المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا -نموذج تجريبي -1 - دورة يونيو 2021 ـ الموضوع ـ	الصفحة 1 / 3 ****** N° : S5B MAB
إعداد : El-Ouarzazi Mohamed	♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣♣	RS2021

المادة	الرياضيات	مدة الانجاز	3h
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الإمتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛

مكونات الموضوع

✓ يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	النهايات، الإشتقاق وحساب التكامل	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	8 نقط

✓ ln يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري .

التمرين الأول (4 نقط)

نعتبر (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=\frac{1}{2}$ و $u_{n+1}=\frac{2021u_n}{u_n+2020}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$: $0\leq u_n\leq 1$ 0.5

2) أ) بين أن المتتالية (u_n) تزايدية 0.5

ب) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة 0.25

3) لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{2020}{2021}$ 0.5

ب) حدد تعبير v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n 1

4) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ 0.25

5) حل المعادلة : $(v_n)^n\times v_{n+1}\times(v_{2n})^{-3}=\left(\frac{2021}{2020}\right)^5$ حيث n عدد صحيح طبيعي زوجي . 1

التمرين الثاني (5 نقط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة (E) حيث :

$$(E):\ z^2-2\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)z+10=0$$

أ) تحقق أن : $\Delta=-4\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)^2$ حيث Δ مميز المعادلة (E) 0.5

ب) استنتج حلول المعادلة (E) 1

2) نعتبر الأعداد العقدية التالية : $a=\sqrt{2}-2i\sqrt{6}$ ؛ $b=-1+i\beta$ ؛ $c=-1+2i$ ؛ $d=\beta+1+i$

أ) بين أن $\left(\frac{a+i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2020}+\left(\frac{\bar{a}-i\sqrt{6}}{2\sqrt{2}}\right)^{2021}=0$. 0.75

ب) تحقق أن $\frac{c-b}{d-b}=\frac{(\beta-1)(\beta-2)}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2}+i\frac{4-\beta^2}{(2+\beta)^2+(1-\beta)^2}$ حيث $\beta\in\mathbb{R}^-$ 0.5

ج) حدد قيمة العدد β التي من أجلها تكون النقط B ، C و D مستقيمية. 0.5

3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ النقط A ، B ، C و D والتي ألحاقها على التوالي : $z_A=i\sqrt{3}$ ؛ $z_B=-i\sqrt{3}$ ؛ $z_C=3+2z_A$ ؛ $z_D=3+2z_B$

أ) بين أن $\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}=\frac{\sqrt{3}}{3}i$ 0.5

ب) استنتج طبيعة المثلث ACD ثم بين أن $3AC=\sqrt{3}AD$ 0.5

ج) أحسب بـ cm^2 مساحة المثلث ACD 0.25

4) لتكن $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالتحويل T حيث : $z'=\sqrt{3}\times\frac{z_C-z_A}{z_D-z_A}(z-z_A)+z_A$

أ) حدد طبيعة التحويل T محددا عناصره المميزة. 0.75

ب) حدد z_F لحق النقطة F صورة النقطة B بالتحويل T . 0.25

5) حدد مجموعة النقط $M(z)$ التي تحقق : $\left|\sqrt{3}z+3i\right|=\left|-i\sqrt{3}z\right|$ 0.5

التمرين الثالث (3 نقط)

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بما يلي : $g(x)=\ln x-\sqrt{x}$

1) بين أن لكل x من المجال $]0;+\infty[$: $g'(x)=\frac{2-\sqrt{x}}{2x}$ — 0.5

2) أ) ضع جدول تغيرات الدالة g ثم استنتج أن $\forall\ x\ \in]0;+\infty[\ ;\ \ln x<\sqrt{x}$ — 0.75

ب) استنتج أن لكل $x>1$: $0<\frac{\ln x}{x}<\frac{1}{\sqrt{x}}$ — 0.5

ج) علل نتيجة النهاية التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\ln x}{x}=0$ — 0.25

3) بين أن الدالة $G: x\longmapsto x\left(\ln x-1-\frac{2}{3}\sqrt{x}\right)$ دالة أصلية للدالة g على المجال $]0;+\infty[$. — 0.5

4) تحقق أن $\int_1^e g(x)\,dx=\frac{5-2e\sqrt{e}}{3}$ — 0.5

مسألة (8 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=-2x+1+e^{-x+3}(e^{-x+3}-4)$

وليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$. (الوحدة $1cm$)

1) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ — 0.5

2) بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\big(f(x)-(-2x+1)\big)=0$ ثم أول النتيجة هندسيا. — 0.5

3) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x}$ ثم أول النتيجة هندسيا. — 0.5

4) حل المعادلة $e^{-x+3}-4=0$ ثم بين أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم (D) ذو المعادلة $y=-2x+1$ على المجال $[3-\ln 4\,;+\infty[$ ويوجد فوق المستقيم (D) على المجال $]-\infty;3-\ln 4]$. — 0.75

5) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-2(e^{-x+3}-1)^2$ — 0.5

6) أحسب $f'(3)$ ثم أول النتيجة هندسيا. — 0.5

7) ضع جدول تغيرات الدالة f . — 0.5

8) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثياتها هو $(3;-8)$ — 0.5

9) بتطبيق مبرهنة القيم الوسطية بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حل وحيد α حيث $3-\ln 5<\alpha<3-2\ln 2$ — 0.75

10) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$ — 0.5

ب) تحقق أن $(f^{-1})'(4\ln 2-5)=-\frac{1}{18}$ (لاحظ أن $f^{-1}(4\ln 2-5)=3-\ln 4$) — 0.75

11) أنشئ في نفس المعلم $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ المستقيم (D) ، المنحنى (C_f) والمنحنى $(C_{f^{-1}})$. — 1

(نأخذ $3-ln(5)\approx 1.4$ و $3-2ln(2)\approx 1.6$)

الله ولـــــي التوفيــــــــق