Exercice 1 :5points

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 1 \quad et \ U_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{1}{4}$

1) Calculer U_1et U_2.
2) Montrer par récurrence pout tout n de IN : $U_n > \frac{1}{2}$.
3) a-Montrer que $U_{n+1} - U_n = -\frac{1}{2}(U_n - \frac{1}{2})$

   b-Montrer que $(U_n)_{n\in IN}$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.
4) On suppose que : $V_n = U_n - \frac{1}{2} \qquad \forall n \in IN$
   a. Calculer V_0.
   b. Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$
   c. Calculer V_n en fonction de n
   d. En déduire que $U_n = \frac{1}{2}(1 + \left(\frac{1}{2}\right)^n) \qquad \forall n \in IN$
   e. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 2 :10,5points

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie sur IR par : $f(x) = (x-1)^2e^x$

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

   b-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

   c-Vérifier que pour tout $x \ de \ IR$: $f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)^2 x^2 e^x$

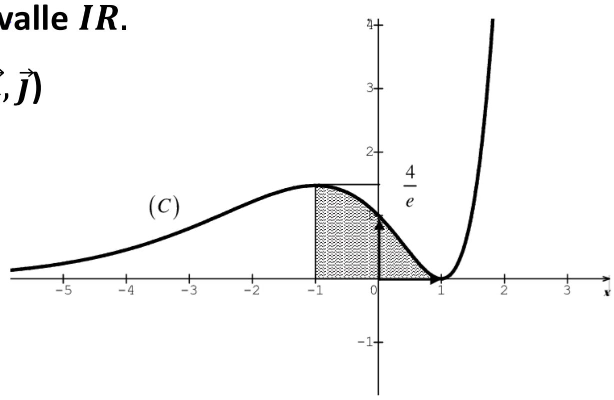
   d-Montrer que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
2) a-Montrer que $f'(x) = (x^2-1)e^x$ pour tout $x \ de \ IR$.

   b-Etudier le signe de $f'(x)$ puis calculer $f(1)$ et $f(-1)$ puis dresser le tableau de variation de f.

3) **Montrer que la fonction F qui définie par : $F(x) = (x^2 - 4x + 5)e^x$ est la fonction primitive de f sur intervalle IR.**

4) **Dans la figure (C_f) dans le repère$(O, \vec{i}, \vec{j})$**

Calculer l'aire de la partie hachurée

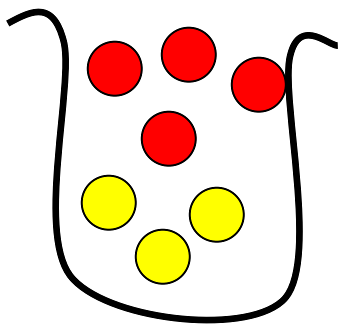


Exercice 3 :4,5points

U ne Urne contient 9 boules indiscernables au toucher :

3 boules rouges, 2 boules blanches et 4 boules vertes

On tire au hasard successivement et sans remise deux boules du sac



1) Montrer que le nombre de tirages possibles est : 72
2) On considère les événements suivants :
   A: «tirer une boule blanche en premier»
   B « les deux boules tirées sont de la même couleur»
   a) montrer que $p\ (A) = \frac{2}{9}$
   b) calculer la probabilité de B et en déduire que $p\ (\overline{B}) = \frac{13}{18}$
   ($\overline{B}$ l'évènement contraire de B)
3) Sachant que la première boule tirée est blanche, calculer la probabilité pour tirer deux boules de couleurs différentes
4) soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules au nombre de boules blanches tirées. remplir le tableau ci-dessous :

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			