ملخصي وقواعدي في الرياضيات لمستوى الثانية باك علوم فيزيائية وعلوم الحياة والأرض

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

درس الاتصال:

- f متصلة في النقطة x_0 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0} f(x)=f(x_0)$
- f متصلة في x_0 $\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=f(x_0)$
- تكون الدالة f متصلة في النقطة x_0 إذا وفقط إذا كانت متصلة على اليمين في النقطة x_0 و على اليسار في النقطة x_0
- تكون الدالة f متصلة على مجال $[a;b]$ إذا كانت متصلة في كل نقطة من $]a;b[$ ومتصلة على اليمين في النقطة a و على اليسار في b
- مجموع وجداء وخارج دوال متصلة هي دالة متصلة مع مراعاة مجال الاتصال ومجموعة التعريف
- الدوال الحدودية و الجذرية و المثلثية متصلة على مجموعة تعريفها
- الدالة $x\to\sqrt{x}$ و متصلة على $\mathbb{R}^+$
- الدالة $x\to\sqrt[n]{x}$ و متصلة على $\mathbb{R}^+$
- f دالة عددية و I مجال ضمن D_f و g دالة عددية و J مجال ضمن D_g بحيث : $f(I)\subset J$
- اذا كانت الدالة f متصلة على I و g متصلة على J فان : $g\circ f$ دالة متصلة على I

$$x\to f(x)\to g\left(f(x)\right)$$

$$x\in D_{g\circ f}\Leftrightarrow x\in D_f \text{ و } f(x)\in D_g$$

$$x\in D_{f\circ g}\Leftrightarrow x\in D_g \text{ و } g(x)\in D_f$$

- **مبرهنة القيم الوسيطية1:** إذا كانت f دالة متصلة على مجال $[a;b]$ و $f(a)\times f(b)<0$ فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا على الأقل في المجال $]a;b[$.

مبرهنة القيم الوسيطية2: إذا كانت f دالة متصلة على مجال $[a;b]$ و $f(a)\times f(b)<0$ و f رتيبة قطعا على $[a;b]$ فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا في المجال $]a;b[$.

- صورة مجال:الحالة 1 : f **متصلة وتزايدية قطعا:**

- $f([a;b])=[f(a);f(b)]$
- $f([a;b[)=\left[f(a);\lim\limits_{\substack{x\to b\\x\prec b}} f(x)\right[$
- $f(]a;b])=\left]\lim\limits_{\substack{x\to a\\x\succ a}} f(x);f(b)\right]$
- $f(]a;b[)=\left]\lim\limits_{\substack{x\to a\\x\succ a}} f(x);\lim\limits_{\substack{x\to b\\x\prec b}} f(x)\right[$

الحالة 2 :

f متصلة وتناقصية قطعا:

$$f([a;b])=[f(b);f(a)]$$

$$f([a;b[)=\left]\lim\limits_{\substack{x\to b\\x\prec b}} f(x);f(a)\right]$$

$$f(]a;b])=\left[f(b);\lim\limits_{\substack{x\to a\\x\succ a}} f(x)\right[$$

$$f(]a;b[)=\left]\lim\limits_{\substack{x\to b\\x\prec b}} f(x);\lim\limits_{\substack{x\to a\\x\succ a}} f(x)\right[$$

- إذا كانت f دالة عددية متصلة و رتيبة قطعا على المجال I فان الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على : $J=f(I)$

نرمز لها بالرمز f^{-1} وتحقق : $\begin{cases} f(y)=x\\ y\in I\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=f^{-1}(x)\\ x\in f(I)\end{cases}$

منحنى الدالة f^{-1} هو مماثل منحنى الدالة f بالنسبة للمستقيم : $y=x$ في معلم متعامد ممنظم

- العدد $\sqrt[n]{x}$ يسمى الجذر من الرتبة n للعدد x

ولدينا : $\begin{cases} x^n=y\\ x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} y=\sqrt[n]{x}\\ y\ge 0\end{cases}$

خصائص: $n\in\mathbb{N}^*$ و $m\in\mathbb{N}^*$

- $x\ge y\Leftrightarrow \sqrt[n]{x}\ge\sqrt[n]{y}$ $\quad x\in\mathbb{R}^+$ و $y\in\mathbb{R}^+$
- $\left(\sqrt[n]{x}\right)^n=x$ $\quad x\in\mathbb{R}^+$
- $\sqrt[n]{x\times y}=\sqrt[n]{x}\times\sqrt[n]{y}$ $\quad x\in\mathbb{R}^+$ و $y\in\mathbb{R}^+$
- $\sqrt[n]{\dfrac{1}{y}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{y}}$ $\quad y\in\mathbb{R}^{+*}$ و $\sqrt[n]{\dfrac{x}{y}}=\dfrac{\sqrt[n]{x}}{\sqrt[n]{y}}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[m]{x}}=\sqrt[n\times m]{x}$ و $\sqrt[n\times m]{x^m}=\sqrt[n]{x}$ $\quad x\in\mathbb{R}^+$

$$x^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{x^m}\ ;\ \sqrt[n]{x}=x^{\frac{1}{n}} \text{ و } x^r\times x^{r'}=x^{r+r'}$$

$$\text{و } x^r\times y^r=(x\times y)^r \text{ و } \left(x^r\right)^{r'}=x^{r\times r'} \text{ و } \frac{x^r}{y^r}=\left(\frac{x}{y}\right)^r$$

$$\text{و } \frac{1}{x^r}=x^{-r} \text{ و } \frac{x^r}{x^{r'}}=x^{r-r'}$$

حظ سعيد