Groupe Scolaire	Contrôle Continu 3 (S1) Novembre 2019	2ème bac : GC et GE Durée : 2 Heures Prof : G.A

Exercice 1 (7 points)

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $I=[0;+\infty[$ par $f(x)=x^2-2+\sqrt{x^2+1}$

0,5 1) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (justifier votre réponse).

1 b) Montrer que $(\forall x\in]0;+\infty[)$ $\dfrac{f(x)}{x}=x-\dfrac{2}{x}+\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}$ puis déduire $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ (justifier votre réponse).

1 2) a) Montrer que $(\forall x\in I)$ $f'(x)=2x+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

0,5 b) Calculer $f'(0)$ puis interpréter géométriquement le résultat obtenu

1 c) Montrer que f est croissante sur I puis dresser son tableau de variations.

1 3) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une seule solution α dans $]0;1[$.

0,5 b) Dresser le tableau de signes de f sur I.

1 4) a) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on donnera.

0,5 b) Calculer $f(\sqrt{3})$ puis déduire $f^{-1}(3)$.

Exercice 2 (7,5 points)

Calculer et simplifier l'expression de $f'(x)$ dans chacun des cas suivants :

1,5 ① $f(x)=(x^2-1)(x^2+x+2)$; $I=]-\infty,+\infty[$

3 ② $f(x)=(3x^2-6x+1)^{19}$; $I=]-\infty,+\infty[$; ③ $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x-2}$; $I=]2;+\infty[$

3 ④ $f(x)=\sqrt{x^4-x^2+1}$; $I=]-\infty,+\infty[$; ⑤ $f(x)=x-3+\dfrac{1}{x^2+1}$; $I=]-\infty,+\infty[$

Exercice 3 (5,5 points)

Soit la fonction f définie sur l'intervalle $I=[-4;+\infty[$ par : $f(x)=x\sqrt{x+4}$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

0,75 1) a) Calculer $f(0)$; $f(-4)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1 b) Montrer que f est dérivable en 0 puis donner l'équation

	de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 0.
1	c) Vérifier que $(\forall x \in]-4;+\infty[)$ $\frac{f(x)-f(-4)}{x+4} = \frac{x}{\sqrt{x+4}}$ puis étudier la dérivabilité de f à droite en -4, interpréter géométriquement le résultat obtenu.
1	2) a) Montrer que : $(\forall x \in]-4,+\infty[)$ $f'(x) = \frac{3x+8}{2\sqrt{x+4}}$
1	b) Etudier le signe de $3x+8$ sur I puis dresser le tableau de variations de f sur I.
0,75	c) Construire la courbe (C) sur l'intervalle $[-4;2]$