المادة: الرياضيات

ملخص لدرس الدالة الأسية النبيرية

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

1) العدد الحقيقي العدد e : $e \simeq 2,71828\cdots$

e هو العدد الحقيقي الذي يحقق $\ln(e)=1$.

ولدينا : $(\forall n \in \mathbb{Z}) \ln(e^n) = n\ln(e)$

أي: $(\forall n \in \mathbb{Z}) \ln(e^n) = n$

2) تعريف الدالة الأسية النبيرية

الدالة الأسية النبيرية يرمز لها بالرمز exp وهي معرفة على $\mathbb{R}$ ب : $(\forall x \in \mathbb{R}); \exp x = e^x$

3) خاصية مقبولة

$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in]0;+\infty[)\ ,\ \left(y = e^x \Leftrightarrow x = \ln(y)\right)$

4) خاصيات جبرية

$e^0 = 1$ و $e^1 = e$.

$(\forall x \in \mathbb{R}); \ln(\exp x) = x$

الدالة exp تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ يعني $e^x \succ e^y \Leftrightarrow x \succ y$

لكل x و y من $\mathbb{R}$ $e^x = e^y \Leftrightarrow x = y$

5) النهايات : نقبل النهايتين التاليتين

خاصية1 : $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

خاصية2 : $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$

6) خاصيات: $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R})$

$e^{rx} = \left(e^x\right)^r$ $\quad \dfrac{e^x}{e^y} = e^{x-y}$ $\quad e^{-x} = \dfrac{1}{e^x}$ $\quad e^x \times e^y = e^{x+y}$ $\quad (\forall x \in \mathbb{R}) e^x \succ 0$

$\left(e^x = e^y \Leftrightarrow x = y\right)$ $\quad \left(e^x \succ e^y \Leftrightarrow x \succ y\right)$

7) مشتقة الدالة. $x \mapsto e^x$

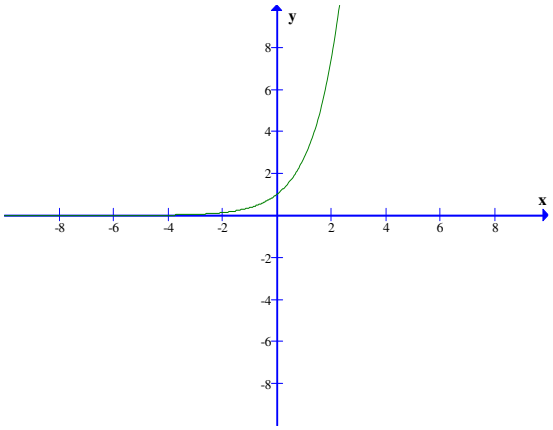
نقبل أن : $\left(e^x\right)' = e^x$ $\quad (\forall x \in \mathbb{R})$

الدالة exp قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و لدينا:

8) جدول تغيرات الدالة $x \to e^x$:

x	$-\infty$		$+\infty$
f'		+	
f(x)	0	↗	$+\infty$

9) منحنى الدالة exp :



10) العدد a^x

تعريف : لكل x من $]0,+\infty[$ و y من $\mathbb{R}$ لدينا: $a^x = a^y$

خاصيات:

لكل x و y من $\mathbb{R}$ لدينا: $a^x a^y = a^{x+y}; \frac{1}{a^x} = a^{-x}; \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}; \left(a^x\right)^y = a^{xy}$

لكل x و y من $\mathbb{R}$ لدينا: $a^x = a^y$ يكافئ $x = y$