Exercice 1 :

Dans un pays, il y a 2 % de la population contaminée par un virus.

Partie A

On dispose d'un test de dépistage de ce virus qui a les propriétés suivantes :

- La probabilité qu'une personne contaminée ait un test positif est de 0,99 (sensibilité du test).
- La probabilité qu'une personne non contaminée ait un test négatif est de 0,97 (spécificité du test).

On fait passer un test à une personne choisie au hasard dans cette population.

On note :

V l'événement « la personne est contaminée par le virus »

T l'événement « le test est positif ».

$\overline{V}$ et $\overline{T}$ désignent respectivement les événements contraires de V et T .

1) a) Préciser les valeurs des probabilités $p(V)$, $p_V(T)$,

Traduire la situation à l'aide d'un arbre de probabilités.

b) En déduire la probabilité de l'événement $V \cap T$.

2) Démontrer que la probabilité que le test soit positif est 0,0492.

3) a) Justifier par un calcul la phrase :

« Si le test est positif, il n'y a qu'environ 40 % de chances que la personne soit contaminée ».

b) Déterminer la probabilité qu'une personne ne soit pas contaminée par le virus sachant que son test est négatif.

Partie B

On choisit successivement 10 personnes de la population au hasard, on considère que les tirages sont indépendants.

On appelle X la variable aléatoire qui donne le nombre de personnes contaminées par le virus parmi ces 10 personnes.

1) Justifier que X suit une loi binomiale dont on donnera les paramètres.
2) Calculer la probabilité qu'il y ait au moins deux personnes contaminées parmi les10.

Exercice 2 :

Une usine produit des sacs. Chaque sac fabriqué peut présenter deux défauts : le défaut A et le défaut B. Un sac est dit défectueux s'il présente au moins l'un des deux défauts.

1) Dans cette question, les probabilités demandées seront données avec leurs valeurs décimales exactes.

On prélève au hasard dans la production d'une journée.

On note A l'événement « le sac présente le défaut A » et B l'événement « le sac présente le défaut B ».

Les probabilités des événements A et B sont respectivement p(A) = 0,02 et p(B) = 0,01;

On suppose que ces deux événements sont indépendants.

a) Calculer la probabilité de l'événement C « le sac prélevé présente le défaut A et le défaut B ».

b) Calculer la probabilité de l'événement D « le sac est défectueux ».
c) Calculer la probabilité de l'événement E « le sac ne présente aucun défaut ».
d) Sachant que le sac présente le défaut A, quelle est la probabilité qu'il présente aussi le défaut B?

2) On suppose que la probabilité (arrondie au centième) qu'un sac soit défectueux est égale à 0,03.

On prélève au hasard un échantillon de 100 sacs dans la production d'une journée. La production est suffisamment importante pour que l'on assimile ce prélèvement à un tirage avec remise de 100 sacs.

On considère la variable aléatoire X qui, à tout prélèvement de 100 sacs, associe le nombre de sacs défectueux.

a) Justifier que la variable aléatoire X suit une loi binomiale dont on précisera les paramètres.
b) Quelle est la probabilité de l'événement « au moins un des sacs est défectueux » ?

On arrondira cette probabilité au centième. Interpréter ce résultat.

c) Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X . Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.