



امتحان تجريبي
دورة فبراير 2013
الموضوع

nisse
Groupe
Scolaire

المادة : الرياضيات
الشعبة : العلوم الاقتصادية
مدة الاجاز : ساعتان . المعامل 4

التصريف الأول (5 ن)

1) احس النهايات التالية :

- 2 $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(1+3x) ; \lim_{x \rightarrow 0} (x^2-x) \ln x + 1 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}}{3x+1} ; \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-4}$
- 1,5 $\lim_{x \rightarrow 0} \ln(x-1) = 0 ; \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x - 2 = 0$ حل في \mathbb{R} المعادلتين : $(\sqrt{x}-1) \ln(x-2) = 0 ; \lim_{x \rightarrow 0} x \ln x - 2 = 0$
- 1,5 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln x}{\ln x - 1} < 0 ; \lim_{x \rightarrow 0} \ln(x+1) - \ln(2x-3) > 0$ حل في \mathbb{R} المتراجحتين

التصريف الثاني: (5,5 نقطة)

نعتبر المتتالية الترجية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n - 8}{u_n - 1}$ ($n \in \mathbb{N}$)

- 0,25 1) أ- تحقق أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 5 - \frac{3}{u_n - 1}$
- 1 ب- برهن أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $2 < u_n < 4$
- 0,75 2) أ- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 2)(4 - u_n)}{u_n - 1}$
- 0,75 ب- ادرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ واستنتج أن $3 \leq u_n$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
- 0,25 ج- بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة.
- 3) نضع لكل $n \in \mathbb{N}$: $v_n = \frac{u_n - 2}{u_n - 4}$
- 0,75 أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$ هندسية أساسها 3 وحددها الأول v_0 .
- 0,5 ب- اكسب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$
- 0,5 ج- بين أن لكل $n \in \mathbb{N}$: $u_n = 4 + \frac{2}{v_n - 1}$
- 0,75 د- استنتج u_n بدلالة n ثم احسب نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$

التصريف الثالث: (9,5 نقطة)

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R}^* بما يلي $g(x) = x^2 + x - 2 + 2 \ln x$

- 0,5 1) أ- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ (علل إجوابك)
- 0,75 ب- احسب $g'(x)$ واستنتج أن الدالة g تزايدية قطعا على \mathbb{R}^* .
- 0,75 2) أ- احسب $g(1)$ واستنتج أن $g(x) > 0 \forall x \in]1, +\infty[$ و $g(x) < 0 \forall x \in]0, 1[$

2) لتكن f الدالة المعرفة على \mathbb{R}^* بما يلي $f(x) = x + \ln x - \frac{2 \ln x}{x}$

- ولكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد منظم $(0, 2, 3)$.
- 0,75 3) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول هندسيا هذه النتيجة.
- 0,75 ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$
- 0,25 ج- بين أن (C) يقبل فرعا متوجعا في اتجاه المستقيم (A) الذي مادلته $x = 2$.
- 1 د- تحقق أن لكل $x \in]0, +\infty[$: $f(x) = \frac{(x-2) \ln x}{x}$ ثم استنتج الوضوح النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (A) (حل المعادلة $(x-2) \ln x = 0$)
- 1 4) أ- أثبت أن لكل $x \in \mathbb{R}^*$: $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ واحسب $f'(1)$
- 0,75 ب- بين أن f تزايدية على $]1, +\infty[$ وتناقصية على $]0, 1[$ ثم اشرح جدول تعبيرات الدالة f على \mathbb{R}^*
- 1 ج- أُنشئ المستقيم (A) والمنحنى (C).
- 3) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = f(u_n)$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
- 0,5 1) أ- بين بالتراجع أن $1 < u_n < 2$ ($\forall n \in \mathbb{N}$)
- 1 ب- بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ تناقصية واستنتج أنها متقاربة.
- 0,5 ج- احسب (محلل جوابك) نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$.