يسمح باستعمال آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة

يتكون الموضوع من ثلاث تمارين :

* يتعلق التمرين الأول بحل معادلات .
* يتعلق التمرين الثاني بدراسة متتالية عددية ؛
* يتعلق التمرين الثالث بدراسة وتمثيل دالة باستعمال دالة مساعدة .

تمرين (1) : (4 ن)

1) أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $x^3-2x^2-5x+6=(x+2)(x-1)(x-3)$ — 0,5

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^3-2x^2-5x+6=0$ — 0,75

2) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $\ln^3 x-2\ln^2 x-5\ln x+6=0$ — 1,5

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^{2x}(e^x-2)=5e^x-6$ — 1,25

تمرين (2) : (5,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $u_0=3$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\dfrac{5u_n-4}{u_n+1}$

1) أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n>2$ — 0,5

ب- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}-u_n=-\dfrac{(u_n-2)^2}{u_n+1}$ ، استنتج رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$. — 0,75

ج- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة. — 0,5

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{1}{u_n-2}$

أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_{n+1}-v_n=\dfrac{1}{3}$. ماهي طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ ؟ — 1,25

ب- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\dfrac{n+3}{3}$ ، استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$. — 0,75

ج- تحقق أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=2+\dfrac{1}{v_n}$ واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 0,5

د- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n=\dfrac{2n+9}{n+3}$ — 0,75

3) احسب نهاية المتتالية $(w_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي : $w_n=e^{-v_n}+\ln(u_n)$ — 0,5

امتحان تجريبي (1) - فبراير 2019 - مادة الرياضيات - السنة 2 علوم اقتصادية .

تمرين (3) (10,5 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

1) أ - بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $g'(x) = \frac{2x-1}{x}$ 0,5

ب - استنتج أن الدالة g تزايدية على $]\frac{1}{2}; +\infty[$ وتناقصية على $]0; \frac{1}{2}[$. 1

2) تحقق أن : $g(\frac{1}{2}) = \ln 2$ واستنتج أن : $g(x) > 0$ $(\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$. 1

II) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0; +\infty[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2 - x\ln x \; ; \; x > 0 \\ f(0) = -2 \end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) أ - بين أن الدالة f متصلة على اليمين في الصفر . 0,5

ب - بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 ثم أول هندسيا هذه النتيجة . 1

2) أ - تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $f(x) = x^2\left(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x}\right)$ ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$. 0,75

ب - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب بجوار $+\infty$. 0,75

3) أ - بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $f'(x) = g(x)$ واستنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}_+^*$. 1

ب - اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 . 0,5

4) أ - ادرس تقعر المنحنى (C) محددا أفصول نقطة انعطافه . 0,5

ب - بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في نقطة وحيدة أفصولها α بحيث : $1,7 < \alpha < 1,8$ 0,5

ج - أنشئ المستقيم (T) والمنحنى (C) مبرزا نصف المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(0; -2)$. 1,5

5) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده ثم احسب $(f^{-1})'(-1)$. 1