النـــظـــمـــــــــات

نشاط تمهيدي

بينما كريم يمشي في الطريق التقى بشيخ يحمل سلتين من البيض فأراد أن يعرف عدد البيض في كل سلة ، فسأل الشيخ بعد إلقاء التحية فأجاب الشيخ قائلا : لو أضفنا إلى السلة الأولى **20** بيضة سيصبح عدد البيض فيها يساو ي ضعف ما في السلة الثانية . أما إذا جمعنا ما في السلتين من بيض حصلنا على **55** بيضة ، ساعد كريم للوصول إلى الحل .

I. نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

تعريف1

مجموعة الأزواج $(x;y)$ التي تحقق المعادلتين $ax+by=c$ و $a'x+b'y=c'$ معا يطلق عليها مجموعة حلول النظمة (α) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$

النظمة (α) تسمى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين .

II. حل نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

1 – الحل الجبري

أ. طريقة التعويض

تعريف2

من إحدى المعادلتين نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر ثم نعوضه بتعبيره في المعادلة الأخرى .

مثال : حل النظمة التالية $\begin{cases} 2x-y=2 & (1) \\ x+y=1 & (2) \end{cases}$

الحل

لنحل النظمة $\begin{cases} 2x-y=2 & (1) \\ x+y=1 & (2) \end{cases}$

. نكتب y بدلالة x في المعادلة (1)

لدينا $2x-y=2$

تكافئ $y=2x-2$ (3)

. نعوض y بتعبيره في المعادلة (2) نحصل

على : $x+2x-2=1$

تكافئ $3x-2=1$

تكافئ $3x-2+2=1+2$

يكافئ $3x=3$

يكافئ $\frac{1}{3}\times 3x=\frac{1}{3}\times 3$

يكافئ $x=1$

. نعوض x بقيمته في المعادلة (3) نحصل

على $y=2\times 1-2=2-2=0$

ومنه حل النظمة $\begin{cases} 2x-y=2 \\ x+y=1 \end{cases}$ هو الزوج

$(1;0)$

ب . طريقة التآلفية الخطية

تعريف3

من إحدى المعادلتين نكتب أحد المجهولين بدلالة الآخر ثم نعوضه بتعبيره في المعادلة الأخرى .

مثال : حل النظمة التالية $\begin{cases} 2x-3y=2 & (1) \\ 3x+y=-5 & (2) \end{cases}$

الحل

لنحل النظمة $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+y=-5 \end{cases}$

لدينا $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+y=-5 \end{cases}$

تكافئ $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3\times(3x+y)=3\times(-5) \end{cases}$

تكافئ $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 9x+3y=-15 \end{cases}$

نجمع المعادلتين طرف بطرف نحصل على

$2x-3y+9x+3y=2+(-15)$

يكافئ $2x+9x=-13$

يكافئ $11x=-13$

يكافئ $\frac{1}{11}\times 11x=\frac{1}{11}\times(-13)$

يكافئ $x=-\frac{13}{11}$

نعوض x بقيمته في المعادلة (2) نحصل على

$3\times\left(-\frac{13}{11}\right)+y=-5$

تكافئ $-\frac{39}{11}+y=-5$

تكافئ $-\frac{39}{11}+y+\frac{39}{11}=-5+\frac{39}{11}$

يكافئ $y=\frac{-55+39}{11}=-\frac{16}{11}$

ومنه حل النظمة $\begin{cases} 2x-3y=2 \\ 3x+y=-5 \end{cases}$ هو الزوج

$\left(-\frac{13}{11};-\frac{16}{11}\right)$

2 – الحل الهندسي

تعريف4

لحل النظمة $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ مبيانيا ندرس وضعية المستقيمين المعرفين بالمعادلتين :

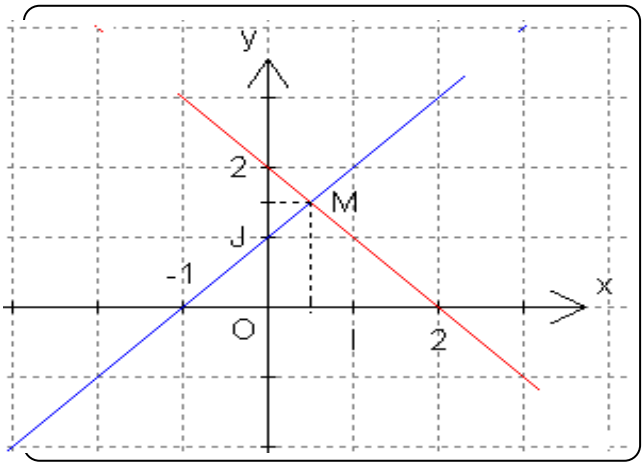
$ax+by=c$ و $a'x+b'y=c'$

مثال : حل مبيانيا النظمة التالية $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$

نعتبر المستقيمين المعرفين كمايلي : الشكل جانبه

$(D): x-y=-1$ و $(\Delta): 2x+y=2$

في معلم متعامد ممنظم $(O;I;J)$ ننشئ المستقيمين (Δ) و (D). مبيانيا تقاطع المستقيمين (Δ) و (D) هو النقطة $M\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ ومنه الزوج $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ هو حل النظمة $\begin{cases} x-y=-1 \\ 2x+y=2 \end{cases}$



خاصية إضافية

نعتبر المستقيمين (D) و (Δ) المعرفين بالمعادلتين $y=mx+p$ و $y=m'x+p'$

. إذا كان $(D)//(\Delta)$ فإن النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$ لا تقبل حلا

. إذا كان $(D)=(\Delta)$ فإن النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$ تقبل ما لا نهاية من الحلول

. إذا كان $(D)\cap(\Delta)=\{A\}$ فإن النظمة $\begin{cases} y=mx+p \\ y=m'x+p' \end{cases}$ تقبل حلا و حيدا هو $(x_A;y_A)$

III. مسائل تؤول في حلها إلى نظمة معادلتين من الدرجة الأولى بمجهولين

مثال :

يقترح مسرح صنفين من المقاعد : أحدها بـ **40** درهما و الأخر بـ **70** درهما . علما أن **200** مشاهد حضروا عرضا و أن المدخول لهذا العرض بلغ **10400** درهم . حدد عدد المقاعد التي بيعت من كل صنف

الحل

1 . اختيار المجاهيل

ليكن x عدد المقاعد المقترحة بـ **40** درهما و ليكن y عدد المقاعد المقترحة بـ **70** درهما

2 . وضع المسألة في صيغة رياضية

يمكن تفصيل معطيات المسألة كمايلي :

عدد مقاعد صنف 40Dh + عدد مقاعد صنف 70Dh = 200

الثمن الإجمالي لمقاعد صنف 40Dh +الثمن الإجمالي لمقاعد صنف 70Dh = المدخول الإجمالي

بتعبير أخر : $x+y=200$ و $40x+70y=10400$

3 . حل المسألة

لنحل النظمة $\begin{cases} x+y=200 & (1) \\ 40x+70y=10400 & (2) \end{cases}$

سنستعمل طريقة التعويض لحل النظمة:

نكتب x بدلالة y في المعادلة 1 نحصل على $x=200-y$

نعوض y بتعبيره في المعادلة 2 نحصل على $40(200-y)+70y=10400$

تكافئ $40\times200-40y+70y=10400$

يكافئ $8000+30y=10400$

يكافئ $8000+30y+(-8000)=10400+(-8000)$ يكافئ $30y=2400$

يكافئ $\frac{1}{30}\times30y=\frac{1}{30}\times2400$ يكافئ $y=80$

نعوض y بقيمته في المعادلة 1 نحصل على $x=200-80=120$

ومنه عدد مقاعد صنف 40Dh هو **120** و عدد مقاعد صنف 70Dh هو **80**

4 . الرجوع إلى المسألة

$120+80=200$ و $40\times120+70\times80=4800+5600=10400$