

تمارين

تمرين 1

$$\forall x \in \mathbb{R} - \{-1; 3\} \quad \frac{-3x^2 + 7x + 2}{x^2 - 2x - 3} = a + \frac{b}{x+1} + \frac{c}{x-3} \quad \text{حيث } a ; b ; c \text{ حدد}$$

$$\int_0^2 \frac{-3x^2 + 7x + 2}{x^2 - 2x - 3} dx \quad \text{أحسب}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x dx \quad \text{و} \quad \int_0^1 \frac{x^4 + x^2 + 3}{x^2 + 1} dx \quad \text{أحسب 2-}$$

$$\forall x \in \mathbb{R} \quad \frac{e^{2x} - 1}{e^{2x} + 1} = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}} \quad \text{بين أن 3-}$$

$$\int_0^x \frac{e^{2t} - 1}{e^{2t} + 1} dt \quad \text{أحسب}$$

تمرين 2

$$\int_0^{\ln 2} (x+2)e^{2x} dx \quad \int_0^1 x^2 \ln(x^2+1) dx \quad ; \quad \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x dx \quad \text{أحسب 1- باستعمال المكاملة بالأجزاء}$$

$$\int_0^{\pi} e^x \sin x dx \quad \text{و}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin^3 x dx \quad \text{أحسب ثم 2- حدد الدالة الأصلية لـ } x \rightarrow \sin^3 x \text{ التي تنعدم في } 0 \text{ على } \mathbb{R}$$

تمرين 3

$$I_n = \int_0^1 x^n e^x dx \quad \text{نعتبر}$$

$$I_1 \quad \text{أحسب 1-}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad I_{n+1} = e - (n+1)I_n \quad \text{بين 2- باستعمال المكاملة بالأجزاء.}$$

$$I_3 \quad I_2 \quad \text{أحسب 3-}$$

$$\int_0^1 (x^3 + 2x^2 - 2x) e^x dx \quad \text{أستنتج 4-}$$

تمرين 4

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad 1 - x \leq \frac{1}{1+x} \leq 1 \quad \text{بين أن 1-}$$

$$\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x \quad \text{استنتج 2-}$$

$$\int_0^1 \ln(1+x^2) dx \quad \text{استنتج تأطيرا لـ 3- إلى } 0, 1.$$

تمرين 9

$$\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \frac{2}{x(x^2+1)} = \frac{2}{x} - \frac{2x}{x^2+1} \quad \text{تحقق أن 1-}$$

$$\text{نعتبر } k \in [0; 1]. \quad \text{2-}$$

$$A_k = \int_k^1 \frac{2x \ln x}{(x^2+1)^2} dx \quad \text{أحسب 3- باستعمال المكاملة بالأجزاء}$$

$$\lim A_k \quad \text{حدد}$$

تمرين 10

1- أ- تأكد أن $\frac{t^2 - t + 1}{t(t^2 + 1)} = \frac{1}{t} - \frac{1}{t^2 + 1}$

ب- أحسب $\int_1^{\sqrt{3}} \frac{t^2 - t + 1}{t(t^2 + 1)} dt$

2- أحسب $\int_0^1 (3x^2 + 2x + 1) \ln(x + 1) dx$ باستعمال المكاملة بالأجزاء

تمرين 11

1- تأكد أن $\forall x \in \mathbb{R}^* \quad \frac{1}{x(x^2 + 1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2 + 1}$

2- أحسب $I(\alpha) = \int_{\alpha}^1 \frac{x \ln x}{(x^2 + 1)^2} dx$ باستعمال المكاملة بالأجزاء حيث $\alpha \in]0; 1[$

3- أحسب $\lim_{\alpha \rightarrow 0^+} I(\alpha)$

تمرين 12

نعتبر $n \in \mathbb{N}^*$ و $I_0 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{1}{\cos x} dx$; $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(\sin x)^n}{\cos x} dx$

1- أحسب I_1 و استنتج I_3 ; I_5

2- أحسب $\int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin x)^n \cos x dx$ و استنتج $I_{n+2} - I_n$ بدلالة n .

3- أ- بين أن الدالة $x \rightarrow \ln \left[\operatorname{tg} \left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right]$ دالة أصلية للدالة $x \rightarrow \frac{1}{\cos x}$ على $\left[0; \frac{\pi}{3} \right]$

ب- استنتج I_0 ثم I_2 ; I_4