



Exercice n°1:(2 pts)

Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $w_n = \frac{2^n - 1}{2^n + 1}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.25 1. Vérifier que $w_n = 1 - \frac{2}{2^n + 1}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.5 2. Montrer que $w_n < 1$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.75 3. Montrer que $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante. (En utilisant la question 1.)
- 0.5 4. La suite $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est-elle convergente ? Justifier votre réponse.

Exercice n°2:(3 pts)

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite numérique définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et $u_{n+1} = \frac{5}{7}u_n - \frac{5}{7}$ pour tout n de \mathbb{N}

- 0.25 1. Calculer u_1
2. On pose $v_n = u_n + \frac{5}{2}$ pour tout n de \mathbb{N}
- 0.25 2.a. Calculer v_0
- 1 2.b. Montrer que $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\frac{5}{7}$
- 0.5 2.c. En déduire v_n en fonction de n
- 0.5 3.a. Vérifier que pour tout n de \mathbb{N} ; $u_n = 3\left(\frac{5}{7}\right)^n - \frac{5}{2}$
- 0.5 3.b. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

Exercice n°3:(1 pt)

$(\Omega; p)$ est un espace probabilisé fini et X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est donnée par le tableau suivant :

x_i	0	1	3	4
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$

- 0.5 1. Compléter le tableau ci-dessus.
- 0.5 2. Calculer $E(X)$

Exercice n°4:(3 pts)

Une urne contient quatre boules rouges et trois boules vertes. (Toutes les boules sont indiscernables au toucher).

On considère l'expérience suivante : « On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. »

Soit l'événement A : « Les trois boules tirées sont de même couleur »
 et l'événement B : « Tirer au moins une boule verte »



- 1.5 1. Vérifier que $p(A) = \frac{1}{7}$ et calculer $p(B)$
2. On répète l'expérience citée ci-dessus 4 fois de suite dans les mêmes conditions.
- 1.5 1.5 Montrer que la probabilité pour que l'événement A se réalise exactement 3 fois est $\frac{24}{7^4}$

Exercice n°5:(9 pts)

Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie par : $g(x) = \frac{-2 + \ln x}{-1 + \ln x}$

Soit (C_g) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- 1 1. Vérifier que le domaine de définition de la fonction g est $D_g =]0; e[\cup]e; +\infty[$
- 1 2.a. Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = 1$
- 1.5 2.b. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = 1$ et donner une interprétation géométrique du résultat.
- 1 2.c. Montrer que $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x < e}} g(x) = +\infty$ et calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow e \\ x > e}} g(x)$
- 0.5 2.d. Donner une interprétation géométrique des deux résultats précédents.
- 1 3.a. Montrer que $g'(x) = \frac{1}{x(\ln x - 1)^2}$ pour tout x de D_g
- 1 3.b. Montrer que g est strictement croissante sur chacun des intervalles $]0; e[$ et $]e; +\infty[$
- 1 3.c. Calculer $g(e^2)$ puis dresser le tableau de variations de g
- 1 3.d. A l'aide du tableau de variations de g donner l'ensemble des solutions de l'inéquation :
 $g(x) \geq 0$

Exercice n°6:(2 pts)

Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur IR par : $f(x) = e^{-x} - 1$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ et (Δ) la droite d'équation $y = -x + 2$ et A le point d'abscisse a ($a > 0$), intersection de (C_f) et (Δ)

(Voir figure ci-dessous)

- 0.5 1. Vérifier que $e^{-a} = 3 - a$
- 1 2. Montrer que $\int_0^a (e^{-x} - 1) dx = -2$
- 0.5 3. En déduire l'aire de la partie hachurée.

