ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵍ

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني

المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2015
- الموضوع -

NS 22

المادة	الرياضيات			مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها			المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة ؛
- عدد الصفحات: 3 (الصفحة الأولى تتضمن تعليمات ومكونات الموضوع والصفحتان المتبقيتان تتضمنان موضوع الامتحان) ؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه ؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة ؛
- بالرغم من تكرار بعض الرموز في أكثر من تمرين ، فكل رمز مرتبط بالتمرين المستعمل فيه ولا علاقة له بالتمارين السابقة أو اللاحقة .

مكونات الموضوع

- يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة ، مستقلة فيما بينها ، وتتوزع حسب المجالات كما يلي :

التمرين الأول	الهندسة الفضائية	3 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	3 نقط
التمرين الثالث	حساب الاحتمالات	3 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية و حساب التكامل والمتتاليات العددية	11 نقطة

- بالنسبة للمسألة ، $\ln$ يرمز لدالة اللوغاريتم النبيري

التمرين الأول : (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطتين $A(2,1,0)$ و $B(-4,1,0)$

1) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A و $\vec{u}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ متجهة منظمية عليه . 0.5

بين أن $x+y-z-3=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (P)

2) لتكن (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ 0.75

بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها النقطة $\Omega(-1,1,0)$ و شعاعها 3

3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن (P) يقطع (S) وفق دائرة (C) 0.5

ب- بين أن مركز الدائرة (C) هو النقطة $H(0,2,-1)$ 0.5

4) بين أن $\overrightarrow{OH}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+4\vec{j}+8\vec{k}$ ثم استنتج مساحة المثلث OHB 0.75

التمرين الثاني : (3 ن)

I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$

1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$ 0.5

2) تحقق من أن $a=2\left(1+\cos\frac{\pi}{4}\right)+2i\sin\frac{\pi}{4}$ 0.25

3) أ- بإخطاط $\cos^2\theta$ ، حيث θ عدد حقيقي ، بين أن $1+\cos 2\theta=2\cos^2\theta$ 0.25

ب- بين أن $a=4\cos^2\frac{\pi}{8}+4i\cos\frac{\pi}{8}\sin\frac{\pi}{8}$ (نذكر أن $\sin 2\theta=2\cos\theta\sin\theta$) 0.5

ج- بين أن $4\cos\frac{\pi}{8}\left(\cos\frac{\pi}{8}+i\sin\frac{\pi}{8}\right)$ هو شكل مثلثي للعدد a ثم بين أن $a^4=\left(2\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^4 i$ 0.5

II- نعتبر،في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$، النقطتين Ω و A اللتين لحقاهما على التوالي هما ω و a بحيث $\omega=\sqrt{2}$ و $a=2+\sqrt{2}+i\sqrt{2}$ و R الدوران الذي مركزه Ω و زاويته $\frac{\pi}{2}$

1) بين أن اللحق b للنقطة B صورة النقطة A بالدوران R هو $2i$ 0.5

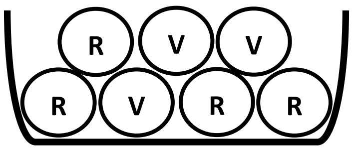
2) حدد مجموعة النقط M ذات اللحق z بحيث $|z-2i|=2$ 0.5

التمرين الثالث : (3 ن)

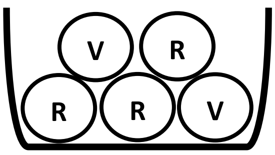
يحتوي صندوق U_1 على 7 كرات : أربع كرات حمراء و ثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

و يحتوي صندوق U_2 على 5 كرات : ثلاث كرات حمراء و كرتان خضراوان (لا يمكن التمييز بينها باللمس)

الصندوق U_1



الصندوق U_2



I) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد ثلاث كرات من الصندوق U_1 2

ليكن A الحدث : " الحصول على كرة حمراء واحدة و كرتين خضراوين ".

و B الحدث : " الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " .

بين أن $p(A)=\frac{12}{35}$ و $p(B)=\frac{1}{7}$

II) نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من U_1 ثم نسحب عشوائيا كرة واحدة من U_2 1

ليكن C الحدث : "الحصول على ثلاث كرات حمراء ".

بين أن $p(C)=\frac{6}{35}$

المسألة : (11 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=\dfrac{1}{x(1-\ln x)}$

و ليكن (C_f) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة : $2\ cm$)

0.5 I) 1) بين أن $D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$ (D_f هي مجموعة تعريف الدالة f)

0.75 2) أ- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to e\\x>e}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to e\\x<e}} f(x)$ و أول هندسيا النتيجتين المتوصل إليهما .

0.5 ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مقاربا بجوار $+\infty$ يتم تحديده .

0.5 ج- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)=+\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة (لحساب $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x>0}} f(x)$ لاحظ أن $x(1-\ln x)=x-x\ln x$)

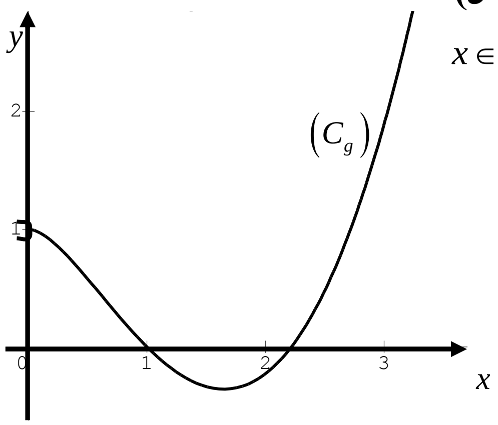
0.75 3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{\ln x}{x^2(1-\ln x)^2}$ لكل x من D_f

1 ب- بين أن الدالة f تناقصية على المجال $]0,1]$ و تزايدية على كل من المجالين $[1,e[$ و $]e,+\infty[$

0.25 ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على D_f

II) لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=1-x^2(1-\ln x)$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم (انظر الشكل)



0.5 1) أ- حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية : $g(x)=0$, $x\in]0,+\infty[$

0.5 ب- نعطي جدول القيم التالي :

x	$2,1$	$2,2$	$2,3$	$2,4$
$g(x)$	$-0,14$	$-0,02$	$0,12$	$0,28$

بين أن المعادلة (E) تقبل حلا α بحيث $2,2<\alpha<2,3$

0.25 2) أ- تحقق من أن $f(x)-x=\dfrac{g(x)}{x(1-\ln x)}$ لكل x من D_f

0.5 ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ يقطع المنحنى (C_f) في النقطتين اللتين أفصولاهما 1 و α

0.5 ج- حدد ، انطلاقا من (C_g) ، إشارة الدالة g على المجال $[1,\alpha]$ و بين أن $f(x)-x\le0$ لكل x من $[1,\alpha]$

1.25 3) أنشئ ، في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ، المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f)

0.75 4) أ- بين أن $\displaystyle\int_1^{\sqrt{e}}\frac{1}{x(1-\ln x)}dx=\ln 2$ (لاحظ أن : $\dfrac{1}{x(1-\ln x)}=\dfrac{\frac{1}{x}}{1-\ln x}$ لكل x من D_f)

0.75 ب- احسب ، ب cm^2 ، مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين الذين معادلتاهما $x=1$ و $x=\sqrt{e}$

III) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$

0.5 1) بين بالترجع أن $1\le u_n\le\alpha$ لكل n من $I\!N$

0.5 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية (يمكن استعمال نتيجة السؤال II) 2) ج-)

0.75 3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة و حدد نهايتها .