تمرين1 : أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}+3$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-4}{n^3}-7$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4}{\sqrt{n}}+5$

تمرين2 : حدد من بين المتتاليات التالية المتتاليات المتقاربة:

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-2}{n}+n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{-2}{n^2}+\frac{5}{n}+2$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}-7n$

تمرين3 : أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{3n}}-\frac{2}{3n}+\frac{5}{n^2}-1$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(-3+\frac{1}{n}\right)\left(1+\frac{2}{\sqrt{n}}\right)$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}n^2-n$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4n^2-3n-7}{3n^2+5}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n}-2n$ ،

تمرين4 : أحسب النهايات التالية :

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5+\frac{1}{n}}{3-\frac{7}{n^2}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}4n^3-5n^2+3n-1$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{6n^2-9}{3n+1}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{9n-3}{3n+5}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}6n^3-2n^5+7n-9$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(n+1)^2-(n-1)^2$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{7n^2+1}{14n^3-5n+9}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{n^2+1}{n^5+3n-4}$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n^2+n+1}-n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\sqrt{n+2}-\sqrt{n}$

تمرين5: [حسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}2^n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ،

$\lim\limits_{n\to+\infty}(-5)^n$

تمرين6 : أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}(0,7)^n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(\sqrt{2})^n$

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(5)^n}{(4)^n}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(4)^{-n}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(-2)^n$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(3)^n-\frac{1}{2^n}$ ،

$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{(3)^n+(2)^n}{(2)^n}$

تمرين7 : أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}(n)^{\frac{4}{3}}$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(n)^{-\frac{6}{7}}$ ،

$\lim\limits_{n\to+\infty}(n)^{\frac{3}{5}}-(n)^{\frac{1}{3}}+4$

تمرين8:نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_{n+1}=\frac{u_n-1}{3+u_n}\\u_0=0\end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=\frac{1}{1+u_n}$

1. أحسب $v_{n+1}-v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
2. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
3. أحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

تمرين9 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}^*\begin{cases}u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+1\\u_0=10\end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=u_n-3$

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n\geq 3$
3. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
4. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
5. أكتب v_n بدلالة nواستنتج u_n بدلالة n
6. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

تمرين10:نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\begin{cases}u_{n+1}=\frac{5u_n}{2u_n+3}\\u_0=2\end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad v_n=\frac{u_n-1}{u_n}$

1. بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_n>1$
2. بين أن (v_n)متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
4. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

تمرين11 :أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{\sin n}{n}$

تمرين12 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad u_n=3+\frac{\sin n}{n^3}$

بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=3$

تمرين13: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n\in\mathbb{N}^*\quad u_n=\frac{(-1)^n}{n}$

1)أحسب: $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ 2)استنتج : $\lim\limits_{n\to\infty}3n+2(-1)^n$

تمرين14 : نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 2(-1)^n + \frac{4}{3}n^2 + 2$

1)بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \geq \frac{4}{3}n^2$ 2) استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

تمرين15 : نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = 3n + 5\sin n$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \geq 3n - 5$
2. استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

تمرين16 : نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي:

$\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = -4n + 3\cos n$

1. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n \leq -4n + 3$
2. استنتج : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

تمرين17 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} \\ u_0 = 3 \end{cases}$

1. بين أن المتتالية (u_n)مكبورة بالعدد 4
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
3. ماذا تستنتج ؟

تمرين18 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{4u_n - 2}{u_n + 1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1. بين أن المتتالية (u_n)مكبورة بالعدد 2
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n)
3. ماذا تستنتج ؟

تمرين19 : نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1} \\ u_0 = 3 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \; u_n \geq 2$
3. أدرس رتابة المتتالية (u_n) ماذا تستنتج؟
4. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
5. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n
6. أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ ثم $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين20 : نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي :

$v_n = \cos\left(\frac{(0,1)^n + \pi}{(0,1)^n + 4}\right)$ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

تمرين21 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 1$ و $u_1 = 1$ $\forall n \in \mathbb{N}^*$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n \leq 2$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة
3. نعتبر الدالة f المعرفة ب:

$f(x) = \frac{1}{2}x + 1$ على المجال $I =]-\infty;2]$

أ) بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

ب) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين22:نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{-1}{2 + u_n} \\ u_0 = 2 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)

المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n + 1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)
3. بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} \; u_n = \frac{-3n + 2}{3n + 1}$
4. أكتب v_n بدلالة n
5. استنتج طريقة أخرى لكتابة u_n بدلالة n

تمرين23 : نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{5u_n - 1}{u_n + 3} \\ u_0 = 2 \end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n)المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{1}{u_n - 1}$

1)أحسب u_1 و v_0 2)بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \; u_n \geq 1$

3)أحسب $v_{n+1} - v_n$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

4)أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

5) أحسب $\lim v_n$ و $\lim u_n$

6)أدرس رتابة المتتالية (u_n)

تمرين24 :نعتبر المتتالية العددية (u_n)

المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \frac{6}{1 + u_n} \\ u_0 = 3 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية

العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \frac{u_n - 2}{u_n + 3}$

1. أحسب u_1 و v_0 و v_1
2. بين أن(v_n) متتالية هندسية و حدد أساسها q و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n
4. أحسب بدلالة n المجموع: $S = v_0 + v_1 + v_2 + \cdots + v_n$

تمرين25 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \dfrac{1}{u_n}$

1. أحسب u_2 و v_1
2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين26 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{u_n}{1+2u_n} \\ u_1 = 1 \end{cases}$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad v_n = \dfrac{1}{u_n}$

1. أحسب u_1 و v_0
2. بين أن (v_n) متتالية حسابية و حدد أساسها و حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n و استنتج u_n بدلالة n

تمرين27 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = -1 - \dfrac{1}{4u_n} \\ u_0 = \dfrac{1}{2} \end{cases}$ كالتالي :

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{2}{2u_n+1}$

1. أحسب u_1 و u_2 و u_3
2. بين أن : (v_n) متتالية حسابية
3. أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين28 :نعتبر المتتالية العددية (u_n)

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \dfrac{5u_n+3}{u_n+3} \\ u_0 = 1 \end{cases}$ المعرفة كالتالي :

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي: $\forall n \in \mathbb{N} \quad v_n = \dfrac{u_n-3}{u_n+1}$

1)بين أن : $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \le u_n \le 3$ 2)أدرس رتابة المتتالية (u_n)

3)أبين أن (v_n) متتالية هندسية وحدد أساسها وحدها الأول

4)أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n

تمرين29 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad u_n = \dfrac{1}{n(3-\sin n)}$ بين أن : $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 0$

تمرين30 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$\forall n \in \mathbb{N} \begin{cases} u_{n+1} = \sqrt{u_n+2} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \le u_n \le 1$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n) 3) ماذا تستنتج؟

تمرين31 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي:

$\forall n \in \mathbb{N} \; u_n = \dfrac{1}{\sqrt{n+1}}$

1. بين أن المتتالية (u_n) تناقصية ومصغورة
2. ماذا نستنتج؟

تمرين32:نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$u_0 = 2$ و $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n+6}$

1. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad 0 \le u_n \le 3$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة
3. نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x)=\sqrt{x+6}$ على المجال $I = [0,3]$

a) بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

b) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين33 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$u_0 = 4$ و $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \sqrt{u_n}$

1. بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \ge 1$
2. أدرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة .
3. أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين34 :نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي :

$u_0 = \dfrac{5}{4}$ و $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \dfrac{1}{4}u_n + \dfrac{3}{2}$

4. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} \quad u_n \le 2$
5. أدرس رتابة المتتالية (u_n) واستنتج أن (u_n) متقاربة
6. نعتبر الدالة f المعرفة ب :

$f(x)=\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2}$ على المجال $I =]-\infty;2]$

ت)بين أن $f(I) \subset I$ و أن f دالة متصلة علي مجال I

ث)أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

تمرين35 :نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي: $f(x) = \dfrac{6x}{x^3+4}$.

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f .
2. بين أن f تقابل من $\left[0;\sqrt[3]{2}\right]$ نحو مجال يجب تحديده.
3. نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$.

أ. بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}); 1 \le u_n \le \sqrt[3]{2}$.

ب. بين أن (u_n) تزايدية و استنتج أنها مقاربة و أحسب $\lim u_n$.