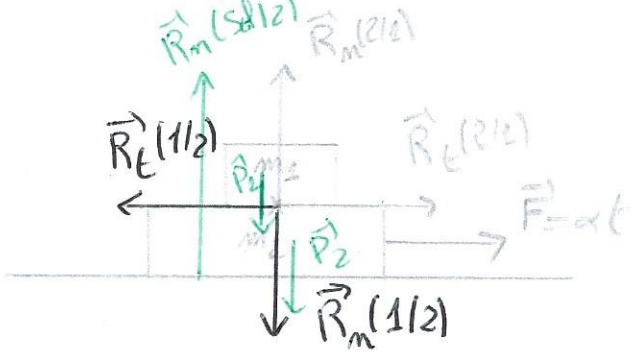
TD n°3 :

Lois du frottement solide

Exercice n°1 : frottement entre deux solides



① TRC : $\left| \begin{array}{l} \text{sur } m_1 : \quad m_1 \ddot{x}_1 = R_t(2/1) \quad (1) \\ \text{sur } m_2 : \quad m_2 \ddot{x}_2 = F + R_t(1/2) \quad (2) \end{array} \right.$

⚠ $R_t(2/1)$ et $R_t(1/2)$ algébriques

② En sommant (1) et (2) : $(m_1 + m_2)\ddot{x}_{1/2} = F + \underbrace{R_t(1/2) + R_t(2/1)}_{=0}$

$$\Rightarrow \quad \ddot{x}_{1/2} = \frac{F}{m_1+m_2} = \frac{\alpha}{m_1+m_2} t$$

On en tire $R_t(2/1) = m_1 \ddot{x}_1 = m_1 \ddot{x} = \frac{m_1}{m_1+m_2} \alpha t$

tant qu'il n'y a pas glissement

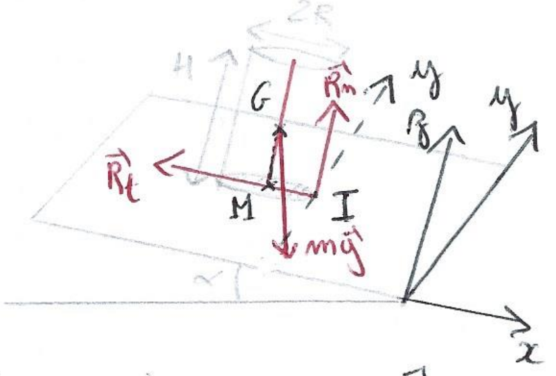
Condition de non glissement $\Leftrightarrow \|\vec{R}_t(2/1)\| \leq \mu_s \|\vec{R}_n(2/1)\|$

à la limite du glissement : $\|\vec{R}_{t_{max}}(2/1)\| = \mu_s \|\vec{R}_n(2/1)\|$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{m_1}}{m_1+m_2} \alpha t_0 = \mu_s \cancel{m_1} g$$

donc $\boxed{t_0 = (m_1+m_2) \frac{\mu_s g}{\alpha}}$

Exercice n°2 : A la limite de l'arc boutement le basculement



Il faut éviter le basculement !

ie $\dfrac{d\omega}{dt} = 0$ jusqu'à $\alpha = \alpha_l$

angle limite de glissement

$$\frac{d\vec{L}_I}{dt} = \vec{M}_I(\text{ext}) \Rightarrow \frac{d\vec{L}_I}{dt} = \underbrace{\vec{M}_I(\vec{R}_n)}_{=\vec{0}} + \underbrace{\vec{M}_I(\vec{R}_t)}_{=\vec{0}} + \vec{M}_I(\vec{P})$$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{L}_I}{dt} = \vec{IG} \wedge (m\vec{g}) = (\vec{IM} + \vec{MG}) \wedge (m\vec{g})$$

$$= \left(-R\vec{e}_x + \frac{H}{2}\vec{e}_z\right) \wedge (-mg\cos\alpha\,\vec{e}_z + mg\sin\alpha\,\vec{e}_x)$$

$$= \left(-mgR\cos\alpha + mg\frac{H}{2}\sin\alpha\right)\vec{e}_y$$

soit $$J_{\Delta y}\frac{d\omega}{dt} = mg\left(-R\cos\alpha + \frac{H}{2}\sin\alpha\right)$$

© : mise en basculement si $+\dfrac{d\omega}{dt} > 0$ soit $-R\cos\alpha + \dfrac{H}{2}\sin\alpha > 0$

$\Rightarrow \tan\alpha > \dfrac{2R}{H}$ ou plutôt $\dfrac{2R}{H} < \tan\alpha$ donc non basculement tant que $\dfrac{2R}{H} > \tan\alpha$.

Il faudra donc pour assurer le glissement avant le basculement que $\dfrac{2R}{H} > \tan\alpha_l = \mu_s$

soit $$\boxed{\frac{H}{R} < \frac{2}{\mu_s}}$$

En résumé : $\begin{cases} \text{glissement avant basculement} & \dfrac{H}{R} < \dfrac{2}{\mu_s} \\ \text{basculement — glissement} & \dfrac{H}{R} > \dfrac{2}{\mu_s} \end{cases}$

Exercice n°4 : Pellicule d'eau sous un ski

① (H) Pas d'eau sous le ski NB : $\left| \begin{array}{l} S_2 : \text{neige} \\ S_1 : \text{ski} \end{array} \right.$

$$P_{contact} = P_{contact}(\text{neige}/\text{ski}) + P_{contact}(\text{ski}/\text{neige})$$

$$= \left[\vec{R}_{2/1} \cdot \vec{v}(I_1)_{/R}\right] + \left[\vec{R}_{1/2} \cdot v(I_2)_{/R}\right]$$

$$= \vec{R}_{2/1} \cdot \vec{v}_g = R_{t_{21}} v_g < 0 \qquad (R_{t_{2/1}} < 0 \text{ algébrique})$$

or par TRC / skieur $\left| \begin{array}{l} R_n = mg \\ R_{t_{2/1}} = -\mu R_n = -\mu m g \end{array} \right.$

donc $\boxed{P_{contact} = -\mu m g v_g = -\mu m g V}$

② Quantité de chaleur dégagée par les actions de contact sur un déplacement $dx = V.dt$ soit une durée $dt = \frac{dx}{V}$

$$\delta W_{contact} = \delta Q_{contact} = P_{contact} \cdot dt = -\mu m g \cancel{V} \frac{dx}{\cancel{V}} = -\mu m g \, dx. \quad (1)$$

Par ailleurs $-\delta Q_{contact}$ permet la fusion d'une masse $dm = \rho L e \, dx$ de neige soit

$$\delta Q_{fusion} = -\delta Q_{contact} = dm \, L_f = \rho L e L_f \, dx. \quad (2)$$

Finalement :

$(1) \equiv (2)$: $\delta Q_{contact} + \delta Q_{fusion} = 0 \Rightarrow \rho L e L_f = \mu m g$

donc $\boxed{e = \dfrac{\mu m g}{\rho L L_f}}$