نهاية في نقطة

أحسب ما يلي : 1) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x^2-3x}{x^2-9}$, 2) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x^2-x-2}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{3x^2-2x}{9x^2-4}$ ،

4) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x^2-2x}$ ، 5) $\lim\limits_{x\to -3}\dfrac{\sqrt{1-x}-2}{x^2+3x}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x\sqrt{x}-1}{x-1}$ ، 7) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{2x-3}-x+1}{x^2-2x}$

8) $\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ x>-2}}\dfrac{x^2}{x^2-4}$ ، 9) $\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\dfrac{x^3+1}{(x-1)(x-2)}$ ، 10) $\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x>3}}\dfrac{x+2\sqrt{x-3}-3}{x^2-9}$

نهاية عند ما لا نهاية

أحسب النهايات التالية : 1) $\lim\limits_{x\to+\infty} 2x^2-x^3+5x+4$ ، 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x^2-x-3}{(2x+1)^2}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-7}{3x-x^2}$ ،

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} 4\sqrt{x+1}-3x$ ، 5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\sqrt{x-2}}{2x-3}$ 6) $\lim\limits_{x\to+\infty} x+1+\sqrt{x^2+1}$

7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x+1}-\dfrac{2x}{x+1}-\dfrac{3}{x^2}$ 8) $\lim\limits_{x\to-\infty}\sqrt{x^2+2x}+x$ 10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{x^2+1}-x}$

إتصال في نقطة

1) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(1)=\dfrac{3}{2} \\ f(x)=\dfrac{x^3-1}{x^2-1} \qquad x\neq 1 \end{cases}$

حدد مجموعة التعريف للدالة f و أدرس اتصال f في النقطة $a=1$

2) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $\begin{cases} f(0)=\dfrac{1}{2} \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{4+x}-\sqrt{4-x}}{x} \qquad x\neq 0 \end{cases}$

حدد مجموعة التعريف للدالة f و أدرس اتصال f في النقطة $a=0$

3) نعتبر الدالة f بحيث : $\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2-x}{2(x^2-1)} & x<1 \\ f(1)=\dfrac{1}{4} & \\ f(x)=\dfrac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & x>1 \end{cases}$

أ- بين أن الدالة f متصلة على يمين النقطة $a=1$

ب- هل الدالة f متصلة في النقطة $a=1$

مبرهنة القيم الوسطية

1) بين أن المعادلة $x^5+x+1=0$ تقبل حلا في المجال $[-1,0]$

2) لتكن الدالة العددية f المعرفة بمايلي: $f(x)=x^2-\dfrac{4}{x}$

أ- بين أن الدالة f تنعدم في المجال $[1;2]$

بـ بين أن المعادلة $f(x)=x$ تقبل حلا على الأقل في $[1;2]$

3) نضع $f(x)=x^3+3x-5$ تقبل حلا وحيدا α و أنجز جدول إشارة $f(x)$

4) لتكن f دالة متصلة على القطعة $[a;b]$ و نعتبر الدالة g بحيث : $g(x)=3f(a)+7f(b)-10f(x)$

أـ بين أن: $3g(a)=-7g(b)$

بـ استنتج أنه يوجد عنصر على الأقل α من المجال $[a;b]$ بحيث: $\frac{3f(a)+7f(b}{10})=f(\alpha)$

الدالة العكسية

1) لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=x+1+2\sqrt{x-1}$

أـ حدد D_f و أدرس اتصال f على D_f

بـ أدرس رتابة f على D_f و ضع جدول التغيرات (لاحظ أن $f(x)=\left(\sqrt{x-1}+1\right)^2+1$)

جـ بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال I يتم تحديده وأحسب $f^{-1}(x)$

2) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]1,+\infty[$ بمايلي : $f(x)=\frac{x^2+1}{x^2-1}$

أـ أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$

بـ بين أن f تناقصية على $]1,+\infty[$ (لاحظ أن $f(x)=1+\frac{2}{x^2-1}$)

جـ استنتج أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} محددا مجموعة تعريفها ثم أحسب $f^{-1}(x)$

دالة الجذر من الرتبة n

1) رتب الأعداد ترتيبا تناقصيا : $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt[4]{3}$

2) بسط العددين التاليين : $B=\frac{\sqrt[4]{3}\times\sqrt[20]{3\sqrt[4]{9}}\times3^2}{\sqrt[5]{81}\sqrt{\sqrt{3}}}$; $A=\frac{\sqrt[3]{4}\times\sqrt{8}\sqrt[5]{2}}{\sqrt[3]{2}\sqrt[6]{4}}$

3) أحسب النهايات التالية :

1) $\lim\limits_{x\to8}\frac{\sqrt[3]{x}-2}{x-8}$ ، 2) $\lim\limits_{x\to4}\frac{x-4}{\sqrt{x}-\sqrt[3]{4}}$ ، 3) $\lim\limits_{x\to1}\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{2x+2}-2}$ ، 4) $\lim\limits_{x\to-\infty}3x+\sqrt[3]{1-x}$

5) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x-\sqrt[3]{x^2}}{x+2}$ ، 6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt[3]{x+1}-\sqrt[3]{x}$ 7) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt[4]{x}-\sqrt[3]{x+1}}$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]2;+\infty[$ بمايلي : $f(x)=\left(1-\frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}\right)^2$

1. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$
2. بين أنه إذا كان $2<x\leq3$ فإن $0\leq1-\frac{1}{\sqrt[3]{x-2}}$
3. بين أن f دالة تناقصية قطعا على $]2;3]$
4. لتكن g للدالة المعرفة على $]2;3]$ كما يلي : $g(x)=f(x)$

أـ بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديدها

بـ أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من المجال J