nisse International School	Contrôle continu 3 (S1). 30/12/2022 Mathématiques	$2^{ème}$ bac GC ; GE Durée : 2 heures

Exercice 1 (4 points)

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

2 a) $(3x-2).\ln x = 0$ b) $(x^2-x-6)(1-\ln x)=0$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$, les inéquations suivantes.

2 a) $(x-2)\ln x \leqslant 0$; b) $\dfrac{3-x}{\ln x} \leqslant 0$.

Exercice 2 (8 points).

Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par $u_0=3$ et $u_{n+1} = \dfrac{5u_n-4}{u_n+1}$ $(n\in\mathbb{N})$

1) a) Calculer u_1 et vérifier que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u_{n+1}-2 = \dfrac{3(u_n-2)}{u_n+1}$

1 b) Démontrer que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u_n > 2$.

1,5 c) Montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u_{n+1}-u_n = -\left(\dfrac{u_n-2}{u_n+1}\right)^2$ puis déterminer la monotonie de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$

0,5 d) Déduire que la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est convergente.

2) On pose : $(\forall n\in\mathbb{N})$ $v_n = \dfrac{1}{u_n-2}$

1,5 a) Démontrer que la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ est arithmétique de raison $r=\dfrac{1}{3}$ en donnant son premier terme v_0

0,5 b) Ecrire v_n en fonction de n.

1 c) Déduire que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $u_n = \dfrac{2n+9}{n+3}$ puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

1 3) Calculer en fonction de n la somme $S_n = v_0+v_1+\dots+v_n$.

Exercice 3 (8 points)

On considère la fonction f définie sur $I=]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2+1+2\ln x$$

1 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat obtenu

1,5 b) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et montrer que $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = +\infty$. Interpréter géométriquement ce dernier résultat

1	2) a) Montrer que $(\forall x \in I)$ $f'(x) = 2\left(x + \frac{1}{x}\right)$ puis déduire que f est strictement croissante sur I
1	b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans $]0,5\,;\,0,6[$
1	3°) a) Montrer que $(\forall x \in I)$ $f''(x) = \frac{2(x^2-1)}{x^2}$
1	b) Etudier la concavité de la courbe (C_f) en donnant les coordonnées de son point d'inflexion A.
1	c) Ecrire l'équation de la tangente à (C_f) au point d'abscisse 1.
0,5	4) Résoudre dans I, l'inéquation $f(x) \leq 0$