

تمرين (1) (5, 6 ن)
لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0, +\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2 + 4x - 5}{x^2 - 1}; (x \neq 1) \\ f(1) = 3 \end{cases}$$

- 1 أ - بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+ - \{1\}$: $f(x) = \frac{x+5}{x+1}$ واستنتج أن f متصلة في 1
0,5 ب - بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+ - \{1\}$: $\frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \frac{-2}{x+1}$
1 ج - ادرس قابلية اشتقاق f في 1 ، واعط تأويل هندسيا للنتيجة للموصل ولغيرها.
1 د أ - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ وأول هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
1 ب - بين أن لكل x من \mathbb{R}^+ : $f'(x) = \frac{-4}{(x+1)^2}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على \mathbb{R}^+
1 ج - بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديدها.
1 د - حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J .

تمرين (2) (7 ن)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - 1 - \frac{1}{\sqrt{x}}$

- 1 أ - احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ وأول هندسيا للنتيجة المحصل عليها
1,5 ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ ، وبين أن المستقيم الذي معادلته $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى g بمحاور $+\infty$
1,5 ج أ - بين أن لكل x من $]0, +\infty[$: $g'(x) = 1 + \frac{1}{2x\sqrt{x}}$ واستنتج أن g تنازديتها قطعا على $]0, +\infty[$
1 ب - ضع جدول تغيرات الدالة g على $]0, +\infty[$ وحدد هوزة المجال $[1, 2]$ بالدالة g .
1 ج - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1, 2]$
1 د - ضع جدول إشارة الدالة g على $]0, +\infty[$.

تمرين (3) (5, 6 ن)

لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي : $h(x) = x\sqrt{x+3}$

- 0,75 1 أ - حدد D_h (مجموعة تعريف h) واحسب $h(-3)$.
0,5 ب - احسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{h(x)}{x}$ (علل إجوبتك)
0,5 ج - بين أن لكل x من $]-3, +\infty[$: $\frac{h(x) - h(-3)}{x + 3} = \frac{x}{\sqrt{x+3}}$
0,75 د - ادرس قابلية اشتقاق h عن اليمين في -3 ، وأول هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
1,5 2 أ - بين أن لكل x من $]-3, +\infty[$: $h'(x) = \frac{3(x+2)}{2\sqrt{x+3}}$. احسب $h'(-2)$ وأول هندسيا للنتيجة المحصل عليها.
1,5 ب - بين أن f تنازديتها على $]-3, -2[$ و f تنازديتها على $]-2, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيراتها على D_h
0,5 ج - استنتج أن : $x\sqrt{x+3} + 2 \geq 0 \quad (x \in]-3, +\infty[)$
0,5 د - اكتب معادلتها h مع (T) للمنحنى (C_g) في النقطة التي أفصولها 1 .