

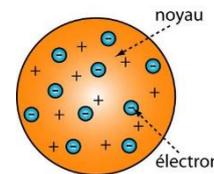
Devoir surveillé n° 4 :

Durée : 4h. Ce sujet comporte 3 problèmes indépendants. Calculatrice autorisée.

Mécanique : Modèle de l'électron élastiquement lié et couleur du ciel

Document n° 1 : Le modèle de l'atome selon Thomson

Dans le modèle de Thomson, l'atome est une sphère de centre O et de rayon a remplie d'une substance positive répartie uniformément dans laquelle se trouve les électrons chargés négativement.



A l'intérieur de la sphère, un électron, de vecteur position \vec{OM} , subit de la part des autres charges l'interaction électromagnétique dont on montre que la résultante est du type élastique : $\vec{F} = -k\vec{OM}$.

Document n° 2 : Phénomènes de diffusion atmosphérique et diffusion de Rayleigh

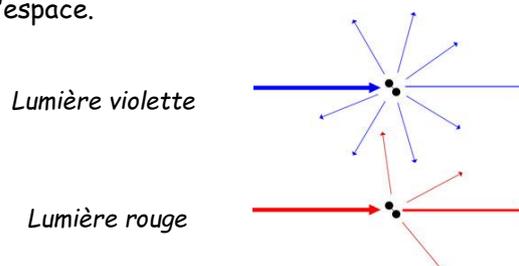
Certains phénomènes colorés dans le ciel (arc-en-ciel, couchers de soleil, aurores boréales, rayon vert...), autrefois à l'origine de mythes et légendes, sont aujourd'hui bien compris mais restent une source d'émerveillement. D'origines très variées, ces phénomènes optiques résultent d'un ensemble de phénomènes physiques liés aux rayonnements émis par le soleil et à leur interaction avec l'atmosphère terrestre. Le principal paramètre qui détermine le mécanisme physique mis en jeu est la taille des particules de l'atmosphère interagissant avec le rayonnement solaire, comme le montre le tableau ci-dessous.

Type de particule	Diamètre des particules	Mécanisme mis en jeu	Phénomènes observés
Molécules d'air	1 Å à 1 nm	Diffusion de Rayleigh	Bleu du ciel, rouge du crépuscule
Aérosols (polluants)	de 10 nm à 1 μm	Diffusion de Mie	Brouillard brun ("smog")
Gouttelettes d'eau ou cristaux de neige	de 10 μm à 100 μm	Diffusion de Mie et optique géométrique	Nuages blancs et neige blanche

FIGURE 1: Les phénomènes de diffusion atmosphérique dépendent de la taille des particules diffusantes.

Rayleigh, en 1900, a étudié les lois de la diffusion de la lumière et a proposé de modéliser les molécules de l'atmosphère comme des dipôles électriques oscillants. Il a ainsi prédit une évolution de la puissance diffusée en $1/\lambda^4$, indiquant que le violet est donc environ seize fois plus diffusé que le rouge.

La diffusion de Rayleigh est un phénomène linéaire et élastique, de sorte que la longueur d'onde diffusée est la même que la longueur d'onde incidente, et en première approximation, la lumière diffusée est réémise dans toutes les directions de l'espace.



Document n° 3 : Rayonnement solaire et atmosphère

- Le Soleil émet en continu un rayonnement dont le spectre est donné ci-dessous.

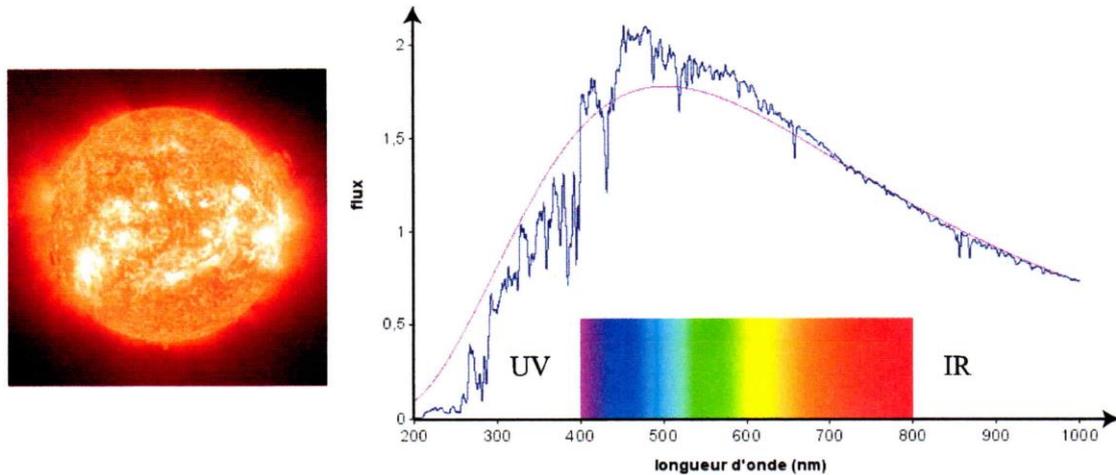


FIGURE 2: Spectre d'émission du soleil. L'unité de flux est $W.m^{-2}.nm^{-1}$ ce qui correspond à l'éclairement - par unité d'intervalle spectral en nm - reçu en un point proche de la Terre, hors de l'atmosphère.

- L'atmosphère en absorbe une large partie, de ce fait le rayonnement solaire nous parvenant est presque exclusivement réduit au visible.

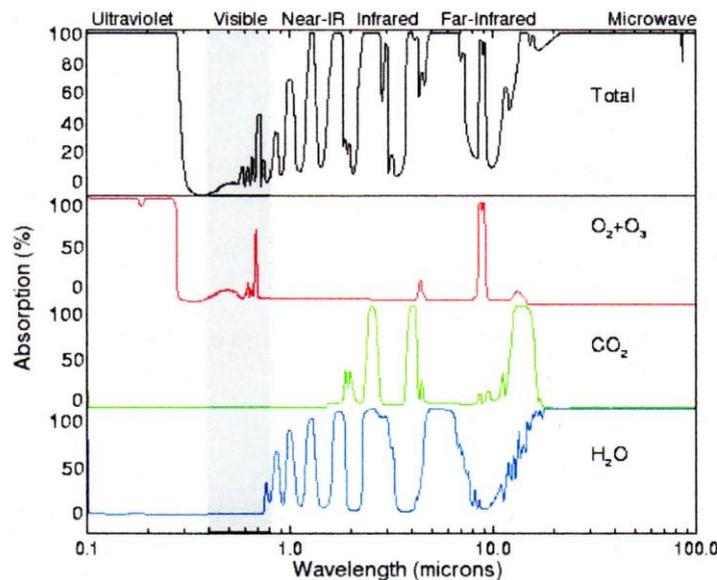
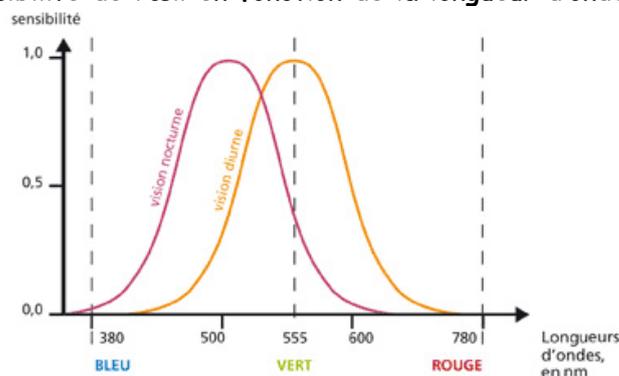


FIGURE 3: Spectre d'absorption de l'atmosphère et de ses principaux constituants.

- Lorsque le soleil est bas sur l'horizon, le trajet de la lumière solaire à travers l'atmosphère est plus important ; lorsque qu'il est par exemple situé à 4° au-dessus de l'horizon, la lumière solaire doit traverser une couche 12 fois plus épaisse que lorsque le soleil est au zénith.

Document n° 4 : Sensibilité de l'œil en fonction de la longueur d'onde



Pour simplifier le problème on suppose que l'électron est astreint à se déplacer le long d'un axe Ox, $\vec{OM} = xu_x$. La sphère est supposée fixe dans un référentiel galiléen propre à l'étude, auquel on associe le repère orthonormé direct $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$.

L'atome est ainsi ramené à un pendule élastique, O étant sa position d'équilibre stable. On néglige le poids de l'électron. Lors de son déplacement, l'électron subit également l'action d'une force de frottement de la forme $\vec{F}_f = -h\nu\vec{u}_x$ où $v = dx/dt$.

On donne : $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$; $k = 100 \text{ N/m}$; $h = 10^{-20} \text{ kg/s}$ et $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.

- 1) A l'aide du document 1, établir l'équation différentielle du mouvement de l'électron vérifiée par $x(t)$.
- 2) En déduire l'expression de la pulsation propre ω_0 et de la fréquence propre f_0 de cet oscillateur.
- 3) Calculer les valeurs de ω_0 et f_0 .
- 4) A l'aide d'une analyse dimensionnelle rappeler la relation entre la longueur d'onde dans le vide, la fréquence et la vitesse de la lumière dans le vide c . En déduire le domaine auquel appartient f_0 .
- 5) Exprimer puis calculer le facteur de qualité du système. Commenter.
- 6) En déduire la nature du mouvement.

Une onde lumineuse, provenant du Soleil, est caractérisée par un champ électrique supposé uniforme au sein de l'atome, $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t) \vec{u}_x$. On cherche à étudier l'action de cette onde sur l'électron d'un atome de l'atmosphère, décrit par le modèle de Thomson.

L'électron, de charge $-e$, subit à la date t , en plus des forces précédentes, la force $\vec{F}_e = -e\vec{E}$.

On donne : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

- 7) Etablir l'équation différentielle vérifiée par $x(t)$ et la mettre sous la forme canonique.

La solution de cette équation différentielle, en régime permanent, est de la forme :

$$x = X_m \cos(\omega t + \varphi).$$

On pose les grandeurs complexes associées à $E(t)$ et $x(t)$: $\underline{E} = E_0 e^{j\omega t}$ et $\underline{x} = X_m e^{j(\omega t + \varphi)}$.

- 8) Donner l'équation vérifiée par la grandeur complexe \underline{x} .
- 9) Déterminer l'expression de l'amplitude X_m en fonction de ω .
- 10) Calculer les valeurs des pulsations extrêmes du domaine du visible ω_{rouge} et ω_{violet} .
- 11) En déduire que l'expression de l'amplitude peut être réduite à $X_m \approx \frac{eE_0}{m\omega_0^2}$.
- 12) Sachant que l'électron émet, dans toutes les directions, un rayonnement électromagnétique dont la puissance moyenne P est proportionnelle au carré de l'amplitude de son accélération, exprimer le rapport $\frac{P_{\text{violet}}}{P_{\text{rouge}}}$. Faire l'application numérique et conclure.

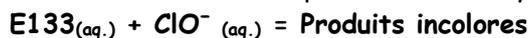
A l'aide des documents fournis et des résultats précédents, répondre aux questions suivantes.

- 13) De quelle couleur est le ciel sur la Lune ? Justifier.
- 14) Pourquoi le ciel apparaît-il bleu et non violet ?
- 15) Pourquoi les couchers de soleil sont-ils rouges par temps clair ?

Chimie : Cinétique de décoloration par l'eau de Javel (inspiré de CCP MP 2016)

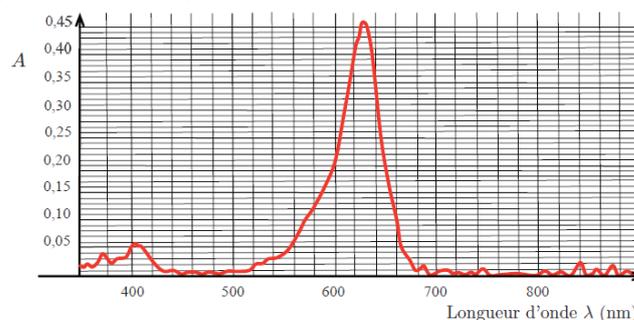
L'eau de Javel est une solution à base d'ions hypochlorite ClO^- capable de décomposer de nombreuses substances organiques comme le bleu brillant (E133), colorant alimentaire fréquemment rencontré dans les boissons et les sucreries de couleur bleue.

La cinétique de la décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite d'équation :



est suivie par spectrophotométrie en mesurant l'absorbance A de la solution au cours du temps à une longueur d'onde donnée.

On suppose que la vitesse de la réaction v peut se mettre sous la forme : $v = k \times [\text{E133}]^a [\text{ClO}^-]^b$

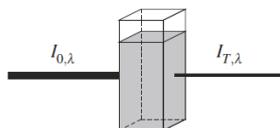
Document n° 1 : Spectre d'absorption du bleu brillant

Absorbance A du bleu brillant en fonction de la longueur d'onde λ exprimée en nm.

Document n° 2 : Absorbance d'une solution

Lorsqu'une solution est traversée par un rayonnement polychromatique, elle peut atténuer l'intensité des radiations à certaines longueurs d'onde : on dit qu'elle absorbe ces radiations.

Un faisceau de lumière monochromatique (de longueur d'onde λ) d'intensité incidente $I_{0,\lambda}$ traverse une longueur ℓ de solution limpide placée dans une cuve.



Représentation d'une cuve traversée par un faisceau incident d'intensité $I_{0,\lambda}$.

Une partie de la radiation est absorbée par la solution, l'autre est transmise et son intensité est notée $I_{T,\lambda}$. L'absorbance de la solution est $A = \log \left(\frac{I_{0,\lambda}}{I_{T,\lambda}} \right)$.

Les 2 parties sont indépendantes**Suivi spectrophotométrique de la réaction**

- 1) Quelle longueur d'onde de travail λ faut-il choisir pour réaliser les mesures d'absorbance lors de la réalisation de la gamme de solutions étalons ?
- 2) On suppose qu'à la longueur d'onde de travail, seul le bleu brillant E133 absorbe. Quel lien existe-t-il entre cette longueur d'onde et la couleur d'une solution de bleu brillant ?
- 3) L'absorbance est proportionnelle à la concentration de l'espèce absorbante selon la loi de Beer-Lambert $A = \epsilon \ell [\text{E133}]$, où ℓ est la longueur de la cuve, ϵ le coefficient d'absorption molaire et $[\text{E133}]$ la concentration en composé coloré E133. Une gamme étalon est réalisée à partir d'une série de solutions de bleu brillant de concentrations c connues. L'absorbance A

de chaque solution est mesurée dans une cuve en plastique de 1 cm d'épaisseur à la longueur d'onde de travail. Les valeurs obtenues sont reportées dans le tableau ci-dessous. La loi de Beer-Lambert est-elle vérifiée ?

A	0	0,234	0,347	0,456	0,582
$c (10^{-6} \text{ mol.L}^{-1})$	0	1,89	2,83	3,78	4,72

4) En quoi la spectrophotométrie est une technique de choix pour le suivi de cette réaction ?

Etude cinétique

Protocole expérimental :

A l'instant $t = 0 \text{ min}$, on place dans un bécher de 50 mL un volume $V_1 = 25,0 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse de bleu brillant (E133) de concentration molaire volumique $c_1 = 4,54 \times 10^{-6} \text{ mol.L}^{-1}$ et un volume $V_2 = 1,00 \text{ mL}$ d'une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{ClO}^-_{(aq)} + \text{Na}^+_{(aq)}$) de concentration molaire volumique $c_2 = 1,33 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$.

- 5) Calculer les concentrations initiales de bleu brillant et de ClO^- .
- 6) Montrer que les conditions initiales utilisées vont permettre de déterminer la valeur de l'ordre partiel par rapport au bleu brillant. Dans quelle situation cinétique se trouve-t-on ?
- 7) Montrer alors que la vitesse de réaction v peut se mettre sous une forme simplifiée. On notera k_{app} la constante apparente de vitesse.

Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	0	2.5	5	7.5	10	15
A	0.582	0.275	0.138	0.069	0.034	0.009

- 8) Montrer que si la réaction est d'ordre 1 par rapport au bleu brillant (E133), l'équation suivante est vérifiée : $\ln(A/A_0) = -k_{\text{app}}t$ où A et A_0 représentent respectivement les valeurs de l'absorbance à l'instant t et à l'instant initial $t = 0 \text{ min}$ et où k_{app} est la constante apparente de vitesse de la réaction.
- 9) Déterminer la valeur de k_{app} à 298 K.
- 10) Afin de déterminer l'ordre partiel b , supposé non nul, par rapport aux ions hypochlorite ClO^- , on réalise le même protocole expérimental que précédemment en utilisant toutefois une solution aqueuse d'hypochlorite de sodium ($\text{ClO}^-_{(aq)} + \text{Na}^+_{(aq)}$) de concentration molaire volumique $c_3 = 6,65 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$. Les résultats de l'étude expérimentale menée à 298 K sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

t (min)	2.5	5	7.5	10	12.5	15
A	0.389	0.275	0.195	0.138	0.097	0.069

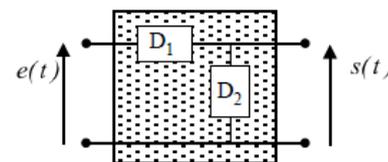
Montrer alors que ces nouvelles conditions initiales s'avèrent suffisantes pour déterminer la valeur de l'ordre partiel b par rapport aux ions hypochlorite.

- 11) En déduire la valeur de la constante de vitesse k de la réaction de décomposition du bleu brillant en présence d'ions hypochlorite.

Electrocinétique : Modélisation et analyse d'un filtrage

Un quadripôle est constitué de deux dipôles D_1 et D_2 , disposés comme l'indique la figure.

Seules les bornes d'entrée et de sortie sont accessibles à l'expérimentateur. Ce dernier alimente le filtre par un générateur de tension sinusoïdale parfait $e(t) = E \cos(\omega t)$, et effectue une étude en fréquence de la réponse du système.



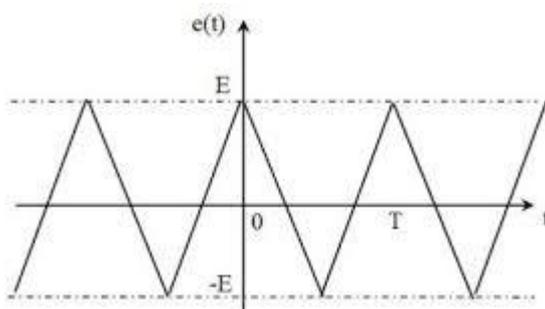
Il relève le tracé expérimental fourni en annexe qui a été modélisé à l'aide de la fonction de transfert :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}$$

- 1) Quelle est la nature du filtre ?
- 2) Que représentent les grandeurs ω_0 et Q ? Déterminer graphiquement leurs valeurs numériques.

Effet du filtre sur un signal non sinusoïdal.

- 3) On applique un signal triangle avec $T = 2.6$ ms et d'amplitude $E = 1$ V tel que :



$$e(t) = \frac{8}{\pi^2} \left[\cos(\omega t) + \frac{1}{3^2} \cos(3\omega t) + \frac{1}{5^2} \cos(5\omega t) + \dots \right]$$

- a) Donner l'allure du spectre de $e(t)$.
 - b) En faisant une analyse qualitative, quelle serait la forme du signal en sortie ?
 - c) Vérifier par le calcul. Conclure.
- 4) **Résolution de problème** : Détermination des composants du filtre.

Ne pas négliger cette partie, vous serez évalué sur la qualité de votre raisonnement.

On sait que le constructeur a utilisé pour construire le filtre un seul résistor de résistance R , un seul condensateur de capacité C et une seule bobine d'inductance L . Ces trois dipôles ont été associés en série ou en parallèle de façon à former les dipôles D_1 et D_2 .

Pour avoir des informations supplémentaires sur le filtre, l'expérimentateur relie l'entrée du filtre à un générateur de tension continu de f.é.m. $U_0 = 15$ V, la sortie étant ouverte. Il mesure alors en régime établi un courant d'entrée d'intensité $I_0 = 15$ mA.

- a) Déterminer la disposition des composants dans le quadripôle. Expliquer précisément votre raisonnement.
- b) Déterminer la valeur numérique des composants.

ANNEXE

