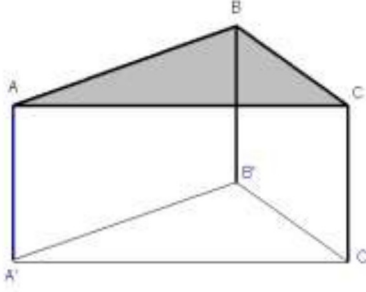


المثلثات المتقاسة

نشاط تمهيدي

أعجب زيد بطاولة على شكل مثلث (أنظر الشكل) فطلب من نجار أن يصنع له مثلها .



1 - حدد في الشكل الأوجه القابلة للتطابق .

2 - حدد في الشكل الأضلاع المتقاسة .

3 - قارن $B\hat{A}C$ و $B'\hat{A}'C'$ ثم $A\hat{B}C$ و $A'\hat{B}'C'$

ثم $B\hat{C}A$ و $B'\hat{C}'A'$.

4 - اقترح أهم الوسائل التي سيحتاجها النجار لصناعة طاولة مشابهة

5 - هل يمكنك مساعدة النجار في طريقة العمل .

I. تعريف المثلثات المتقاسة

تعريف 1

نقول إن المثلثان ABC و $A'B'C'$ متقاسان إذا كان قابلان للتطابق.



مصطلحات

. الضلعان $[AB]$ و $[A'B']$ قابلان للتطابق . نقول أنهما **متناظران** .

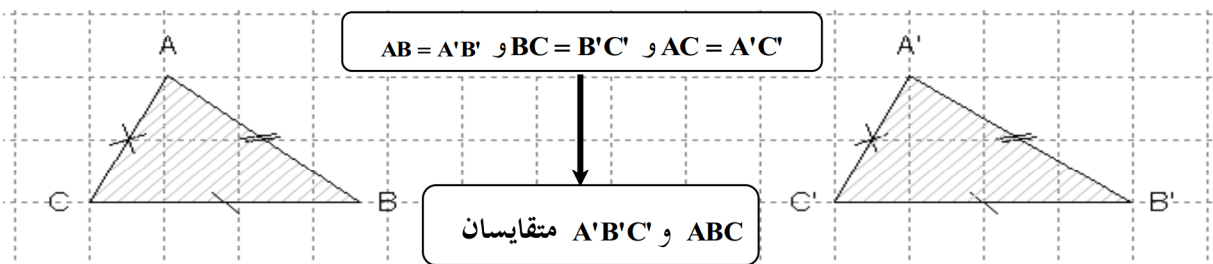
. الزاويتان $[A\hat{B}C]$ و $[A'\hat{B}'C']$ قابلتان للتطابق نقول أنهما **متناظرتان** .

نتيجة: في مثلثين متقاسين الزوايا المتناظرة متقاسة و الأضلاع المتناظرة متقاسة

II. حالات التقاس

خاصية 1

إذا قايست أضلاع مثلث على التوالي أضلاع مثلث آخر فإن هذين المثلثين متقاسان

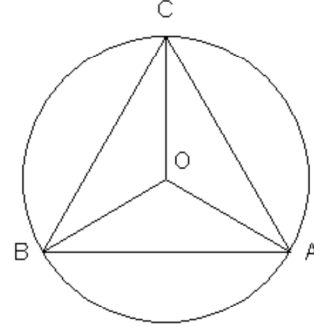


تطبيق 1

الحل

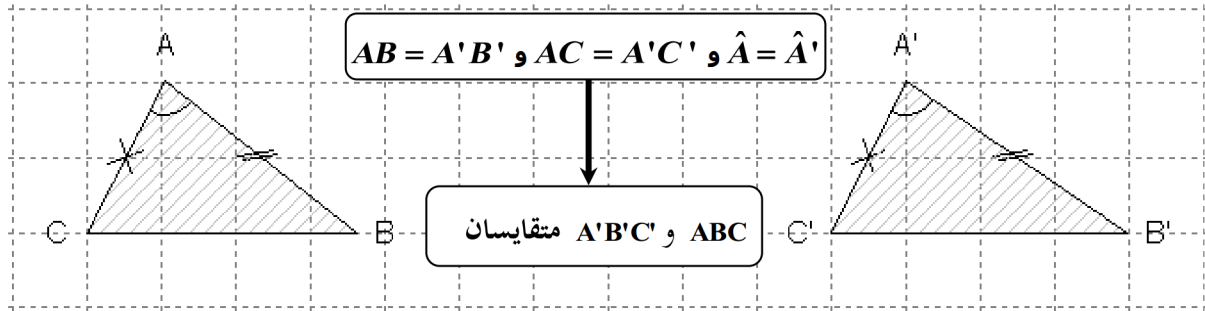
. لنبين أن المثلثات OAC و OAB و OBC متقايسة.
 لدينا A و B و C نقط من نفس الدائرة التي مركزها O
 يعني $OA = OB = OC$
 وبما أن المثلث ABC متساوي الأضلاع فإن $AB = AC = BC$.
 ومنه المثلثات OAC و OAB و OBC متقايسة.

ABC مثلث متساوي الأضلاع و O مركز الدائرة المحيطة به . (أنظر الشكل أسفله)
 بين أن المثلثات OAC و OAB و OBC متقايسة



خاصية 2

إذا قايس ضلعان في مثلث و الزاوية المحصورة بينهما على التوالي ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما في مثلث آخر فإن هذين المثلثين متقايسان .



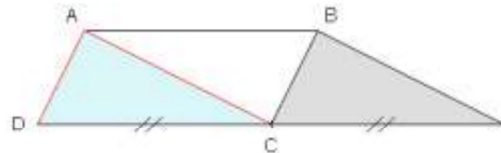
تطبيق 2

$ABCD$ متوازي الأضلاع ، I مائلة النقطة D بالنسبة لـ C .
 بين أن المثلثين ADC و BCI متقايسان.

الحل

يعني كل ضلعين متقابلين فيه متقايسين
 ومنه $AD = CB$ (2)
 من جهة أخرى الزاويتين $[ADC]$ و $[BCI]$
 زاويتان متناظرتان محددتان بالمتوازيين (AD) و (BC) و القاطع (DI)
 إذن $\hat{ADC} = \hat{BCI}$ (3)
 من 1 و 2 و 3 نستنتج أن المثلثين ADC و BCI متقايسان.

1. الشكل



2. لنبين أن المثلثين ADC و BCI متقايسان.

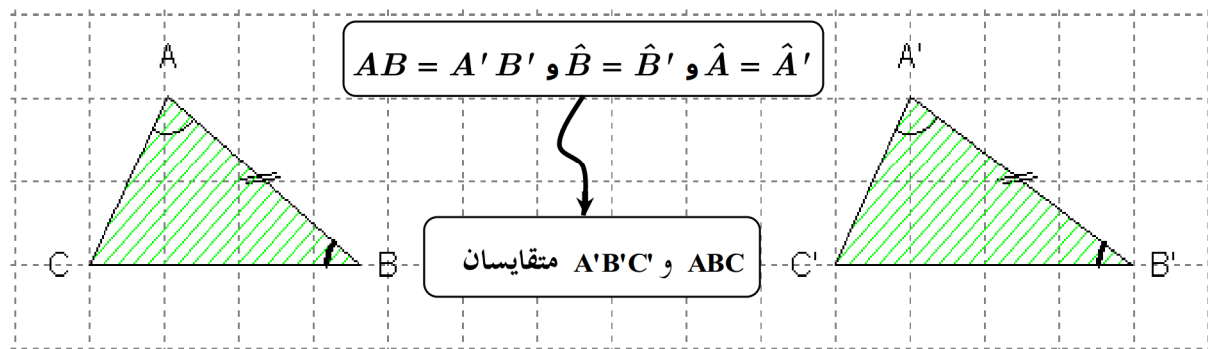
لدينا $S_C(D) = I$

إذن $IC = CD$ (1)

لدينا الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع

خاصية 3

إذا قايست زاويتان في مثلث و الضلع المحادي لهما على التوالي زاويتان في مثلث آخر و الضلع المحادي لهما فإن هذين المثلثين متقايسان .



تطبيق 3

$ABCD$ متوازي الأضلاع . $[AH]$ ارتفاعا للمثلث ABD و $[CK]$ ارتفاعا للمثلث CDB .
1 - بين أن المثلثين BCK و ADH متقايسان .
2 - إستنتج أن $BK = DH$ و $CK = AH$.

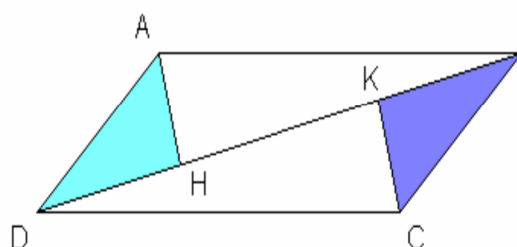
الحل

و بما أن الرباعي $ABCD$ متوازي الأضلاع
 فإن $AD = BC$ (c)
 و بالتالي من (a) و (b) و (c) نستنتج أن
 المثلثين BCK و ADH متقايسان

3 - لنستنتج أن $BK = DH$ و $CK = AH$
 لدينا حسب السؤال **2** ، المثلثان BCK و
 ADH متقايسان .
 إذن الأضلاع المتناظرة في المثلثين BCK و
 ADH متقايسة .

ومنه $BK = DH$ و $CK = AH$

1 . الشكل



2 - لنبين أن المثلثين ADH و BCK
 متقايسان

لدينا الزاويتان $[ADH]$ و $[KBC]$ متبادلتان
 داخليا محددتان بالمتوازيين (AD) و (BC) و
 القاطع (BD)

إذن $\hat{ADK} = \hat{KBC}$ (a)

وبما أن $[AH]$ ارتفاعا للمثلث ABD و

$[CK]$ ارتفاعا للمثلث CDB

فإن $\hat{AHD} = \hat{BKD} = 90^\circ$

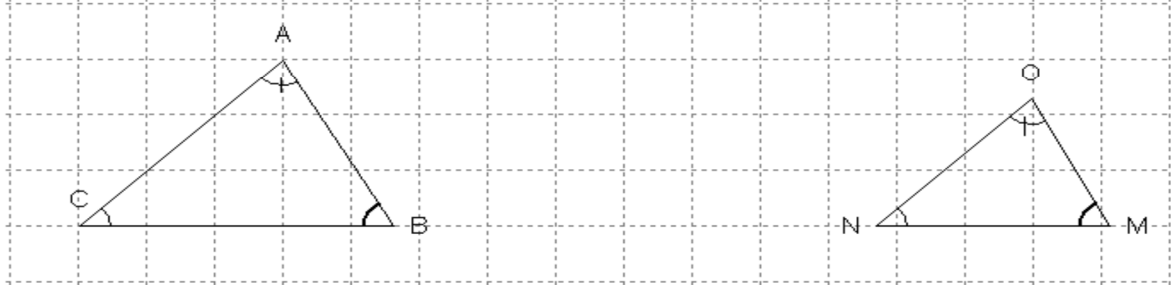
ومنه $\hat{DAH} = \hat{KCB}$ (b) (لأن مجموع

الزوايا المتجاورة في المثلث 180°)

المثلثات المتشابهة

نشاط تمهيدي

OMN و ABC مثلثان بحيث : $\hat{A}BC = \hat{O}MN$ و $\hat{B}AC = \hat{M}ON$ و $\hat{B}CA = \hat{M}NO$ (أنظر الشكل)



E نقطة من (AC) بحيث $AE = ON$ ، الموازي لـ (BC) المار من E يقطع (AB) في F

1. أرسم شكلا مناسباً .

3. بين أن المثلثين $AFE \cong OMN$ متقايسان .

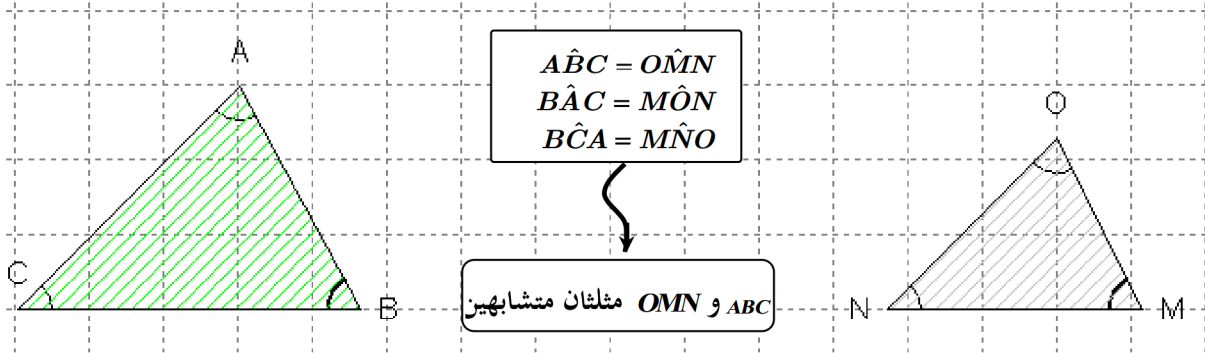
2. بين أن $\hat{A}EF = \hat{O}NM$.

4. بين أن $\frac{AC}{ON} = \frac{AB}{OM} = \frac{BC}{MN}$.

I. المثلثان المتشابهان

تعريف 1

نقول إن مثلثين متشابهان إذا قايست زوايا أحدهما على التوالي زوايا الآخر



مفردات

. الزاويتان $[ABC]$ و $[OMN]$ تسميان زاويتان متناظرتان .

. الضلعان $[AB]$ و $[OM]$ يسميان ضلعان متناظران .

ملاحظة : المثلثان المتقايسان هما مثلثان متشابهان والعكس غير صحيح .

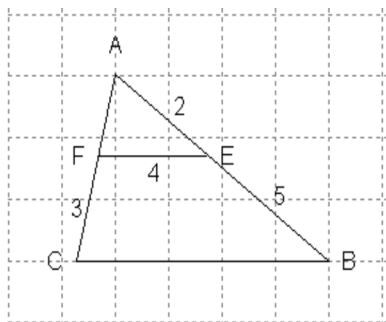
إستنتاج

إذا كان ABC و $A'B'C'$ مثلثين متشابهين فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة .

$$\frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = K \quad \text{أي}$$

العدد K يسمى نسبة تشابه المثلثين ABC و $A'B'C'$.

تطبيق 1



نعتبر الشكل جانبه ، حيث $AE = 2$ و $EB = 5$ و $AF = x$ و $EF = 4$ و $CB = y$ و $FC = 3$ و $(BC) \parallel (EF)$ و علمنا أن المثلثين AEF و ABC متشابهان .
أحسب x و y .

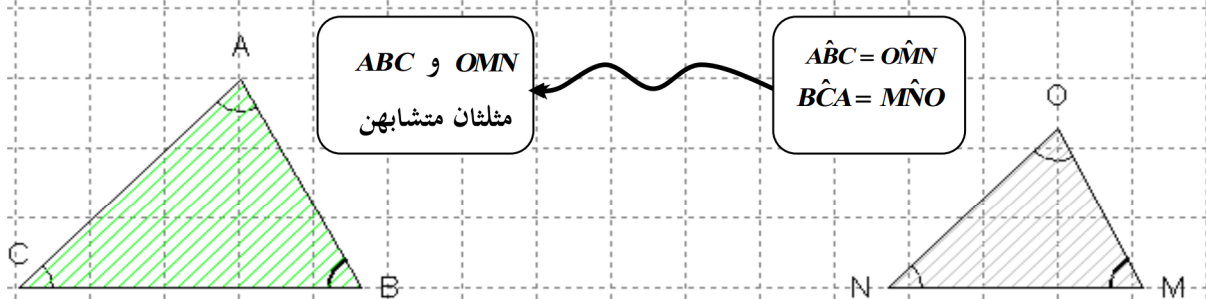
الحل

$(2 - 7)x = -6$ يكافئ $-5x = -6$ يكافئ $\frac{1}{-5} \times (-5x) = \frac{1}{-5} \times (-6)$ يكافئ $x = \frac{-6}{-5} = \frac{6}{5}$ يكافئ $\frac{y}{4} = \frac{7}{2}$ من العلاقة $2y = 7 \times 4$ نستنتج أن $2y = 28$ يكافئ $\frac{1}{2} \times 2y = \frac{1}{2} \times 28$ يكافئ $y = \frac{28}{2} = 14$ يكافئ	<p>لنحسب x و y . لدينا المثلثان AEF و ABC متشابهان . إذن $\frac{AC}{AF} = \frac{AB}{AE} = \frac{BC}{EF}$ ت.ع $\frac{x+3}{x} = \frac{7}{2} = \frac{y}{4}$ من العلاقة $\frac{x+3}{x} = \frac{7}{2}$ نستنتج أن $2(x+3) = 7x$ يكافئ $2x+6 = 7x$ يكافئ $2x+6+(-6)+(-7x) = 7x+(-6)+(-7x)$ يكافئ $2x-7x = -6$</p>
--	---

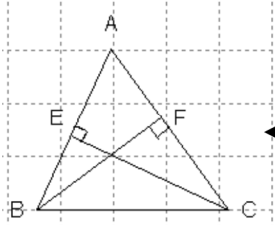
II. حالات التشابه

خاصية 1

إذا قايست زاويتان في مثلث على التوالي زاويتان في مثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان



تطبيق 2



نعتبر الشكل جانبه حيث $[CF]$ و $[BE]$ إرتفاعين للمثلث ABC بين أن المثلثين AEC و AFB متشابهان .

إذن $\widehat{AEB} = 90^\circ$
 ومنه $\widehat{AEB} = \widehat{AFC}$
 من جهة أخرى الزاوية $[\widehat{BAC}]$ زاوية مشتركة
 بين المثلثين AEB و AFC
 وبالتالي المثلثان AEB و AFC

لنبين أن المثلثين AEB و AFC
 متشابهان
 لدينا $[BF]$ إرتفاع للمثلث ABC
 إذن $\widehat{AFC} = 90^\circ$
 و $[CE]$ إرتفاع للمثلث ABC

خاصية 2

إذا قايست زاوية في مثلث زاوية في مثلث آخر وكانت أطوال الأضلاع المحاذية لهاتين الزاويتين متناسبة فيما بينها فإن هذين المثلثين متشابهان.

يتعبير آخر

إذا كان $\widehat{ABC} = \widehat{FEG}$ و $\frac{BA}{EF} = \frac{BC}{EG}$ فإن المثلثين ABC و EFG متشابهان .

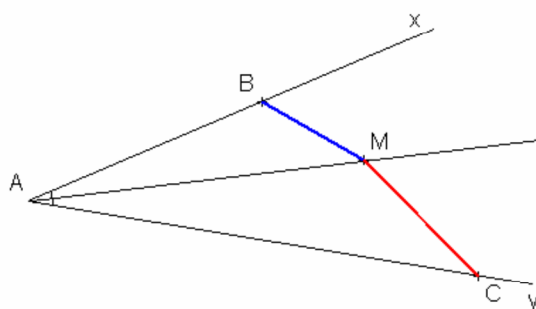
تطبيق 3

زاوية $[x\hat{A}y]$ و M نقطة من منتصفها الداخلي بحيث $(M \neq A)$
 لتكن B نقطة من $[Ax)$ و C نقطة من $[Ay)$ بحيث $AB = \frac{3}{4}AM$ و $AC = \frac{4}{3}AM$
 1. أرسم شكلا مناسباً
 2. بين أن المثلثين ABM و ACM متشابهان .

الحل

وبما أن $B \in [Ax)$ و $C \in [Ay)$
 فإن $x\hat{A}M = B\hat{A}M$ و $y\hat{A}M = C\hat{A}M$
 ومنه $(1) \quad C\hat{A}M = B\hat{A}M$
 من جهة أخرى :
 لدينا $AB = \frac{3}{4}AM$ يعني $\frac{AB}{AM} = \frac{3}{4}$
 و $AC = \frac{4}{3}AM$ يعني $\frac{AM}{AC} = \frac{3}{4}$
 ومنه $(2) \quad \frac{AM}{AC} = \frac{AB}{AM}$
 وبالتالي حسب الحالة الثانية للتشابه نستنتج
 من 1 و 2 أن المثلثان ABM و ACM متشابهين

الشكل



2. لنبين أن المثلثين ABM و ACM
 متشابهان .

لدينا $[AM]$ منصف الزاوية $[x\hat{A}y]$
 إذن $x\hat{A}M = y\hat{A}M$

خاصية 3

إذا كانت أطوال أضلاع مثلث متناسبة مع أطوال أضلاع مثلث آخر فإن هذين المثلثين متشابهان.

يتعبير آخر

إذا كان $\frac{BA}{EF} = \frac{BC}{EG} = \frac{AC}{FG}$ فإن المثلثين ABC و EFG متشابهان.

تطبيق 3

ABC مثلث بحيث $AB = 6$ و $AC = 9$ و $BC = 7$. M منتصف $[AB]$ و N نقطة من

$[AC]$ بحيث $AN = 2$

1. بين أن المثلثين ABC و AMN متشابهان.

2. أحسب المسافة MN .

3- لتكن $K \in [NC]$ ، نضع $NK = x$ حدد قيمة x لكي يكون المثلثان AMK و AMN

الحل

$$\frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN} = \frac{BC}{MN} \quad \text{أي}$$

$$MN = \frac{7}{3} \quad \text{ت.ع.} \quad \frac{7}{MN} = 3 \quad \text{يكافئ}$$

3- لنحدد قيمة x

إذا كان المثلثان AMK و AMN متشابهان
فإن الأضلاع المتناظرة متناسبة

$$\frac{MN}{MK} = \frac{AM}{AK} = \frac{AN}{AM} \quad \text{إذن}$$

$$\frac{MN}{MK} = \frac{3}{x+2} = \frac{2}{3} \quad \text{يكافئ}$$

$$2(x+2) = 3 \times 3 \quad \text{يكافئ}$$

$$2x + 4 = 9 \quad \text{يكافئ}$$

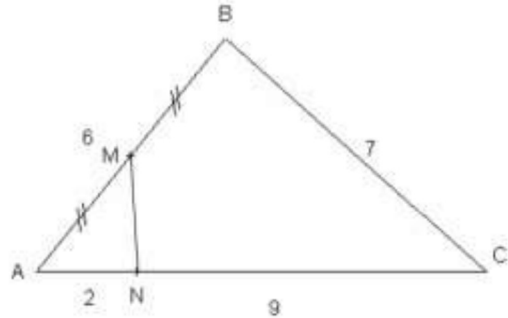
$$2x + 4 - 4 = 9 - 4 \quad \text{يكافئ}$$

$$2x = 5 \quad \text{يكافئ}$$

$$\frac{1}{2} \times 2x = \frac{1}{2} \times 5 \quad \text{يكافئ}$$

$$x = \frac{5}{2} \quad \text{يكافئ}$$

الشكل



1. لنبين أن المثلثين ABC و AMN متشابهان.

لدينا $[\hat{A}]$ زاوية مشتركة بين المثلثين

ABC و AMN

$$\frac{AC}{AM} = \frac{9}{3} = 3 \quad \text{و} \quad \frac{AB}{AN} = \frac{6}{2} = 3$$

$$\frac{AC}{AM} = \frac{AB}{AN} \quad \text{إذن}$$

ومنه المثلثان ABC و AMN متشابهان.

2. لنحسب المسافة MN .

لدينا حسب السؤال الأول المثلثان

ABC و AMN متشابهان.

إذن الأضلاع المتناظرة متناسبة