

Devoir surveillé n°5 :

Durée : 4h

PHYSIQUE**Exercice n°1 : Mécanique d'un vol d'avion (inspiré de concours TSI 2015)**

On étudie différentes phases du vol d'un avion de masse $m = 2,3 \times 10^3$ kg, en l'absence de vent, dans le référentiel terrestre (\mathcal{R}) supposé galiléen auquel on associe un système d'axes cartésien dont Oz constitue la verticale ascendante.

La trajectoire et la configuration de vol de l'avion dans l'espace sont définis à l'aide de trois angles orientés représentés figure 3 :

- La pente, angle de l'horizontale vers la trajectoire de l'avion ;
- L'assiette A , angle de l'horizontale vers l'axe longitudinal de l'avion ;
- L'incidence i , angle de la trajectoire de l'avion vers son axe longitudinal.

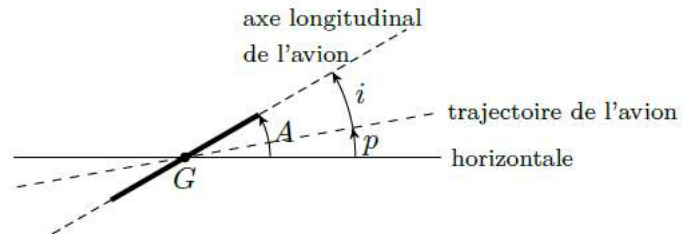


Figure 3

Pour simplifier l'étude, on ne s'intéresse qu'au mouvement du centre d'inertie G de l'avion, soumis aux forces suivantes :

- Son poids ;
- La force de traction de l'hélice \vec{F}_m , entraînée par le moteur, dont la direction est celle de l'axe longitudinal de l'avion ;
- La résultante des forces aérodynamiques, contenue dans le plan de symétrie de l'avion, décomposée en portance \vec{F}_p et traînée \vec{F}_t :

- La portance, perpendiculaire à la trajectoire de l'avion, de norme $F_p = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_p$

- La traînée, de même direction que la trajectoire mais s'opposant au mouvement de l'avion, de norme

$$F_t = \frac{1}{2} \rho S v^2 C_t$$

Où $\rho = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ est la masse volumique de l'air supposée constante et égale à celle mesurée au niveau de la mer, $S = 220 \text{ m}^2$ est l'aire de la surface des ailes de l'avion projetée sur le plan horizontal et v est la vitesse de l'avion par rapport à l'air.

L'intensité du champ de pesanteur supposé uniforme est $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Les coefficients sans dimension C_p et C_t ne dépendent que de l'incidence i . Pour une incidence nulle ($i = 0^\circ$), ces coefficients vérifient : $C_p = 0,24$ et $C_t = 0,008$.

Lors de l'étude du mouvement de l'avion dans différentes configurations, on évalue les efforts mécaniques subis par la structure en déterminant le facteur de charge η défini comme le rapport de la norme de la portance sur la norme du poids.

Compte tenu de la résistance des matériaux, la conception mécanique de la structure impose une borne supérieure η_{\max} au facteur de charge de l'ordre de 2.

1) Vol en montée

Après avoir quitté le sol, l'avion est animé d'un mouvement rectiligne uniforme en montée avec une pente p à incidence nulle $i=0^\circ$. Le pilote impose au moteur de l'avion une puissance constante P_m .

- Faire un schéma de la configuration de vol en y représentant les forces.
- Déterminer la relation vectorielle qui lie les forces s'exerçant sur l'avion puis projeter cette relation sur l'axe longitudinal de l'avion et sur l'axe qui lui est perpendiculaire.
- En déduire que la relation liant la vitesse v de l'avion à l'assiette A s'écrit : $v = \sqrt{\frac{2mg \cos A}{\rho S C_p}}$
- Exprimer la puissance du moteur P_m en fonction de F_m , norme de \vec{F}_m et v .

On admet que la relation entre l'assiette A et la puissance P du moteur s'écrit :

$$P_m = P_{m0} (\cos A + f_0 \sin A) \sqrt{\cos A} \quad \text{avec} \quad f_0 = \frac{C_p}{C_t} \quad \text{et} \quad P_{m0} = mg \frac{C_t}{C_p} \sqrt{\frac{2mg}{\rho S C_p}}$$

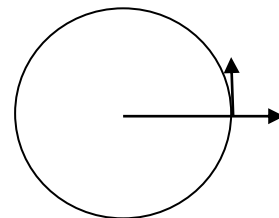
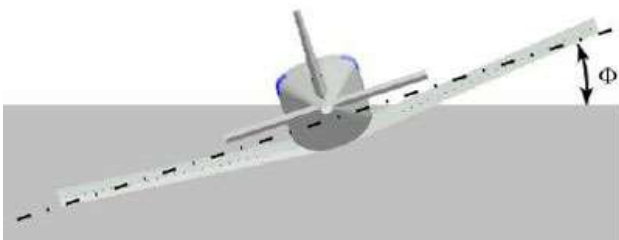
- Vérifier par analyse dimensionnelle la cohérence de l'expression de P_{m0} puis calculer numériquement f_0 et P_{m0} .

Le pilote impose une puissance du moteur égale à sa valeur maximale $P_{\max} = 50\text{kW}$

- Déterminer une expression approchée de P_m à l'aide d'un développement limité, sachant que l'assiette ne dépasse généralement pas 10° . En déduire la valeur numérique de l'assiette A .
- Déterminer la relation liant la vitesse ascensionnelle v_z de l'avion à l'assiette A . Calculer sa valeur numérique.
- Déterminer l'expression du facteur de charge η en montée en fonction de l'assiette A . Commenter le résultat.

2) Vol en virage

L'avion effectue maintenant un virage circulaire en palier ($p=0^\circ$), avec une incidence nulle ($i=0^\circ$) et à vitesse v constante. Pour réaliser ce virage, le pilote incline l'avion d'un angle Φ (le plan moyen des ailes est incliné de Φ par rapport au plan horizontal).



- Exprimer le vecteur position de G dans la base polaire.
- En déduire le vecteur vitesse puis le vecteur accélération. On pourra noter $\dot{\theta}$ la vitesse angulaire.
- Exprimer le vecteur accélération dans la base polaire en fonction de la vitesse v et du rayon R du virage.
- L'avion étant incliné pour effectuer le virage, faire un schéma de la configuration de vol en y représentant les forces.
- Déterminer la relation vectorielle qui lie les forces s'exerçant sur l'avion.
- Exprimer le rayon R du virage en fonction de la vitesse v de l'avion, de l'angle d'inclinaison Φ et de g .
- Déterminer l'expression du facteur η de charge en virage en fonction de Φ .
- Sachant que la conception structurale de l'avion impose une borne supérieure au facteur de charge η_{\max} , déterminer l'expression du rayon minimal du virage que le pilote peut faire prendre à l'avion en toute sécurité.

Exercice n°2 : Mise en route d'une machine tournante**1) Régime transitoire**

Initialement immobile, une machine tournante de moment d'inertie J par rapport à son axe est soumise à partir de l'instant $t = 0$ à l'action d'un couple moteur de moment $C = C_0$ constant.

- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la vitesse angulaire de la machine, ω , en supposant que l'ensemble des forces de frottement a un moment de la forme $-k\omega$.
- Identifier le temps de relaxation τ et la vitesse angulaire ω_0 en régime permanent du système.
- Donner l'expression de ω en fonction du temps, de ω_0 et de τ .
- Exprimer la durée au bout de laquelle le régime permanent est atteint à 95%.
- Tracer l'allure de l'évolution $\omega(t)$.

2) Influence d'une vibration

On reprend l'étude précédente en supposant que, en raison de vibrations indésirables, le couple moteur n'est plus une constante mais est modulé à la fréquence $f = \Omega/2\pi$ avec un taux de modulation η : $C = C_0 (1 + \eta \cos(\Omega t))$.

- A partir de l'équation différentielle vérifiée par ω , établir celle vérifiée par la fonction $\varepsilon(t)$ telle que : $\omega(t) = \omega_0 (1 + \varepsilon(t))$
- Justifier qu'au bout d'un temps suffisant, $\varepsilon(t)$ est une fonction sinusoïdale de pulsation Ω que l'on cherchera sous la forme : $\varepsilon(t) = a \cos(\Omega t + \varphi)$.
- Déterminer les constantes a et φ en fonction Ω et des données τ , C_0 et η .
On pourra dans cette question utiliser les notations complexes. Il faudra pour cela définir clairement les notations utilisées.

3) Rôle d'un volant d'inertie

A l'aide des expressions précédentes, expliquer pourquoi, de façon à régulariser le fonctionnement d'une machine tournante, on adjoint aux parties tournantes un anneau massif et de grand rayon appelé volant d'inertie.

CHIMIE : PLUIES ACIDES

L'eau de pluie est naturellement acide : en effet, dans l'eau, le CO_2 dissout se présente sous la forme d'un diacide (CO_2 , H_2O) ou $CO_{2(aq)}$ équivalent à H_2CO_3 , et donne lieu à des équilibres acido-basiques. La teneur en CO_2 de l'air, naturellement de 0,035 %, varie avec la température, la pression et le milieu (agglomération, industries, ...) et peut atteindre 0,10 %.

Constantes d'acidité K_a : H_2CO_3 / HCO_3^- : $pK_{a1} = 6,4$; HCO_3^- / CO_3^{2-} : $pK_{a2} = 10,3$

Produit ionique de l'eau K_e : $pK_e = 14$

A. Calcul du pH d'une eau de pluie. (TSI CCP 2011)

On considère de l'eau de pluie en équilibre avec le $CO_{2(g)}$ de l'atmosphère, à 298 K, la pression totale étant de 1 bar et la teneur en $CO_{2(g)}$ de 0,035 %.

- Quelle est la pression partielle de $CO_{2(g)}$ à l'équilibre ?
- L'équilibre $CO_{2(g)} = CO_{2(aq)}$ a pour constante d'équilibre à 298 K° = $3,37 \cdot 10^{-2}$. Calculer à 298 K la concentration en $CO_{2(aq)}$ dans l'eau de pluie, à l'équilibre.
- Ecrire la réaction entre le $CO_{2(aq)}$ et l'eau. Pour simplifier, on pourra écrire H_2CO_3 .
- Calculer sa constante d'équilibre.
- A partir de la concentration en $CO_{2(aq)}$ (ou H_2CO_3) à l'équilibre calculé au 2), déterminer la concentration en ion oxonium à l'équilibre. En déduire le pH de l'eau de pluie.

- 6) Dans le calcul précédent, on n'envisage que la première acidité du dioxyde de carbone dissout. Vérifier sans calcul que l'espèce CO_3^{2-} est effectivement négligeable à ce pH.

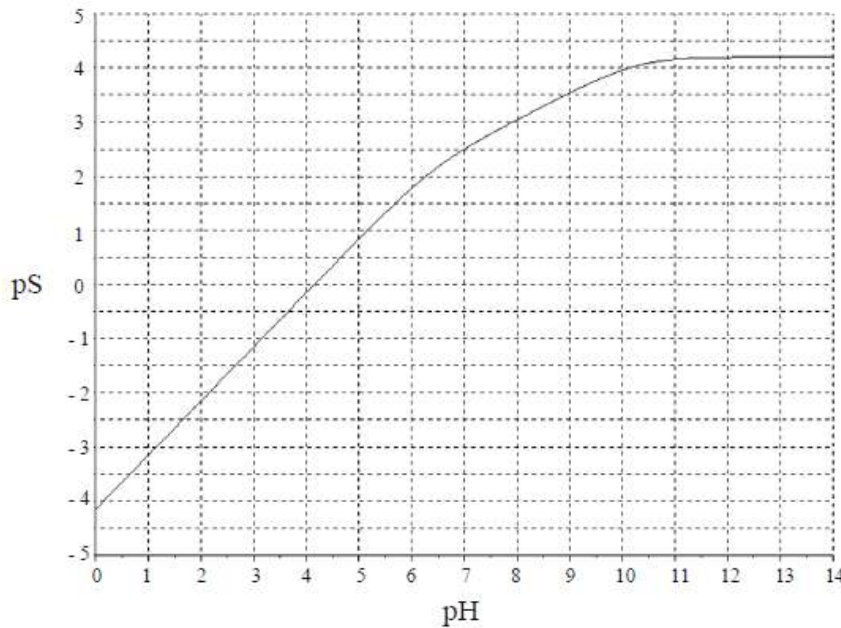
B. Problèmes causés par les pluies acides (TSI CCP 2015 et 2011)

Les pluies constituées d'une eau ainsi acidifiée peuvent être néfastes sur la faune et la flore, mais aussi sur les bâtiments et édifices élaborés par les hommes.

- 1) Les rejets de dioxyde de carbone liés à l'activité humaine entraînent une acidification des océans qui pourrait avoir de lourds impacts sur la survie des organismes marins calcaires. Actuellement, l'eau de mer a un pH compris entre 8,1 et 8,3 mais les scientifiques s'attendent à une diminution du pH de 0,3 dans cent ans.

- a) Sous quelle forme prédomine le $CO_{2(aq)}$ dissous dans l'océan ?
- b) Justifier que la dissolution du dioxyde de carbone dans l'océan conduit à une diminution du pH.
- c) La réaction de dissolution du carbonate de calcium (calcaire) $CaCO_{3(s)}$ dans l'eau est :
 $CaCO_{3(s)} = Ca^{2+(aq)} + CO_3^{2-(aq)}$.

On note S la solubilité molaire du carbonate de calcium et $pS = -\log(S)$. On ci-après donne le graphe représentant pS en fonction du pH pour la solubilité du carbonate de calcium.



Déduire de ce graphe l'effet d'une augmentation de la concentration en dioxyde de carbone sur les organismes calcaires de l'océan.

- 2) Un taux de CO_2 accru dans l'atmosphère provoque la dégradation accélérée des ouvrages en béton armé via la carbonatation qu'il induit.

La prise du ciment pour fabriquer du béton s'effectue lorsque l'on verse de l'eau sur un mélange composé de poudre de ciment et de charge (sable et granulats). Elle consiste en un durcissement conduisant, à partir du silicate tricalcique (Ca_3SiO_5) du ciment, à la formation de deux espèces chimiques : le silicate tricalcique hydraté ($Ca_3Si_2O_7 \cdot 3H_2O$) et l'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_{2(s)}$.

C'est l'hydroxyde de calcium $Ca(OH)_{2(s)}$ qui confère au béton son caractère basique. L'ordre de grandeur du pH dans le béton est donné par le pH d'une solution aqueuse saturée en $Ca(OH)_{2(s)}$.

Produits de solubilité K_s : $Ca(OH)_{2(s)} : pK_s = 5,2$.

- a) Ecrire la réaction de dissolution de $Ca(OH)_{2(s)}$ dans l'eau pure.

- b) Calculer la solubilité de $\text{Ca}(\text{OH})_{2(s)}$.
- c) En déduire le pH d'une solution saturée en $\text{Ca}(\text{OH})_{2(s)}$.
- 3) Les activités humaines ont augmenté de manière considérable les concentrations en oxydes d'azote (NO_2) et dioxyde de soufre (SO_2) dans l'atmosphère. Sous l'action de radicaux très réactifs, ces oxydes se transforment en acide nitrique HNO_3 et acide sulfurique H_2SO_4 qui retombent sous forme de pluies acides.

Formation d'acide nitrique dans l'atmosphère

- a) Ecrire les demi-équations des couples suivants : NO_2/NO , HNO_3/NO_2 et $\text{O}_2 / \text{H}_2\text{O}$.
- b) En déduire l'équation de la réaction redox entre le dioxyde d'azote et le dioxygène.

Solution aqueuse d'acide nitrique

- c) Ecrire l'équation de la réaction acido-basique de l'acide nitrique avec l'eau.
- d) Le pH d'une solution d'acide nitrique de concentration initiale $C_0 = 2,0 \times 10^{-3} \text{ mol.L}^{-1}$ vaut $\text{pH} = 2,7$. Montrer que l'acide nitrique est un acide fort.
- e) Quelle est donc l'espèce chimique la plus acide effectivement présente dans une solution aqueuse d'acide nitrique ?

Analyse d'un effluent

On dose un effluent gazeux issu d'une cheminée industrielle et contenant du SO_2 avant traitement pour rejet à l'air libre. Pour cela on fait barboter 1m^3 de gaz de gaz dans 250 mL d'eau distillée pour dissoudre tous les gaz solubles dans l'eau. La solution obtenue est transférée dans un erlenmeyer puis dosée par une solution de permanganate de potassium de concentration 10^{-3} mol/L .

Données : Couples : $\text{MnO}_4^- / \text{Mn}^{2+}$, $\text{SO}_4^{2-} / \text{SO}_2$

- f) Quels sont les nombres d'oxydation du soufre dans les molécules SO_2 et SO_4^{2-} ?
- g) Ecrire l'équation mise en jeu entre MnO_4^- et SO_2 .

La réaction est totale. Pour faire réagir totalement le SO_2 (équivalence du dosage) il faut verser 18.8 mL de solution de permanganate.

- h) Calculer la quantité de matière d'ion permanganate ajoutés pour atteindre l'équivalence.
- i) En déduire la quantité de matière de dioxyde de soufre qui a réagi.
- j) En déduire la masse de ce gaz contenue dans l'effluent dosé. ($M(\text{S})=32\text{g/mol}$; $M(\text{O})=16 \text{ g/mol}$).
- k) La norme recommandée par l'O.M. S est $50 \mu\text{g} / \text{m}^3$. Ce gaz devra-t-il être épuré ?