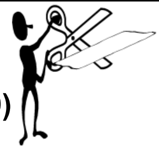
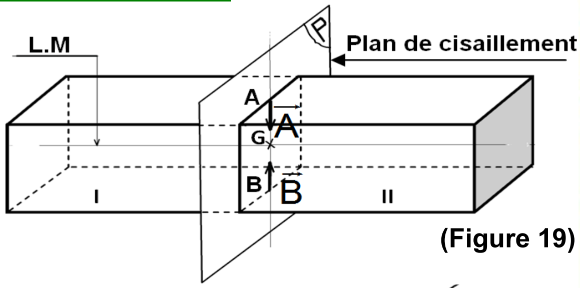
CISAILLEMENT SIMPLE



I- HYPOTHÈSES : (Figure 19)

Le solide est idéal : matériau homogène, isotrope, poutre rectiligne de section constante, avec plan *(P)* de cisaillement et (P) ⊥ (L.M).

Les actions extérieures sont modélisables en A et B, situées dans *(P)* par deux résultantes verticales $\vec{A}$ et $\vec{B}$, directement opposées, et perpendiculaire à la ligne moyenne.



(Figure 19)

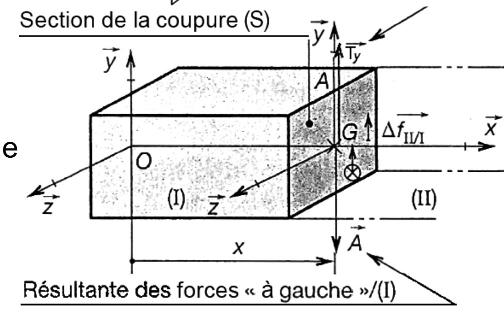
II- DÉFINITION : (Figure 20a)

Une poutre est sollicitée au cisaillement si le torseur associé aux forces de cohésion de la partie droite (II) sur la partie gauche (I) de la poutre peut se réduire en G, barycentre de la section droite (S), à une **résultante située dans le plan (S)**, telle que :

$$\{Coh_{II/I}\}_G = \left\{ \vec{T} \middle| \vec{0} \right\}_G \quad \text{dans le repère } (G, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$$

avec : $N = 0;\ T_y \neq 0;\ T_z = 0$

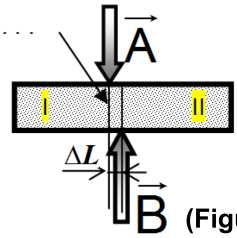
$M_t = 0;\ M_{fGy} = 0;\ M_{fGz} = 0$



(Figure 20a)

et
$$\{Coh_{II/I}\}_G = -\{Action\ ext.à\ gauche/_I\}_G = -\left\{ \vec{A} \middle| \vec{0} \right\}_G$$
$$\{Coh_{II/I}\}_G = +\{Action\ ext.à\ droite/_{II}\}_G = +\left\{ \vec{B} \middle| \vec{0} \right\}_G$$

donc : $\boxed{\vec{T} = -\vec{A} \ \ et\ \ \overrightarrow{M_G} = \vec{0}}$



(Figure 20b)

Remarque : (Figure 20b)

- Dans la réalité, $\vec{A}$ s'exerce à une distance *ΔL,* très petite, du plan (P) dans lequel se situe $\vec{B}$.
- Le cisaillement pur n'existe pas, il subsiste toujours de la flexion...

III- CONTRAINTE DANS UNE SECTION DROITE : (Figure 21)

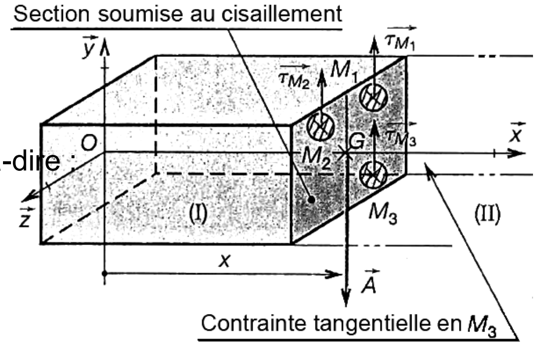
Les contraintes tangentielles sont sensiblement uniformément réparties dans une section droite. On définit une contrainte moyenne τ_{moy} égale à τ_M supposée uniformément répartie c'est-à-dire :

$$\|\tau_{M_1}\| = \|\tau_{M_2}\| = \cdots \|\tau_{moy}\| = Cte \quad \text{et} \quad \boxed{\tau_{moy} = \frac{T}{S}}$$

avec : τ_{moy} : contrainte tangentielle moyenne (MPa) ;

T : effort tangentiel (ou tranchant) (N) ;

S : section droite soumise au cisaillement (mm²).



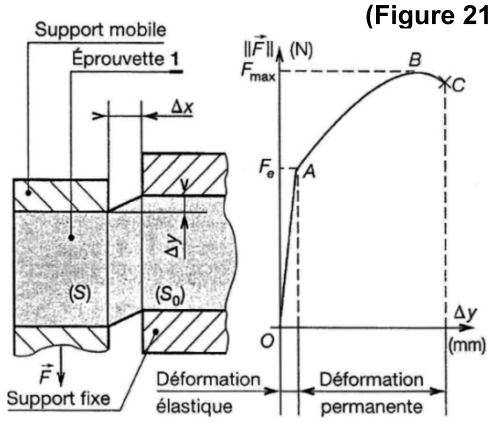
(Figure 21)

IV- ETUDE DES DEFORMATIONS : (Figure 22)

a- Essai de cisaillement :

L'essai de cisaillement fait apparaître, comme pour la traction, deux zones :

- la **zone OA** de déformation élastique ou domaine élastique ;
- la **zone ABC** de déformation permanente ou domaine plastique.



(Figure 22)

b- Déformation d'une poutre dans le domaine élastique : (Figure 23)

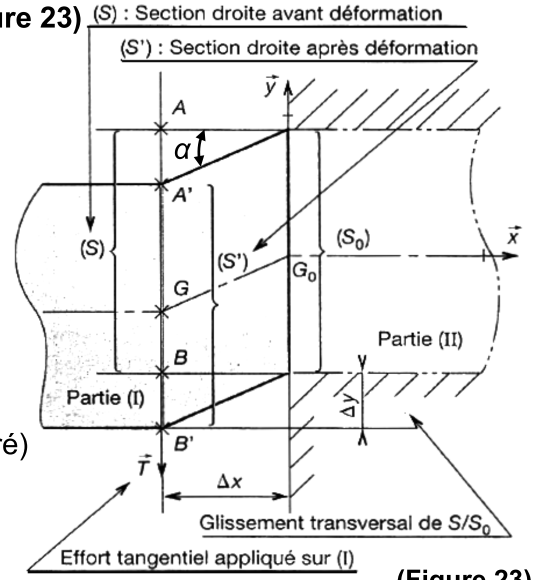
On définit le glissement relatif γ par le rapport : $\boxed{\gamma = \dfrac{\Delta y}{\Delta x}}$

La loi de Hooke donne : $\boxed{\tau_{moy} = G \cdot \gamma}$

On peut écrire aussi : $\boxed{\dfrac{T}{S} = G \cdot \dfrac{\Delta y}{\Delta x}}$

avec : Δx : distance entre (S) et (S_0) (mm) ;
Δy : glissement transversal entre (S) et (S_0) (mm) ;
G : module d'élasticité transversal (de Coulomb) (MPa).

et $\alpha = Arctg\gamma = Arctg\dfrac{\Delta y}{\Delta x}$: angle de glissement relatif (en degré)



(Figure 23)

V- CONDITION DE RÉSISTANCE :

On définit la condition de résistance pratique au glissement ou la contrainte admissible au cisaillement par :

$$\boxed{R_{pg} = \tau_{adm} = \frac{R_{eg}}{s}}$$

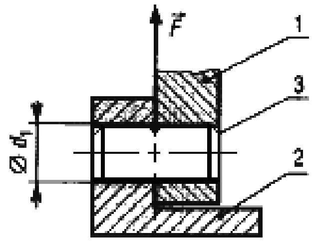
avec :

- **Rpg** : résistance pratique au glissement (MPa) ;
- **Reg** : résistance élastique au glissement (MPa) ;
- **s** : coefficient de sécurité.

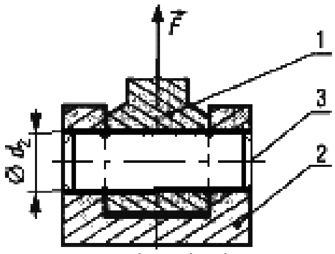
La condition de résistance s'écrit : $\boxed{|\tau_{moy}| \leq \tau_{adm} = R_{pg} \ ou \ \dfrac{T}{S} \leq \dfrac{R_{eg}}{s}}$

Calcul approché des articulations cylindriques

La liaison pivot entre 1 (tirant) et 2 est réalisée par l'intermédiaire d'un axe cylindrique 3. Dans les deux cas, l'action exercée par le tirant est F = 10 000 daN. Les axes 3 sont réalisés dans le même acier dont la contrainte admissible au- cisaillement est de 5 daN/mm^2.



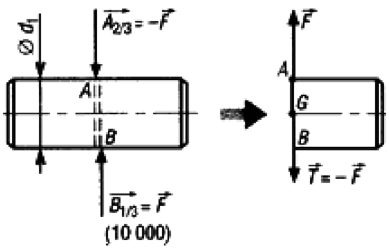
solution 1 (en porte à faux)



solution 2 (en chape)

Déterminons et comparons les diamètres d_1 et d_2 des deux solutions.

Solution 1

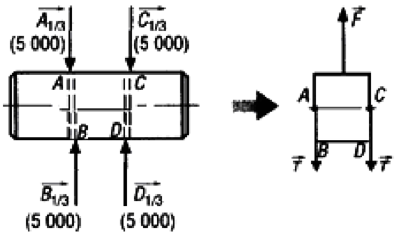


$$T = F = 10000\,daN$$

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{10000}{\left(\dfrac{\pi d_1^2}{4}\right)} \leq Rpg = 5\,daN/mm^2$$

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{10000 \cdot 4}{5\pi}} = 50{,}5 \quad d'où \ \ d_{1_{\min i}} = 50{,}5mm$$

Solution 2



$$T = \frac{F}{2} = 5000\,daN$$

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{5000}{\left(\dfrac{\pi d_2^2}{4}\right)} \leq Rpg = 5\,daN/mm^2$$

$$d_2 \geq \sqrt{\frac{5000 \cdot 4}{5\pi}} = 35{,}7 \quad d'où \ \ d_{2_{\min i}} = 35{,}7mm$$