



DS10 – CORRIGÉ

D.Malka – MPSI 2016-2017 – Lycée Saint-Exupéry

16.06.2017

Problème 1 – Cycle de fonctionnement d'une centrale nucléaire du futur

1.

$$\begin{cases} +C_{P,m} = C_{V,m} + R \\ \gamma = \frac{C_{P,m}}{C_{V,m}} \end{cases} \Rightarrow C_{V,m} = \frac{R}{\gamma - 1} \quad \text{et} \quad C_{P,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}$$

2. Pour une transformation isentropique :

$$\Delta S_m = C_{P,m} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) - R \ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{\gamma}{\gamma - 1} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) - \ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) - \ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{T_B}{T_A} \right) - \beta \ln \left(\frac{P_B}{P_A} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln \left(\frac{T_B P_A^\beta}{T_A P_B^\beta} \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{P_A^\beta T_B}{P_B^\beta T_A} = 1$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\frac{T_A}{p_A^\beta} = \frac{T_B}{p_B^\beta}} \quad \text{avec} \quad \beta = \frac{\gamma - 1}{\gamma}$$

A.N. : $\gamma = 1,67$ et $\beta = 0,40$.

3. 1 → 2 : compression adiabatique réversible du gaz parfait donc isentropique. La loi précédente est valable soit :

$$\frac{T_1}{p_1^\beta} = \frac{T_2}{p_2^\beta}$$

$$\boxed{T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^\beta}$$

A.N. : $T_1 = 300 \text{ K}$, $p_1 = 20 \text{ bar}$, $p_2 = 80 \text{ bar}$ donne $T_2 = 522 \text{ K}$. $T_2 > T_1$ ce qui est cohérent car au cours de la compression adiabatique l'enthalpie du gaz augmente et donc sa température également.

3 → 4 : détente adiabatique réversible du gaz parfait donc isentropique. La loi précédente est valable soit :

$$\frac{T_3}{p_3^\beta} = \frac{T_4}{p_4^\beta}$$

$$\Leftrightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_4}{p_3} \right)^\beta$$

avec $p_4 = p_1$ et $p_3 = p_2$:

$$\Leftrightarrow T_4 = T_3 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\beta$$

A.N. : $T_3 = 1300 \text{ K}$, $p_1 = 20 \text{ bar}$, $p_2 = 80 \text{ bar}$ donne $T_4 = 747 \text{ K}$. $T_4 < T_3$ ce qui est cohérent car au cours de la détente adiabatique l'enthalpie du gaz diminue et donc sa température également.

4. Cycle de Brayton sur un diagramme $p = f(V_m)$: fig.1.

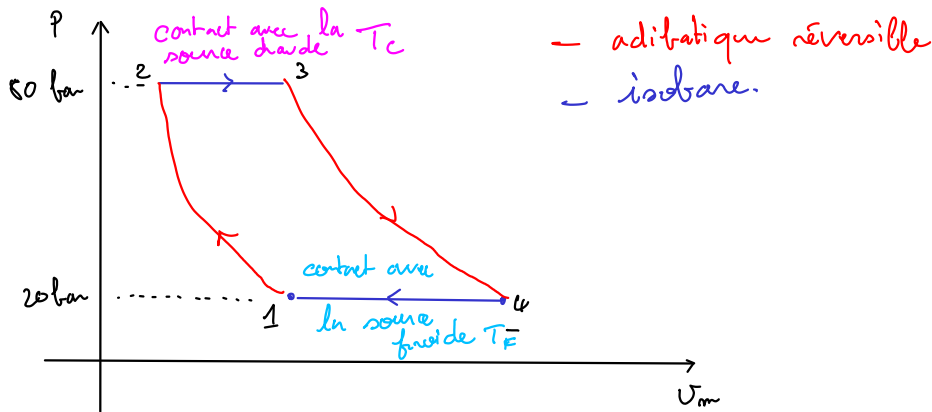


FIGURE 1 – Cycle de Brayton

5. Le fluide est en contact avec la source chaude le long de l'échangeur 2 – 3 car il s'échauffe, passant de la température $T_2 = 446 \text{ K}$ à la température $T_3 = 1300 \text{ K}$, en l'absence de travail. La température de la source chaude vaut 1300 K .

Le fluide est contact avec la source froide le long de l'échangeur 4 – 1 car il se refroidit passant, de la température $T_4 = 875 \text{ K}$ à la température $T_1 = 300 \text{ K}$, en l'absence de travail. La température de la source froide vaut 300 K .

6. Travail molaire $W_{12,m}$ échangés avec l'extérieur lors de la transformation $1 \rightarrow 2$.

D'après le premier principe :

$$\Delta H_{12,m} = Q_{12,m} + W_{12,m}$$

La transformation est adiabatique donc $Q_{12,m} = 0$.

$$\text{Pour le gaz parfait : } \Delta H_{12,m} = C_p, m(T_2 - T_1) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$$

Finalement :

$$W_{12,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_2 - T_1)$$

A.N. : $W_{12,m} = 4,46 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Positif : cohérent avec une compression.

Travail molaire $W_{34,m}$ échangés avec l'extérieur lors des transformations $3 \rightarrow 4$.

D'après le premier principe :

$$\Delta H_{34,m} = Q_{34,m} + W_{34,m}$$

La transformation est adiabatique donc $Q_{34,m} = 0$.

$$\text{Pour le gaz parfait : } \Delta H_{34,m} = C_p, m(T_4 - T_3) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_4 - T_3)$$

Finalement :

$$W_{34,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_4 - T_3)$$

A.N. : $W_{34,m} = -11,49 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Négatif : cohérent avec une détente.

7. Transfert thermique molaire reçus $Q_{23,m}$:

D'après le premier principe :

$$\Delta H_{23,m} = Q_{23,m} + W_{23,m}$$

Aucun travail utile dans l'échangeur $W_{23,m} = 0$.

Pour le gaz parfait : $\Delta H_{23,m} = C_p, m(T_3 - T_2) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$

Finalement :

$$Q_{23,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$$

A.N. : $Q_{23,m} = 16,2 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Positif : le fluide reçoit de l'énergie de la source chaude par transfert thermique .

Transfert thermique molaire reçus $Q_{41,m}$:

D'après le premier principe :

$$\Delta H_{41,m} = Q_{41,m} + W_{41,m}$$

Aucun travail utile dans l'échangeur $W_{41,m} = 0$.

Pour le gaz parfait : $\Delta H_{41,m} = C_p, m(T_1 - T_4) = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_4 - T_1)$

Finalement :

$$Q_{41,m} = \frac{\gamma R}{\gamma - 1}(T_1 - T_4)$$

A.N. : $Q_{41,m} = -9,3 \text{ kJ.mol}^{-1}$. Négatif : le fluide cède de l'énergie à la source froide par transfert thermique .

8. Efficacité du moteur :

$$e = \left| \frac{W_{34,m} + W_{12,m}}{Q_{23}} \right|$$

A.N. : $e = 42,5\%$

9. Travail reçu au cours d'un cycle :

$$W_m = W_{12,m} + W_{34,m} = C_p (T_2 - T_1 + T_4 - T_3)$$

avec $T_2 = T_1 r_p^\beta$ et $T_4 = T_3 r_p^{-\beta}$:

$$W_m = \frac{\gamma R}{\gamma - 1} (T_1 (1 - r_p^\beta) + T_3 (r_p^{-\beta} - 1))$$

10. Montrons que la valeur absolue du travail passe par une valeur maximale pour un rapport des pressions r_p à déterminer. On résout :

$$\left(\frac{\partial W_m}{\partial r_p} \right)_{T_1, T_3} = 0$$

Après calcul, on trouve que W_m est maximal pour :

$$r_{pm} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{1}{2\beta}}$$

A.N. : $r_{pm} = 6,25$.

11. On montre que l'efficacité peut s'écrire :

$$e_m = 1 - \frac{1}{r_p^\beta}$$

A.N. : $e_m = 52\%$. C'est plus que calculé pour $r_p = 4 \text{ bar}$ ($42,5\%$) ce qui est cohérent.

12. Efficacité maximale de Carnot :

$$e_{rev} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

A.N. : $e_{rev} = 77\%$. $e_m < e_{rev}$ ce qui est cohérent puisque le cycle de Brayton n'est pas réversible (irréversibilité des transferts thermiques entre le système et les sources froides et chaudes).

Problème 2 – Etude sommaire d'une pompe à chaleur

- Graphiquement, la transformation 1 – 2 suit une isentropique. On sait qu'elle est adiabatique, on en déduit donc qu'elle est réversible.
- D'après le 1er principe :

$$\Delta_{34}h = q_{34} + w_{34}$$

Or il n'y a ni travail, ni transfert thermique au cours de la détente 3 – 4. Donc :

$$\Delta_{34}h = 0$$

La détente est isenthalpique.

- Par lecture graphique :

	$h(kJ.kg^{-1})$	$p(bar)$	$\theta(^{\circ}C)$	Etat
1	402	3	5	G
2	425	10	50	G
3	255	10	40	L
4	255	3	0	L+G

- Efficacité de la pompe à chaleur :

$$e = \left| \frac{q_{23}}{w} \right| = -\frac{q_{23}}{w}$$

- Avec, d'après le 1er principe :

$$- q_{23} = h_3 - h_2,$$

$$- w = h_2 - h_1.$$

D'où :

$$e = \left| \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1} \right|$$

A.N. : $e = 7,4$

- Sur un cycle :

$$- \text{1er principe : } w + q_{23} + q_{41} = 0,$$

$$- \text{2ème principe : } \frac{q_{23}}{T_3} + \frac{q_{41}}{T_1} \leq 0.$$

- Efficacité de Carnot d'une pompe à chaleur.

$$e = \left| \frac{q_{23}}{w} \right| = -\frac{q_{23}}{w} = \frac{q_{23}}{q_{23} + q_{41}} = \frac{1}{1 + \frac{q_{41}}{q_{23}}}$$

La pompe à chaleur fonctionne de façon réversible donc $\frac{q_{23}}{T_3} + \frac{q_{41}}{T_1} = 0$ soit :

$$\frac{q_{41}}{q_{23}} = \frac{T_1}{T_3}$$

D'où

$$e_{rev} = \frac{1}{1 - \frac{T_1}{T_3}}$$

A.N. $e_{rev} = 8,9$ supérieur au rendement déterminer précédemment sur un cycle irréversible.

8. Débit massique du fluide permettant d'assurer une puissance de chauffage de 4 kW.

On veut $P_{23} = -4 \text{ kW}$. Or $P_{23} = D_m q_{23} = D_m (h_3 - h_2)$ d'où :

$$D_m = \frac{P_{23}}{h_3 - h_2}$$

A.N. : $D_m = 23,5 \text{ g.s}^{-1}$

Puissance électrique P_e de l'alimentation la pompe à chaleur.

En supposant une conversion électromécanique de rendement 1 au niveau du compresseur : $P_e = P_m$ où P_m est la puissance mécanique du compresseur.

Or par définition du rendement thermodynamique $P_{23} = e P_m$ d'où :

$$P_e = \frac{P_{23}}{e}$$

A.N. : $P_e = 520 \text{ W}$.

Problème 3 – Aciers inoxydables

1. L'élément chrome.

1.1 $Cr : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^4$

1.2 En fait, une sous-couche électronique demi-pleine étant stabilisante, la configuration électronique de l'atome de chrome dans son état fondamental est :

$Cr : 1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$

2. Acier inoxydable

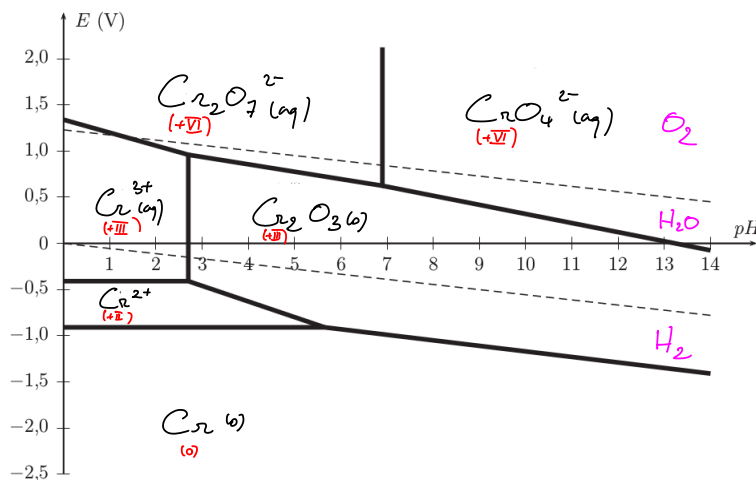
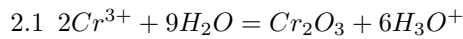
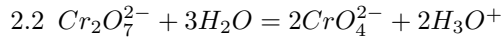


FIGURE 2 – Diagramme E-pH du chrome



donc Cr^{3+} / Cr_2O_3 est un couple acide-base dans lequel Cr^{3+} est l'acide et Cr_2O_3 la base.



donc $Cr_2O_7^{2-} / 2CrO_4^{2-}$ est un couple acide-base dans lequel $Cr_2O_7^{2-}$ est l'acide et CrO_4^{2-} la base.

2.3 Voir fig.2

2.4 Voir cours et TD.

2.5 Comportement du chrome métallique dans une eau désaérée et dans une eau aérée.

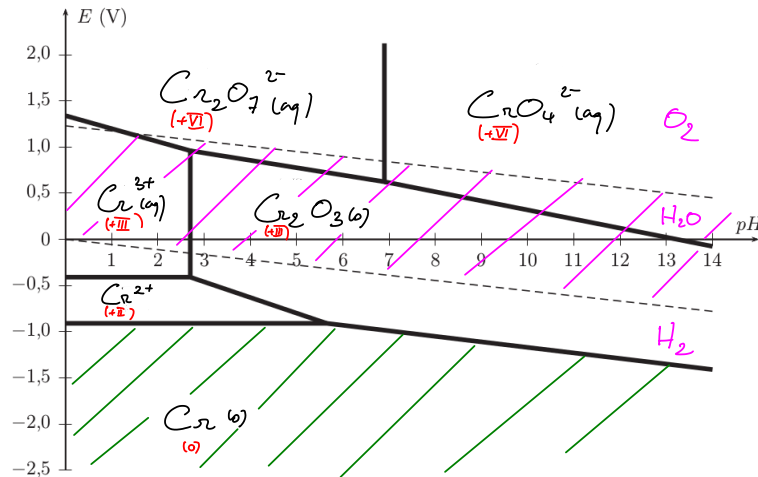


FIGURE 3 – Stabilité du chrome métallique dans l'eau désaérée. Les domaines de prédominance de l'eau et du chrome métallique sont disjoints.

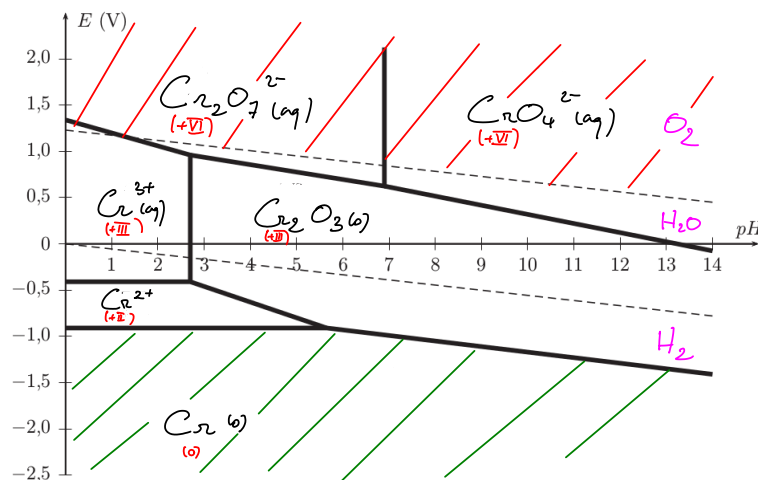


FIGURE 4 – Stabilité du chrome métallique dans l'eau aérée. Les domaines de prédominance du dioxygène dissout et du chrome métallique sont disjoints.

Les diagrammes potentiel-pH fig.3 montre que les domaines de prédominance de l'eau et du chrome métallique sont disjoints quelque soit le pH. Le chrome métallique est donc instable dans l'eau. Il s'oxyde en ions Cr^{3+} pour $pH < 2,8$ en Cr_2O_3 pour $pH > 2,8$.

Les diagrammes potentiel-pH fig.4 montre que les domaines de prédominance de l'eau et du chrome métallique sont disjoints quelque soit le pH. Le chrome métallique est donc instable en présence de dioxygène dissout. Il s'oxyde en ions $Cr_2O_7^{2-}$ pour $pH < 7$ et en CrO_4^{2-} pour $pH > 7$.

2.6 La couche de passivation est formée de $Cr_2O_3(s)$. Cette couche, d'après l'énoncé, protège le chrome métallique d'une oxydation en profondeur.