\gamma| = 10$, donc $\gamma = -10$ et $\overline{AA}' = \frac{20}{10} \cdot 11^2 = \boxed{2,4m = \overline{AA}'}$

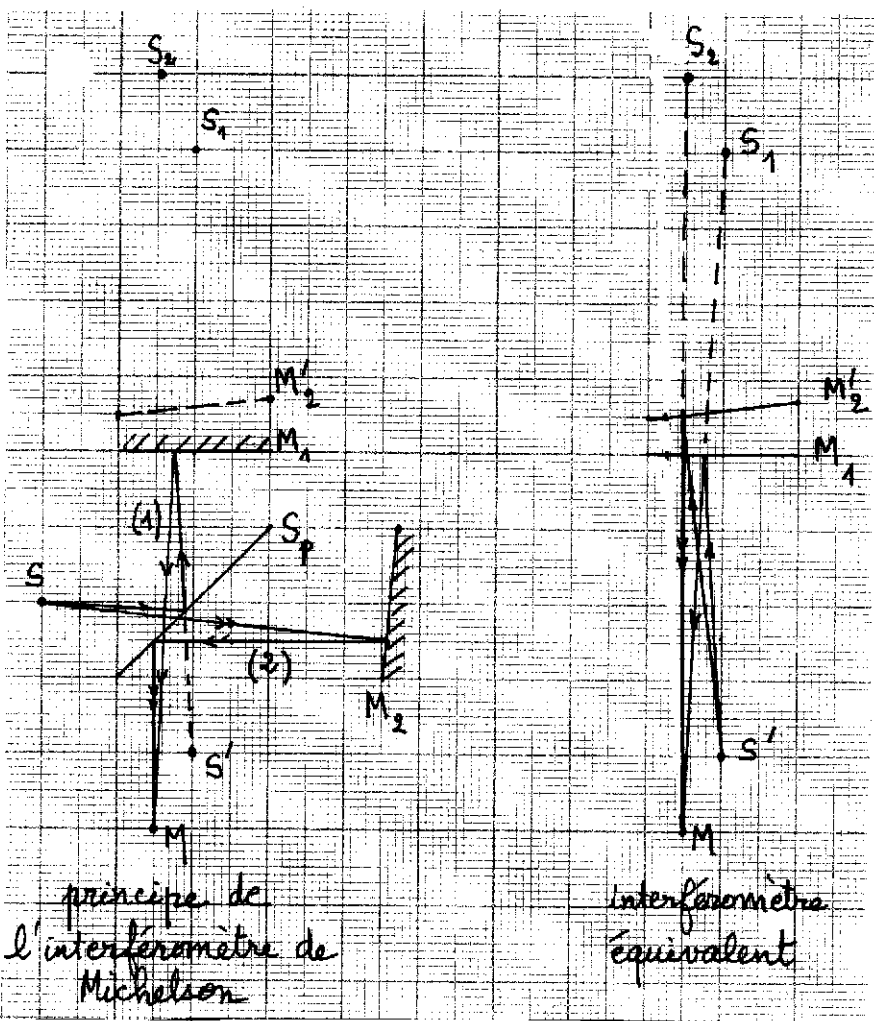
* $|\gamma| = 1$ donc $\gamma = -1$ et $\overline{AA}' = 4f' = \frac{10}{10} \cdot 80 = \boxed{80cm = \overline{AA}'}$

⑥ * Les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques. Elles sont décrites par $\vec{E}(M,t)$ et $\vec{B}(M,t)$ (champ électrique et champ magnétique).

* $a(M,t)$ est une composante du champ électrique ; son unité donc le Volt.m⁻¹

⑦ * le modèle scalaire de la lumière est valable pour décrire les situations où seule intervient une projection du champ électrique sur une direction ; c'est le cas des interférences obtenues pour des ondes de polarisations voisines.

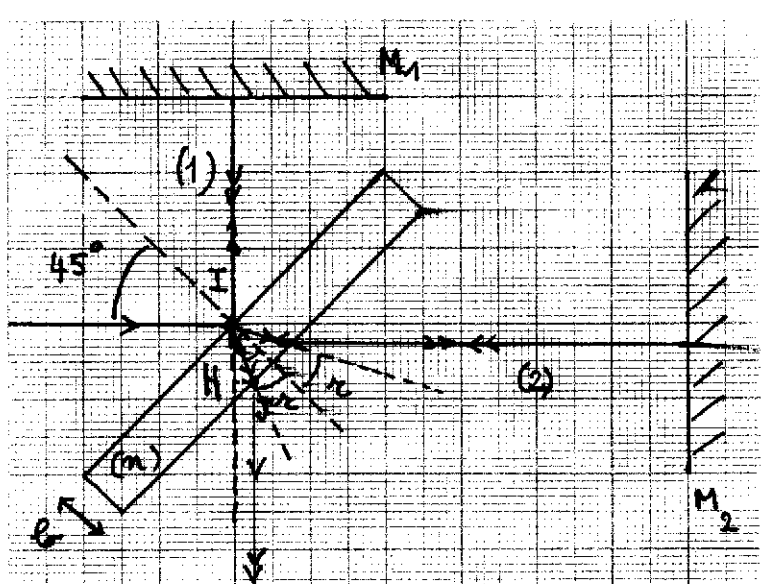
⑧



- S = source
- S' ≡ symétrique de S par rapport à Sp (séparatrice)
- S₁ ≡ symétrique de S' par rapport à M₁
- S₂ ≡ symétrique / Sp du symétrique / M₂ de S
- M₂' ≡ symétrique de M₂ / Sp

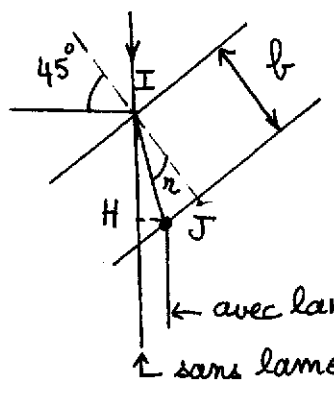
* M₁ et M₂ sont quasi-perpendiculaires.
 * En M interfèrent 2 rayons ayant parcouru 2 trajets ≠ : l'un s'est réfléchi sur Sp puis sur M₁, l'autre s'est réfléchi sur M₂ puis sur Sp.
 * l'interféromètre équivalent est obtenu en supprimant Sp, en remplaçant S par S', et M₂ par M₂'. Les rayons arrivant en M se sont réfléchis sur M₁ et M₂ indépendamment. Les différences de marche sont les mêmes sur les 2 schémas car on passe de l'un à l'autre par des symétries.

⑨ a)



* sur le trajet 1, le rayon traverse une fois la lame d'indice n
 * sur le trajet 2, le rayon traverse 3 fois la lame d'indice n.
 * la différence de marche $\delta_{2/1} = (SM)_{(2)} - (SM)_{(1)}$ est donc augmentée par la présence de la lame de verre qui supporte la fine couche semi-réfléchissante : en traversant la lame, le rayon lumineux parcourt une distance plus grande, dont une partie dans un milieu d'indice $n > 1$.

b) r est l'angle de réfraction à l'interface air-verre : $\sin \frac{\pi}{4} = \frac{\sqrt{2}}{2} = n \sin r$



$$\begin{aligned} * \delta_s &= 2(n IJ - IH) \\ \text{or } IJ &= \frac{b}{\cos r} \quad \text{et } IH = IJ \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) \\ \text{donc } \delta_s &= 2 IJ \left(n - \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) \right) \\ &= \frac{2b}{\cos r} \left(n - \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) \right) = \delta_s \end{aligned}$$

↑ sans lame (séparatrice idéale)

* plus simplement, $\cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) = \frac{\sqrt{2}}{2} (\cos r + \sin r) = \frac{\sqrt{2}}{2} \cos r + n \sin^2 r$

Donc $\delta_s = \frac{2b}{\cos r} \left(n - n \sin^2 r - \frac{\sqrt{2}}{2} \cos r \right) = \frac{2b}{\cos r} \left(n \cos^2 r - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \delta_s$

Rge : on vérifie que $\delta_s = 0$ pour $n=1$, car alors $r = \frac{\pi}{4}$

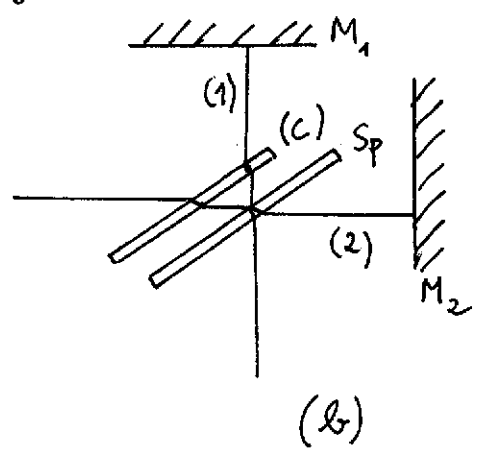
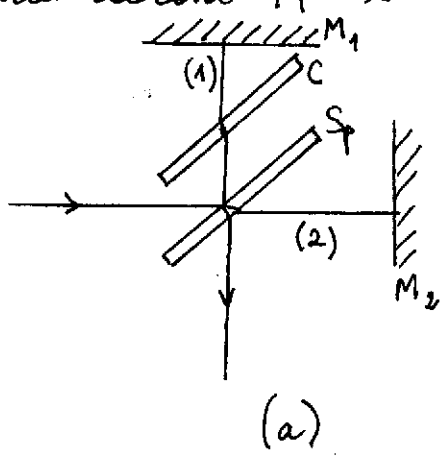
c) * $n \sin r = \frac{1}{\sqrt{2}}$ donc $\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{1}{2n^2}}$

$n \cos r = \sqrt{n^2 - \frac{1}{2}}$ donc $\delta_s = 2b \left(\sqrt{n^2 - \frac{1}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}} \right)$

AN : $\delta_s = 6,2 \text{ mm}$

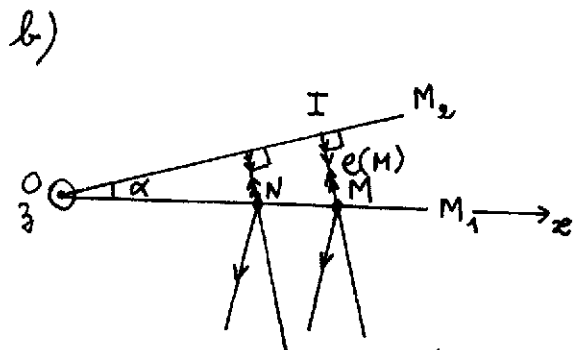
* cette différence de marche est très grande devant la longueur d'onde. Si elle n'est pas compensée, elle vient fausser les différences de marche de façon très importante, d'autant plus que δ_s dépend de l'inclinaison des rayons lumineux dans l'interféromètre ; cette dépendance fausserait les résultats dans le cas des franges obtenues avec des inclinaisons variées (franges d'égalé inclinaison).

- ⑩ La compensatrice doit être identique à la lame de la séparatrice, elle doit être exactement parallèle à la séparatrice et placée :
- soit sur le trajet (1) où le rayon traversera 3 fois une lame, comme sur le trajet (2) (figure a)
 - soit tout près de la séparatrice ; dans ce cas, les rayons traverseront 4 fois sur les 2 trajets une lame. (figure b).



(11) Dans le cas d'une source monochromatique ponctuelle, les interférences sont délocalisées. Les franges sont des surfaces (ce sont des hyperboloïdes) de révolution dont la droite S_1, S_2 est axe de révolution.

(12) a) On doit éclairer le coin d'air par un faisceau parallèle sous incidence normale et observer grâce à une lentille convergente en faisant l'image des miroirs sur l'écran, car les interférences sont localisées sur les miroirs.



l'interférence se produit à l'intersection des 2 rayons réfléchis, c'est-à-dire en M (ou N) sur le miroir M_1 car on a choisi une incidence normale à M_2 .

c) On a choisi O_3 selon l'arête du coin d'air, i.e. l'intersection des plans des miroirs, et Ox perpendiculaire à Oz , dans le plan de M_1 ; dans ces conditions, $\delta(M) = 2e(M) \approx 2\alpha x$ car $\alpha \ll \pi$.
* L'ordre d'interférences est $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\alpha x}{\lambda}$,

d'où l'équation de la frange d'ordre p :

$$x = p \frac{\lambda}{2\alpha}$$

ce sont des franges rectilignes parallèles à l'arête du coin d'air.

* l'interfrange est $i = x(p+1) - x(p) = \frac{\lambda}{2\alpha} = i$ indépendant de p .

* ce sont les franges d'égal épaisseur, car l'épaisseur du coin d'air, qui varie avec x , est la même pour tous les points d'une frange donnée.

d) * les franges sont visibles si la taille angulaire de l'interfrange i' observé sur l'écran au PP est supérieure à $\theta_{\min} = 1' = \frac{\pi}{180} \frac{1}{60}$ rad; on note $d = 25\text{cm}$ la distance entre l'œil et l'objet au PP:

$$\frac{i'}{d} > \theta_{\min} \quad \text{or } i' = |\delta| i, \text{ d'où } |\delta| \frac{\lambda}{2\alpha} > d \theta_{\min}$$

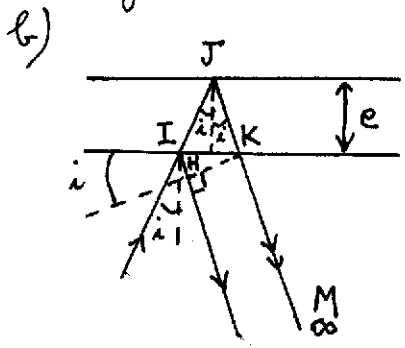
$$\text{ie } \alpha < \frac{|\delta| \lambda}{2d \theta_{\min}}$$

* d'après le résultat de 5, $|\delta| = 10$ (c'est le + fort grandissement pour $AA' = 2,4\text{m}$)

$$\frac{AN}{\alpha_{\max}} = \frac{10 \times 0,6 \cdot 10^{-6}}{2 \times 0,25 \times \pi} \times 180 \times 60 = 4,1 \cdot 10^{-2} \text{ rad} = 2,4^\circ = \alpha_{\max}$$

Rq: on vérifie que $\alpha_{\max} \ll \pi$

(13) a) On doit éclairer la lame d'air par un faisceau convergent (on fait l'image de la source sur les miroirs à l'aide d'un condensateur, équivalent à une lentille convergente) et observer dans le plan focal image d'une lentille convergente, car les interférences sont localisées à l'infini.



$\delta = IJK - IH$, car, pour une source fictive placée en M, H et K sont sur la même surface d'onde, d'après le théorème de Malus, ce qui donne $(KM) = (HM)$
 $IJK = \frac{2e}{\cos i}$ et $IH = IK \sin i$
 $IK = 2e \tan i$

$$\text{Donc } \delta = \frac{2e}{\cos i} - 2e \frac{\sin^2 i}{\cos i} = \frac{2e}{\cos i} (1 - \sin^2 i) = \boxed{2e \cos i = \delta}$$

5/11

* ce sont les franges d'égale inclinaison, car l'angle d'incidence des rayons sur les miroirs ("inclinaison") est la même pour tous les points d'une frange donnée (à δ donné). Comme $i = \text{cte}$ sur une frange, ce sont des anneaux.

c) * l'ordre d'interférence est $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} \cos i \approx \frac{2e}{\lambda} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$ car $i \ll \pi$ dans l'approximation de Gauss. $i \approx \frac{\pi(p)}{f'}$, donc $p \frac{\lambda}{2e} = 1 - \frac{\pi(p)^2}{2f'^2}$

D'où
$$r(p) = f' \sqrt{2 \left(1 - p \frac{\lambda}{2e}\right)}$$

* pour $r=0$, l'ordre d'interférence vaut $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$. Supposons que p_0 n'est pas entier. Comme $0 \leq p \leq p_0$, le 1^{er} anneau brillant a pour ordre $E(p_0) = E\left(\frac{2e}{\lambda}\right)$ (E : partie entière) $\Rightarrow p_1 = E\left(\frac{2e}{\lambda}\right)$.

Le 2^e anneau brillant a pour ordre $p_2 = p_1 - 1$

Le k^{e} " " " " $p_k = p_1 - (k-1) = E\left(\frac{2e}{\lambda}\right) - (k-1)$

donc $R_k = r(p_k) = \boxed{f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda}{2e} \left(E\left(\frac{2e}{\lambda}\right) - (k-1)\right)\right)} = R_k$

* si p_0 est entier, $p_1 = p_0 - 1$; $p_2 = p_0 - 2$; ...; $p_k = p_0 - k$

donc $R_k = f' \sqrt{2 \left(1 - \left(\frac{2e}{\lambda} - k\right) \frac{\lambda}{2e}\right)} = \boxed{f' \sqrt{k \frac{\lambda}{e}} = R_k$
si $p_0 = \frac{2e}{\lambda}$ est entier

d) AN: $p_0 = \frac{2 \times 70}{0,6} = 233,3$ n'est pas entier, donc $p_1 = 233$
et $p_k = 234 - k$

$$R_1 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{233 \times 0,6}{140}\right)} = \boxed{5,3 \text{ cm} = R_1}$$

$$R_2 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{232 \times 0,6}{140}\right)} = \boxed{11 \text{ cm} = R_2}$$

$$R_3 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{231 \times 0,6}{140}\right)} = \boxed{14 \text{ cm} = R_3}$$

$$R_4 = f' \sqrt{2 \left(1 - \frac{230 \times 0,6}{140}\right)} = \boxed{17 \text{ cm} = R_4}$$

Rq: on vérifie que l'approximation $\frac{R_k}{f'} \ll \pi$ est valable pour ces anneaux.

2 - Mesure d'une variation d'épaisseur

a) (14) * En un point M de (E) arrivent 2 rayons confondus ayant parcouru les 2 bras de l'interféromètre. La différence de marche $\delta_{2/1} = (SM)_{(2)} - (SM)_{(1)}$

= 2e

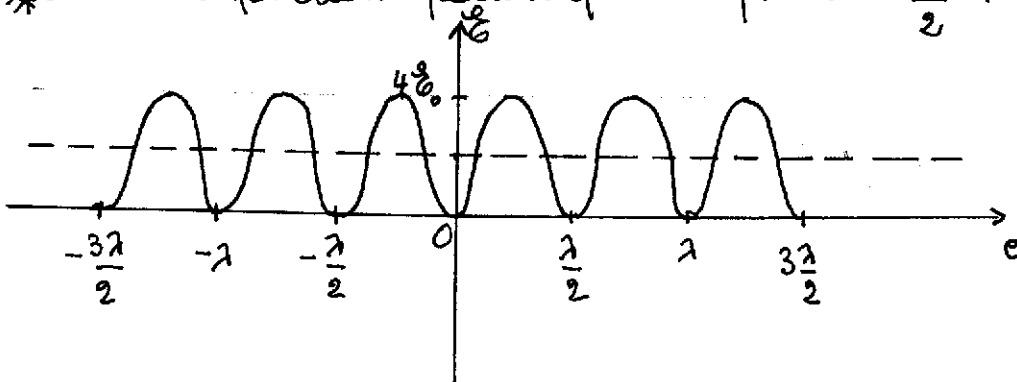
puisque le faisceau incident est parallèle à Ox.

$\delta_{2/1}$ ne dépend pas du point considéré, donc l'éclairement est uniforme

* D'après la formule de Fresnel :

$$I_0 = 2I_0 \left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \delta_{2/1} + \pi\right) \right) = 2I_0 \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi e}{\lambda}\right) \right) = I_0$$

b) * $I_0(e)$ est une fonction périodique de période $\frac{\lambda}{2}$:



Rge : pour $e > 0$ M'_2 est derrière M_1
 $e < 0$ M'_2 est devant M_1

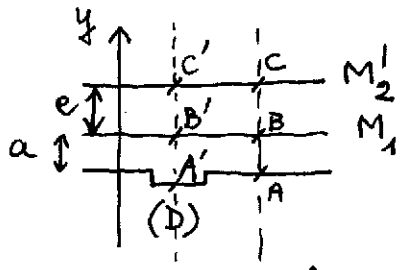
* le contact optique correspond à $e = 0$; alors $I_0 = 0$, mais $I_0 = 0$ à toutes les positions $e = n \frac{\lambda}{2}$ ($n \in \mathbb{Z}$). Il n'est donc pas possible d'identifier le contact optique à partir d'un minimum d'intensité.

* pour identifier la position $e = 0$, on peut remplacer la source monochromatique par une source de lumière blanche car alors le minimum d'intensité est en $e = 0$ pour toutes les longueurs d'onde.

(15) a) * la lame (L) est traversée par les rayons lumineux qui se réfléchissent sur M_1 .

* La différence de marche est alors différente pour les rayons traversant (D) et pour ceux extérieurs à (D).

* les valeurs différentes de δ peuvent produire des éclaircissements différents ; ils doivent être suffisamment distincts pour que le défaut d'épaisseur soit visible.



b) * À l'extérieur de (D) : $\delta_{ext} = 2AC - 2nAB = 2e - 2(n-1)a$
 (schéma ci-dessus)

$$= 2(e - (n-1)a) = \delta_{ext}$$

* À l'intérieur de (D) $\delta_{int} = 2A'C' - 2nAB' = 2e - 2(n-1)(a+b)$
 $= 2(e - (n-1)(a+b)) = \delta_{int}$

* D'où les intensités $\left\{ \begin{array}{l} \mathcal{I}_{ext} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right) \right) \text{ à l'extérieur de (D)} \\ \mathcal{I}_{int} = 2\mathcal{I}_0 \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)(a+b))\right) \right) \text{ dans (D)} \end{array} \right.$

c) * $\Delta\mathcal{I}_0 = \mathcal{I}_{int} - \mathcal{I}_{ext} = 2\mathcal{I}_0 \left(\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right) - \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a - (n-1)b)\right) \right)$

or $\cos(a_0 + x) = \cos a_0 - \sin a_0 \cdot x$

Donc $\Delta\mathcal{I}_0 \approx 2\mathcal{I}_0 \left(-\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right) \frac{4\pi}{\lambda}(n-1)b \right)$

$\Delta\mathcal{I}_0 = -\mathcal{I}_0 \frac{8\pi}{\lambda}(n-1)b \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right)$

* $\Delta\mathcal{I}_0 \approx 0$ (au 1^{er} ordre en $\frac{b}{a}$) si $\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right) = 0$

ie $\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a) = n\pi \quad (n \in \mathbb{Z})$

ie $e - (n-1)a = n \frac{\lambda}{4}$

Rq: ces valeurs de $e - (n-1)a = e_{eff}$ correspondent aux extrema d'intensité de la courbe $\mathcal{I}(e_{eff})$ qui a déjà été tracé en 14.b)

* $|\Delta\mathcal{I}_0|$ est maximal pour $|\sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a)\right)| = 1$

ie $\frac{4\pi}{\lambda}(e - (n-1)a) = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad (n \in \mathbb{Z})$

ie $e - (n-1)a = (2n+1) \frac{\lambda}{8}$

Rq: ces valeurs de e_{eff} correspondent aux points où $\mathcal{I}(e_{eff})$ varie le plus vite avec e_{eff} .

d) Dans ces conditions, $|\Delta\mathcal{I}_0| = \mathcal{I}_0 \frac{8\pi}{\lambda}(n-1)b > \frac{\mathcal{I}_0}{5}$

i.e. $b > \frac{\lambda}{40\pi(n-1)}$

Donc $b_1 = \frac{\lambda}{40\pi(n-1)}$

e) AN: $b_1 = \frac{0,6}{40\pi \times 0,5} \mu m = 10 nm = b_1$

3. Les gyrolasers

(16) * Par définition de r : $\underline{E}_r = r \underline{E}_i$ (1)

* On tient compte de la propagation sur le trajet $M_1 \rightarrow M_2 \rightarrow M_3 \rightarrow M_1$, de la réflexion sur M_2 et M_3 et de l'amplification :

$$\underline{E}_i = r'^2 g e^{-j \frac{2\pi L}{\lambda}} \underline{E}_r \quad \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{c}, \text{ d'où } \underline{E}_i = r'^2 g e^{-j \frac{\omega L}{c}} \underline{E}_r \quad (2)$$

(17) * \underline{E}_i et \underline{E}_r étant non nuls, $(r \underline{E}_i = \underline{E}_r) \Rightarrow \underline{E}_r = r r'^2 g e^{-j \frac{\omega L}{c}} \underline{E}_r$

$$\Downarrow \quad r r'^2 g e^{-j \frac{\omega L}{c}} = 1 \quad (3)$$

* r, r' et g sont réels, donc $r r'^2 g = 1$ et $e^{-j \frac{\omega L}{c}} = 1$
 et positifs

* $e^{-j \frac{\omega L}{c}} = 1 \Leftrightarrow \frac{\omega L}{c} = n 2\pi$ ie ω prend les valeurs $\omega_n = n \frac{2\pi c}{L}$
 avec $n \in \mathbb{N}^*$

* $\frac{\omega}{c} L$ représente le déphasage dû à la propagation sur un tour de cavité.
 La condition précédente correspond donc bien à $\varphi = n 2\pi$

* $\Delta \omega_m = \frac{2\pi c}{L} = 2\pi \Delta f_m$ donc $\Delta f_m = \frac{c}{L}$

(18) a) * la relation (3) donne, avec $r = \sqrt{R}$ et $r'^2 = R'$ $R' \sqrt{R} g = 1$

$$R' = \frac{1}{\sqrt{R} g}$$

* AN: $R = 1 - 2 \cdot 10^{-3}$ donc $R' = \frac{1}{\sqrt{1 - 2 \cdot 10^{-3}} \sqrt{1 + 4 \cdot 10^{-3}}} \approx \frac{1}{1 - 1 \cdot 10^{-3} \cdot 1 + 2 \cdot 10^{-3}} \approx 1 + 1 \cdot 10^{-3} - 2 \cdot 10^{-3} = 0,999 = R'$

b) $\Delta f_m = \frac{3,0 \cdot 10^8}{0,33} \text{ Hz} = 9,1 \cdot 10^8 \text{ Hz} = 910 \text{ MHz} = \Delta f_m$

c) $\frac{\Delta f_{1/2}}{\Delta f_m} = 1,6$ donc le nombre maximal de modes observables simultanément est de 2

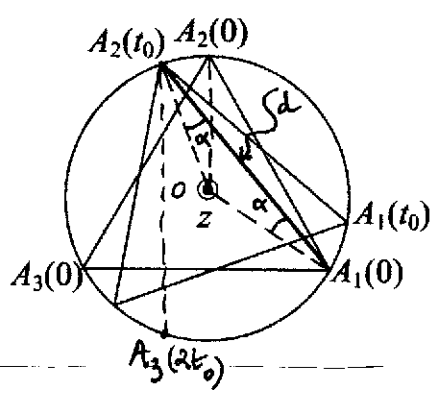
* on obtient un fonctionnement monomode si $\Delta f_{1/2} < \Delta f_m$

d) * $f_m = n \frac{c}{L}$, donc $\frac{\Delta f}{f} = - \frac{\Delta L}{L}$ pour $f = f_0$, $\Delta f = - \frac{f_0 \Delta L}{L}$
 et $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$ donc $\Delta f = - \frac{c \Delta L}{\lambda_0 L}$

* AN $\Delta f = \mp \frac{3,0 \cdot 10^8 \cdot 10^{-6}}{633 \cdot 10^{-9} \cdot 0,33} = \pm 1,4 \cdot 10^9 \text{ Hz} = \Delta f$

Donc $\Delta f = \pm 1400 \text{ MHz}$; donc $|\Delta f|$ est du même ordre que $\Delta f_{1/2}$. la variation de L de $\pm 1 \mu\text{m}$ est donc susceptible de faire disparaître le mode recherché.

19



$(OA_2(0), OA_2(t_0)) = \Omega t_0$ (rotation de M_2)
 $(OA_1(0), OA_2(0)) = \frac{2\pi}{3}$ (triangle équilatéral)
 * $A_1(0)A_2(t_0)O$ est isocèle donc α vérifie
 $2\alpha + \Omega t_0 + \frac{2\pi}{3} = \pi \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{3} - \Omega t_0$
 et $\alpha = \frac{\pi}{6} - \frac{\Omega t_0}{2}$

* dans le triangle $A_1(0)A_2(t_0)O$: donc $\frac{d}{2} = \frac{a}{\sqrt{3}} \cos \alpha$

* avec $\Omega t_0 \ll 1$, on effectue un DL au 1^{er} ordre pour $\cos \alpha$:

$$\cos \alpha = \cos\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\Omega t_0}{2}\right) \approx \cos \frac{\pi}{6} - \frac{\Omega t_0}{2} \left(-\sin \frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\Omega t_0}{4}$$

Donc $d \approx \frac{2a}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\Omega t_0}{4}\right) = a \left(1 + \frac{\Omega t_0}{2\sqrt{3}}\right)$

et $\frac{d}{a} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{6} \Omega t_0$

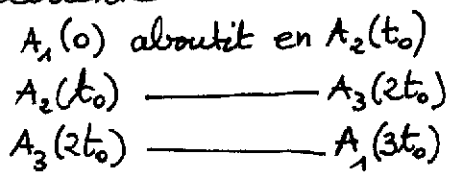
20 * $d = ct_0$ donc $d = a + a \frac{\sqrt{3}}{6} \Omega \frac{d}{c}$ $d \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{a\Omega}{c}\right) = a$

donc $d = \frac{a}{1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{a\Omega}{c}}$ et $t_0 = \frac{a/c}{1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{a\Omega}{c}}$

* $\Omega t_0 = \frac{a\Omega}{c} \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{a\Omega}{c}}$ or $\frac{a\Omega}{c} \approx \frac{0,11}{3 \cdot 10^8} \frac{100\pi}{180} \lesssim 6 \cdot 10^{-10}$

donc $\Omega t_0 \lesssim 6 \cdot 10^{-10} \ll 1$
l'approximation est justifiée

21 * entre M_2 et M_3 , on se retrouve la même situation que la précédente
 * dans le référentiel de la cavité, le rayon aboutit sur M_1 à $t = 3t_0$.



22 $L_+ = 3d = \frac{3a}{1 - \frac{\sqrt{3}}{6} \frac{a\Omega}{c}} = \frac{L}{1 - \frac{L\Omega}{6\sqrt{3}c}} = L_+$

23 c'est la même situation qu'à la question 17, en remplaçant L par L_+ :

$$f_{+n}(\Omega) = n \frac{c}{L_+(\Omega)} = n \frac{c}{L} \left(1 - \frac{L\Omega}{6\sqrt{3}c}\right) = f_{+n}(\Omega) = f_{0n} \left(1 - \frac{L\Omega}{6\sqrt{3}c}\right)$$

c'est bien la forme attendue
 avec $K = -\frac{L}{6\sqrt{3}c}$ Rq: $K < 0$

24) a) Pour le sens de parcours indirect, il suffit de changer Ω en $-\Omega$

10/11

alors $f_{-n}(\Omega) = f_{0n} \left(1 + \frac{k}{6\sqrt{3}c} \Omega\right) = f_{0n} (1 - k\Omega) = f_{-n}(\Omega)$

b) * comme $k < 0$

$f_{-n}(\Omega) > f_{+n}(\Omega)$

25) a) $k = -\frac{0,33}{6\sqrt{3} \times 3 \cdot 10^8} = -1,1 \cdot 10^{-10} \text{ s} = k$

b) * $f_{+n}(\Omega) - f_{0n} = f_0 k \Omega = f_{0n} - f_{-n}(\Omega)$ donc $f_{+n}(\Omega) - f_{-n}(\Omega) = 2f_0 k \Omega$

AN: $|f_{+n}(\Omega) - f_{-n}(\Omega)| = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^8}{633 \cdot 10^{-9}} \cdot 1,1 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{10 \pi}{180}$

$|f_{+n}(\Omega) - f_{-n}(\Omega)| \approx 18 \text{ kHz}$

* l'écart relatif est $\frac{|f_{+n}(\Omega) - f_{-n}(\Omega)|}{f_0} = 2 \times 1,1 \cdot 10^{-10} \times 10 \frac{\pi}{180} \approx 4 \cdot 10^{-11}$

c) on doit pouvoir mesurer Ω tant que $|f_{+n} - f_{0n}| < \Delta f_{1/2}$

ie $f_0 |k| \Omega < \Delta f_{1/2}$ ie $\Omega < \frac{\Delta f_{1/2}}{f_0 |k|}$ AN $\Omega < 3 \cdot 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
ie $\Omega < 1,7 \cdot 10^6 \%$

Rqe : cette limite est très supérieure aux valeurs que l'on cherche à mesurer

26) a) * $E_+(M,t) = E_0 e^{j(\omega_+ t - \vec{k}_+ \cdot \vec{OM})}$ avec les conventions choisies

$= E_0 e^{j\omega_+ t} e^{j(\omega_0 k \Omega t - \vec{k}_+ \cdot \vec{OM})}$ donc $\psi_+(M,t) = \omega_0 k \Omega t - \vec{k}_+ \cdot \vec{OM}$

* de même $E_-(M,t) = E_0 e^{j\omega_0 t} e^{j(-\omega_0 k \Omega t - \vec{k}_- \cdot \vec{OM})}$ et $\psi_-(M,t) = -\omega_0 k \Omega t - \vec{k}_- \cdot \vec{OM}$

b) * si le temps caractéristique de variation de ψ_+ et ψ_- est long par rapport au temps de réponse du détecteur, l'intensité est donnée par la formule de Fresnel :

$I = 2I_0 [1 + \cos(\psi_+(M,t) - \psi_-(M,t))]$ I_0 étant l'intensité de chacune des ondes supposées seules.

donc $I = 2I_0 [1 + \cos(2\omega_0 k \Omega t - (\vec{k}_+ - \vec{k}_-) \cdot \vec{OM})]$

Rqe : I dépend du temps

* en M fixé, I est une fonction périodique du temps,

de période $T = \frac{2\pi}{2\omega_0 |k| \Omega} = \frac{1}{2f_0 |k| \Omega} = T$

c) * si le temps de réponse du détecteur est long devant T, on détecte la moyenne temporelle de l'expression trouvée en b), ie $2I_0$; l'intensité ne dépend alors pas de Ω , que l'on cherche à mesurer.
 * en définitive, le détecteur est bien choisi si son temps de réponse τ est $\tau \ll T$ et $T \approx \frac{1}{2 \times 4.7 \cdot 10^4 \times 1,1 \cdot 10^{-10} \times \frac{100\pi}{180}} \approx 5 \mu s$ pour $\Omega = 100^\circ/s$.

(27) a) $T = \frac{1}{2f_0 |K| \Omega}$ b) $\Omega = \frac{1}{2f_0 |K| T} = \frac{f}{2f_0 |K|} = \Omega$ avec $f = 300 \text{ Hz}$
 $\Omega = 3,2 \cdot 10^3 \text{ rad} \cdot s^{-1} = 0,18^\circ/s$

* il n'est pas possible de déterminer le sens de rotation car la fréquence n'est pas une grandeur algébrique.

(28) a) la frange brillante d'ordre p est déterminée par $\psi_+ - \psi_- = p 2\pi$ (p entier)

$= 2\omega_0 K \Omega t - (\vec{k}_+ - \vec{k}_-) \cdot \vec{OM}$
 or $\vec{k}_+ = \frac{\omega_+}{c} (\cos \frac{\alpha}{2} \vec{u}_x + \sin \frac{\alpha}{2} \vec{u}_y) \approx \frac{\omega_+}{c} (\vec{u}_x + \frac{\alpha}{2} \vec{u}_y)$
 $\vec{k}_- = \frac{\omega_-}{c} (\vec{u}_x - \frac{\alpha}{2} \vec{u}_y)$

Donc $\psi_+ - \psi_- = 2\omega_0 K \Omega t - \left(\frac{\omega_+ - \omega_-}{c} x + \frac{\alpha}{2} \frac{\omega_+ + \omega_-}{c} y \right)$
 $\frac{2\omega_0 K \Omega}{c} x \quad \frac{2\omega_0}{c} y$

D'où l'équation de la frange d'ordre p :

$2\omega_0 (K \Omega t - \frac{K \Omega}{c} x - \frac{\alpha}{2c} y) = p 2\pi \Leftrightarrow y = \frac{2c}{\alpha} (K \Omega t - \frac{K \Omega}{c} x - p \frac{\pi}{\omega_0})$
 $\Leftrightarrow y = \frac{2cK \Omega}{\alpha} t - \frac{2K \Omega}{\alpha} x - p \frac{\lambda_0}{\alpha}$ équation de la frange d'ordre p.

* dans un plan $x = \text{cste}$ les franges sont donc des droites parallèles à Oz , qui se déplacent à la vitesse :

$v = \left(\frac{dy}{dt} \right)_{p=\text{cste}} = \frac{2cK \Omega}{\alpha} = v$ cette vitesse est bien proportionnelle à Ω .

Rge: comme $K < 0$, $v > 0$ si $\Omega < 0$
 $v < 0$ si $\Omega > 0$

b) $i = y_p - y_{p+1} = \frac{\lambda_0}{\alpha} = i$ et $v = \frac{2cK \Omega}{\alpha}$

c) application : $i = 2,1 \text{ mm}$ $\Omega = \frac{v \alpha}{2cK} = -7,5 \cdot 10^{-3} \text{ rad} \cdot s^{-1} = -0,43^\circ/s = \Omega$

d) l'utilisation de 2 cellules décalées d'un quart d'interfrange permet de suivre le mouvement des franges et donc d'accéder au signe de Ω à partir du signe de v .