Réponses

1) Droite d'équation réduite $y = 2x - 1$.

2) Cercle de centre d'affixe $-1 - i$ et de rayon 2.

3) $|z+1|^2 + |z-1|^2 = 4$ si $z\overline{z} = 1$.

4) $\cos(5\pi + x) = -\cos x$, $\cos\left(\frac{3\pi}{2} + x\right) = \sin x$, $\cos(3\pi + x) = -\cos x$ et $\cos\left(\frac{5\pi}{2} + x\right) = -\sin x$.

5) $\dfrac{15\pi}{2} = -\dfrac{\pi}{2}[2\pi]$, $\dfrac{34\pi}{7} = \dfrac{6\pi}{7}[2\pi]$ et $-\dfrac{65\pi}{3} = \dfrac{\pi}{3}[2\pi]$.

6) $\cos\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, $\sin\left(-\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{7\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin\left(\frac{7\pi}{4}\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin\left(\frac{19\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$.

7) Les ensembles de solutions sont $\{\frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}\}$ et $]-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}[$.

8) $\cos(3x) + \cos(5x) = \cos(4x - x) + \cos(4x + x) = 2\cos(x)\cos(4x)$.

9) $\dfrac{\sin(3x)}{\sin x} - \dfrac{\cos(3x)}{\cos x} = 2$.

10) $(\cos x)^3 = \dfrac{3\cos x + \cos(3x)}{4}$ et $(\sin x)^3 = \dfrac{3\sin x - \sin(3x)}{4}$; $\sin\left(\dfrac{\pi}{3} + x\right)\sin\left(\dfrac{\pi}{3} - x\right) = \dfrac{1 + 2\cos(2x)}{4}$.

11) $\cos x + \cos 2x = 2(\cos x)^2 + \cos x - 1$ d'où $x = \pi[2\pi]$ ou $x = \pm\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$; $\cos x + \sqrt{3}\sin x = 2\cos\left(x - \dfrac{\pi}{3}\right)$ d'où $x = -\dfrac{2\pi}{3}[2\pi]$; $\cos x + \cos\left(x + \dfrac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}\cos\left(x + \dfrac{\pi}{6}\right)$ d'où $-\dfrac{2\pi}{3} + 2k\pi < x < \dfrac{\pi}{3} + 2k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$.

12) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos x - 1}{x^2} = -\dfrac{1}{2}$.

13) $\displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} \sin k = \frac{\cos\frac{1}{2} - \cos\left(n + \frac{1}{2}\right)}{2\sin\frac{1}{2}}$.

14) $1 - i\sqrt{3} = 2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$ d'où $(1 - i\sqrt{3})^5 = 16(1 + i\sqrt{3})$.

15) 0, i, -1, $-i$ et 1 en utilisant l'écriture trigonométrique.

16) -2, $1 + i\sqrt{3}$ et $1 - i\sqrt{3}$.

17) $z = \frac{1}{2}\ln 2 + i\left(\frac{3\pi}{4} + 2k\pi\right)$, $k \in \mathbb{Z}$.

18) $\frac{5}{2} - i$ et $-\frac{5}{2} + i$.

19) $2 - i$ et $-1 + 2i$.

20) $-1 + 2i$, $1 - 2i$, $-2 + i$ et $2 - i$.