Nisse International School

Contrôle continu 2 (S1)
21 - 11 - 2022

2ème bac GC, GE
Durée 2 heures

## Exercice 1 (8 points)

On considère la fonction numérique $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$. $(C)$ est sa courbe dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1,5 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis interpréter géométriquement le dernier résultat obtenu.

1,25 b) Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R})$ $f'(x) = 6(x^2+x-2)$ ; calculer $f'(-2)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1,25 c) Dresser le tableau de variations de $f$ sur $]-\infty ; +\infty[$.

1 d) Etudier la concavité de la courbe $(C)$

0,5 2) a) Déterminer l'image de l'intervalle $[-2, +\infty[$ par la fonction $f$

1 b) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution $\alpha$ dans $]-4 ; -3[$

0,5 c) Calculer $f(-3{,}5)$ puis déduire la valeur exacte de $\alpha$.

1 d) Dresser le tableau de signes de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 2 (6 points)

Soit la fonction $g$ définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = \dfrac{2x^3 + x^2 + 3x}{x^2+1}$

1,25 1) a) Montrer que $g$ est dérivable en 0 et que $g'(0) = 3$

0,75 b) Ecrire l'équation de la tangente $(T)$ à la courbe $(C_g)$ au point d'abscisse 0.

0,75 2) a) Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R})$ $g(x) = 2x+1 + \dfrac{x-1}{x^2+1}$

0,75 b) Déduire que la droite $(D)$ d'équation $y = 2x+1$ est une asymptote oblique à la courbe $(C_g)$ au voisinage de $\pm\infty$.

1,5 c) Etudier la position relative de $(C_g)$ et la droite $(D)$.

1 3) Calculer et réduire l'expression de $g'(x)$ pour tout $x$ de $\mathbb{R}$.

## Exercice 3 ( 6 points )

Soit $f$ la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par :

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 1$$

0,75 1) a) Calculer $\lim_{x \to 0^+} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.

1,25 b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et montrer que $\lim_{x \to +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$. Interpréter géométriquement le dernier résultat.

1,5 2) a) Calculer $f'(x)$ pour $x \in ]0,+\infty[$ puis dresser le tableau de variations de $f$.

0,5 b) Donner le nombre de solutions de l'équation $f(x)=0$

1,25 c) Calculer $f(1)$ puis déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation : $2\sqrt{x} \geq \frac{1}{x} + 1$.

0,75 3) Montrer que $f$ admet une fonction réciproque $f^{-1}$ définie sur un intervalle $J$ que l'on donnera