

**Exercice 1 :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations suivantes :

a)  $\ln(x-2) > \ln(3-x)$    b)  $\ln(3-x) < 0$

**Exercice 2 :**

Dans chacun des cas suivants, préciser le domaine de définition de  $f$  et calculer sa dérivée

$f(x) = \ln(x+4)$  ;  $f(x) = \ln x + 4$  ;

$f(x) = \ln(x^2 + 4)$  ;

$f(x) = \ln\left(\frac{1}{x+4}\right)$  ;  $f(x) = \ln|x+4|$

**Exercice 3 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$ .

Déterminer toutes les primitives de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$

**Exercice 4 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -1; 1[$  par  $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

a. Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que

$$f(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

b. En déduire toutes les primitives  $F$  de  $f$  sur  $] -1; 1[$

c. Déterminer la primitive  $F_0$  de la fonction  $f$  qui vérifie  $F_0(0) = 1$

**Exercice 5 :**

Dans chacun des cas suivants, donner un intervalle sur lequel  $f$  a des primitives, et donner une primitive de  $f$

$f(x) = \frac{1}{2x-3}$  ;  $f(x) = \frac{4x}{x^2+1}$  ;  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$  ;  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

**Exercice 6 :**

Simplifier les expressions suivantes :

$\ln 2 + \ln \frac{1}{2}$  ;  $\ln 2 + \ln 4 - \ln 8$  ;  $\ln\left(\frac{1}{3}\right) + 2 \ln \sqrt{3}$  ;

$\ln(2 + \sqrt{3}) + \ln(2 - \sqrt{3})$

**Exercice 7 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par

$f(x) = \ln x - \sqrt{x}$

Etudier le signe de  $f(x)$ .

**Exercice 8 :**

Résoudre dans  $\mathbb{R}$  les équations et les inéquations suivantes :

$\ln x \leq 1$  ;  $\ln x = 2$  ;  $3 - \ln x \leq 8$  ;  $\ln(2x+1) = 1$

$\ln(x^2) = -1$  ;  $\ln(x(x+1)) = 0$  ;

$\ln x + \ln(x+1) = 0$

**Exercice 9 :**

Déterminer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x}{2} - \ln x$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln\left(\frac{x^2+1}{3+2x^2}\right)$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x \ln x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \ln x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1 - \ln x}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \ln x}{x}$

**Exercice 10 :**

Déterminer les limites suivantes :

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^2 x}{x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{x}}{2} \ln x$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{x-1}{x}\right)$

$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x^3 \ln x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x \ln^2 x}$  ;  $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x \ln(x^2 - x))$

**Exercice 11 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{1}{x \ln x}$

Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son domaine de définition. En déduire les asymptotes à sa courbe  $(Cf)$

Dresser le tableau de variation de  $f$

Tracer  $(Cf)$  ainsi que sa tangente au point d'abscisse  $e$

**Exercice 12 :**

Dans tous les cas suivants, étudier et représenter graphiquement la fonction  $f$  :

a)  $f(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

b) 
$$\begin{cases} f(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} & x > 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

c)  $f(x) = \ln|x^2 - 3x + 2|$

**Exercice 13 :**

1. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation :

$\text{Log}(x-2) + \text{Log}(x+3) = 2$

2. Résoudre dans  $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$  le système : 
$$\begin{cases} x + y = 65 \\ \text{Log } x + \text{Log } y = 3 \end{cases}$$

**Exercice 14 :**

On considère la suite  $(u_n)$  définie par :

$u_n = \ln\left(1 + \frac{1}{n}\right)$  pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$

a) Montrer que  $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n > 0$

b) Etudier les variations de  $(u_n)$ , déduire quelle est convergente

c) Calculer la limite de  $(u_n)$