

### Exercice 1 (8 points)

On considère la fonction numérique  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 7$ . (C) est sa courbe dans un repère orthonormé  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$  puis interpréter géométriquement le dernier résultat obtenu. 1,5
- b) Vérifier que  $(\forall x \in \mathbb{R}) f'(x) = 6(x^2 + x - 2)$ ; calculer  $f'(-2)$  puis interpréter géométriquement le résultat obtenu. 1,25
- c) Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $]-\infty; +\infty[$ . 1,25
- d) Étudier la concavité de la courbe (C) 1
- 2) a) Déterminer l'image de l'intervalle  $[-2; +\infty[$  par la fonction  $f$  0,5
- b) Montrer que l'équation  $f(x) = 0$  admet une seule solution  $\alpha$  dans  $]-4; -3[$  1
- c) Calculer  $f(-3,5)$  puis déduire la valeur exacte de  $\alpha$ . 0,5
- d) Dresser le tableau de signes de  $f(x)$  sur  $\mathbb{R}$ . 1

### Exercice 2 (6 points)

Soit la fonction  $g$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $g(x) = \frac{2x^3 + x^2 + 3x}{x^2 + 1}$

- 1) a) Montrer que  $g$  est dérivable en 0 et que  $g'(0) = 3$  1,25
- b) Écrire l'équation de la tangente (T) à la courbe  $(C_g)$  au point d'abscisse 0. 0,75
- 2) a) Vérifier que  $(\forall x \in \mathbb{R}) g(x) = 2x + 1 + \frac{x-1}{x^2+1}$  0,75
- b) Démontrer que la droite (D) d'équation  $y = 2x + 1$  est une asymptote oblique à la courbe  $(C_g)$  au voisinage de  $\pm\infty$ . 0,75
- c) Étudier la position relative de  $(C_g)$  et la droite (D). 1,5
- 3) Calculer et réduire l'expression de  $g'(x)$  pour tout  $x$  de  $\mathbb{R}$ . 1

### Exercice 3 (6 points)

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x} - 1$$

- 0,75 1) a) Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  puis interpréter géométriquement le résultat obtenu.
- 1,25 b) Calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et montrer que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ . Interpréter géométriquement le dernier résultat.
- 1,5 2) a) Calculer  $f'(x)$  pour  $x \in ]0; +\infty[$  puis dresser le tableau de variations de  $f$ .
- 0,5 b) Donner le nombre de solutions de l'équation  $f(x) = 0$ .
- 1,25 c) Calculer  $f(1)$  puis déduire l'ensemble des solutions de l'inéquation :  $2\sqrt{x} \geq \frac{1}{x} + 1$ .
- 0,75 3) Montrer que  $f$  admet une fonction réciproque  $f^{-1}$  définie sur un intervalle  $J$  que l'on donnera.