# فرض محروس رقم 2

## التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2+\frac{4}{\sqrt{x}+1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة $f$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنّ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أنّ $f'(x)=\frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ $\quad(\forall x\in ]0,+\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم أنجز جدول تغيراتها

## التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ U_{n+1}=\frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

-1 بين أنّ $0<U_n<1$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

( لاحظ أنّ $U_{n+1}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{2U_n+1}\right)$ )

-2 أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

-3 نضع $V_n=1-\frac{1}{U_n}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أ- بين أنّ $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ و أحسب $V_0$

ب- استنتج أنّ $U_n=\frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$


# فرض محروس رقم 2

## التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية $f$ المعرفة بما يلي : $f(x)=\frac{1}{2}x-2+\frac{4}{\sqrt{x}+1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة $f$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) بين أنّ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} \frac{f(x)-f(0)}{x}=-\infty$ أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أنّ $f'(x)=\frac{(\sqrt{x}-1)(x+3\sqrt{x}+4)}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}+1)^2}$ $\quad(\forall x\in ]0,+\infty[)$

ب- أدرس تغيرات الدالة $f$ ثم أنجز جدول تغيراتها

## التمرين الثاني

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بـ: $\begin{cases} U_0=\frac{1}{2} \\ U_{n+1}=\frac{3U_n}{1+2U_n} \end{cases}$

-1 بين أنّ $0<U_n<1$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

( لاحظ أنّ $U_{n+1}=\frac{3}{2}\left(1-\frac{1}{2U_n+1}\right)$ )

-2 أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

-3 نضع $V_n=1-\frac{1}{U_n}$ لكل $n$ من $\mathbb{N}$

أ- بين أنّ $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{3}$ و أحسب $V_0$

ب- استنتج أنّ $U_n=\frac{3^n}{3^n+1}$ و أحسب النهاية $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$